Автоматика и управление

Тема 3. Временные характеристики ЛСС

Лекция 3. Типовые входные сигналы: единичный импульс и единичная ступенчатая функция. Весовая функция одномерной ЛСС: определение; интеграл Дюамеля; аналитическое представление; общие свойства. Переходная функция одномерной ЛСС: определение; аналитическое представление; общие свойства. Весовые и переходные функции элементарных динамических звеньев.

3.1. Типовые входные сигналы: единичный импульс и единичная ступенчатая функция

Помимо передаточной функции, динамические свойства ЛСС описываются **временными** и **частотными характеристиками**.

Временной характеристикой *называется изменяющийся во времени выходной сигнал АС при воздействии на неё изменяющимся во времени по определенному закону входным сигналом.*

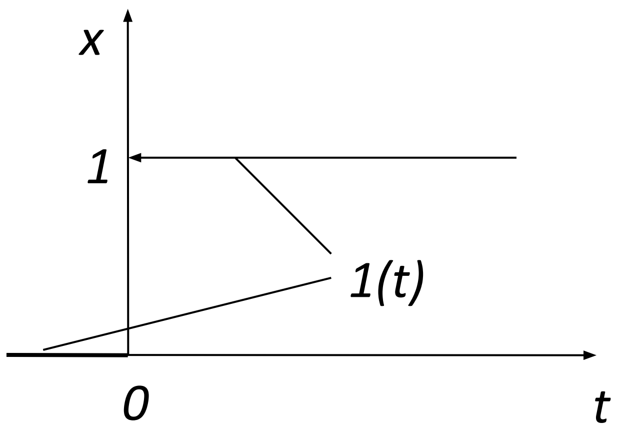
Существует две временные характеристики АС: ***переходная*** *и* ***весовая функции****, которые являются реакциями ЛСС на соответствующие типовые входные сигналы -* ***единичную ступенчатую*** *и* ***дельта-функцию****.*

Для **частотных характеристик** типовым является **гармонический входной сигнал**.

3.1.1. Единичная ступенчатая функция

Единичной ступенчатой функцией называется функция, определяемая равенством:

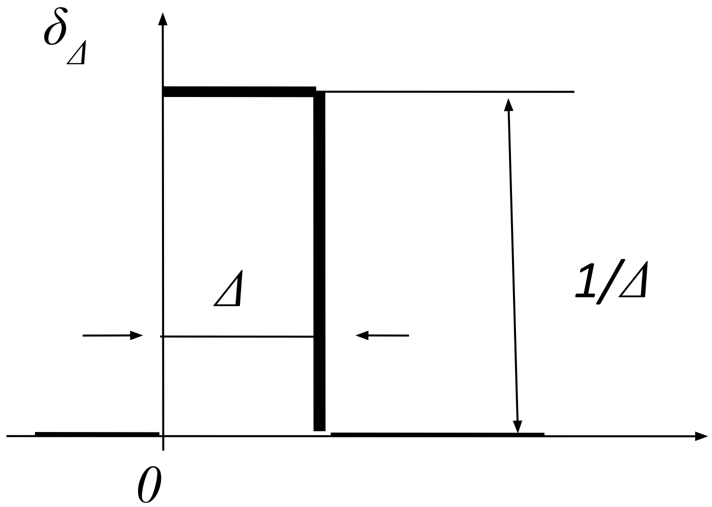
$$1(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$



$$L[1(t)] = \int_0^\infty 1(t) e^{-pt} dt$$

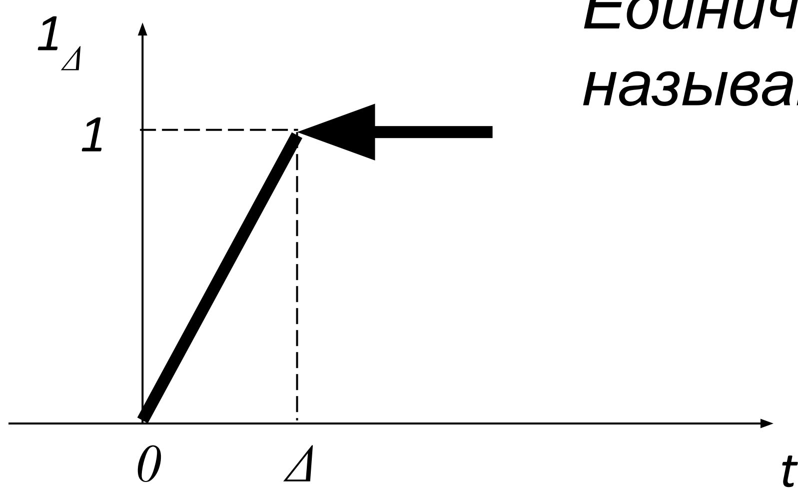
$$\mathrm{L}[1(t)] = \int_0^\infty e^{-pt} dt = -\frac{1}{p} e^{-pt} \Big|_0^\infty = 0 + \frac{1}{p} = \frac{1}{p}.$$

3.1.2. Единичный импульс (дельта-функция)



$$\delta_\Delta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1/\Delta, & 0 \le t \le \Delta \\ 0, & t > \Delta\,. \end{cases}$$

$$\int_0^t \delta_\Delta(\tau)\,d\tau = 1_\Delta(t).$$



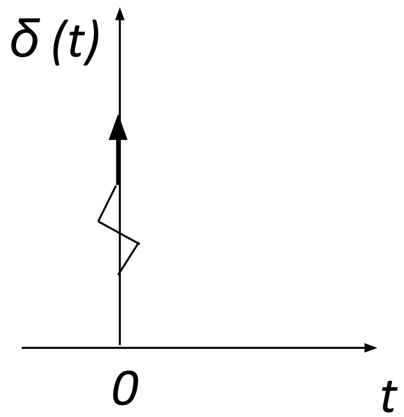
Единичной дельта-функцией δ (t) называют предел:

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \to 0} \delta_\Delta(t),$$

$$\int_0^\infty \delta(\tau)\,d\tau = 1(t) - \left[\begin{array}{l} \text{видно из графика} \\ 1_\Delta(t) \text{ при } \Delta \to 0 \end{array} \right]$$

На практике функцией *δ(t)* аппроксимируют кратковременные сигналы большой мощности

$$\delta(t)=\begin{cases}\infty, & t=0,\\ 0, & t\neq 0.\end{cases}$$



Теорема Лопита́ля (также *правило Бернулли — Лопиталя*) — метод нахождения пределов функций, раскрывающий неопределённости вида 0/0 и ∞/∞ . Обосновывающая метод теорема утверждает, что при некоторых условиях предел отношения функций равен пределу отношения их производных.

$$L[\delta(t)]=L[\lim_{\Delta\to 0}\delta_{\Delta}(t)]=\lim_{\Delta\to 0}L[\delta_{\Delta}(t)]==\lim_{\Delta\to 0}\int_0^{\infty}\delta_{\Delta}(t)\,e^{-pt}dt=\lim_{\Delta\to 0}\int_0^{\Delta}\frac{1}{\Delta}e^{-pt}dt=$$

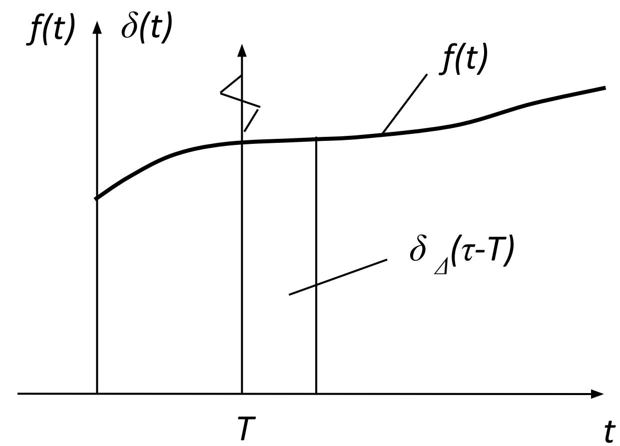
$$=\lim_{\Delta\to 0}\left[-\frac{1}{\Delta p}e^{-pt}\right]\Bigg|_0^{\Delta}=\lim_{\Delta\to 0}\frac{1-e^{-p\Delta}}{\Delta p}=\left|\begin{matrix}\text{применим}\\ \text{правило}\\ \text{Лопиталя}\end{matrix}\right|=\lim_{\Delta\to 0}\frac{pe^{-p\Delta}}{p}=1.$$

дельта-функцию можно определить как такую функцию времени, изображение которой равно единице.

Свойства дельта-функции:

1.Фильтрующее свойство:

$$\int_0^t f(\tau)\delta(\tau - T)d\tau = f(T).$$ где *0≤ T ≤ t.*



Если дельта-функция δ(т-Т) входит под интеграл какой-либо функции в качестве множителя, то результат интегрирования равен значению подынтегральной функции в точке т расположения дельта-функции

2. Связь *δ (t)* с *1(t)*

Хотя функции *1(t)* и *δ (t)* не являются дифференцируемыми в обычном понимании этого слова, но в автоматике на эти функции распространено понятие производных:

$$\delta(t) = \frac{d\,1(t)}{dt}, \qquad t = 0.$$

3.2. Весовая функция одномерной ЛСС: определение; интеграл Дюамеля; аналитическое представление; общие свойства.

3.2.1. Определение весовой функции

Для одномерной ЛСС с одним входом весовой функцией $g(t)$ называется реакция системы на единичную дельта-функцию при нулевых начальных условиях:

$g(t) = y(t)$, если $x(t) = \delta(t)$

для технически реализуемых систем справедливо:

$$g(t) = 0 \text{ для } t \leq 0,$$

так как реакция системы не может опережать входной сигнал по времени

Весовая $g(t)$ и передаточная $\Phi(p)$ функции ЛСС однозначно связаны равенствами:

$L[g(t)] = G(p) = \Phi(p)$ или $g(t) = L^{-1}[\Phi(p)]$

3.2.2. Интеграл Дюамеля

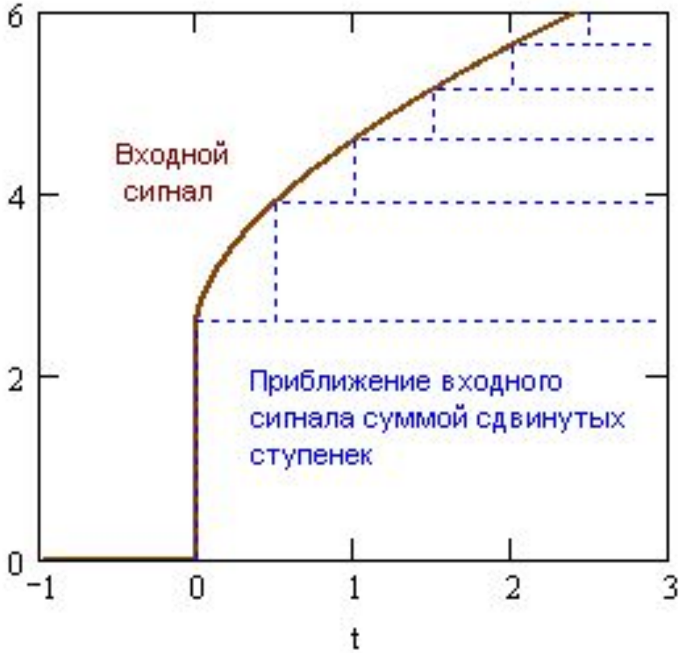
Весовая функция *g(t)* однозначно определяет выходной сигнал ЛСС *y(t)* для любого входного сигнала *x(t)* по равенству вида:

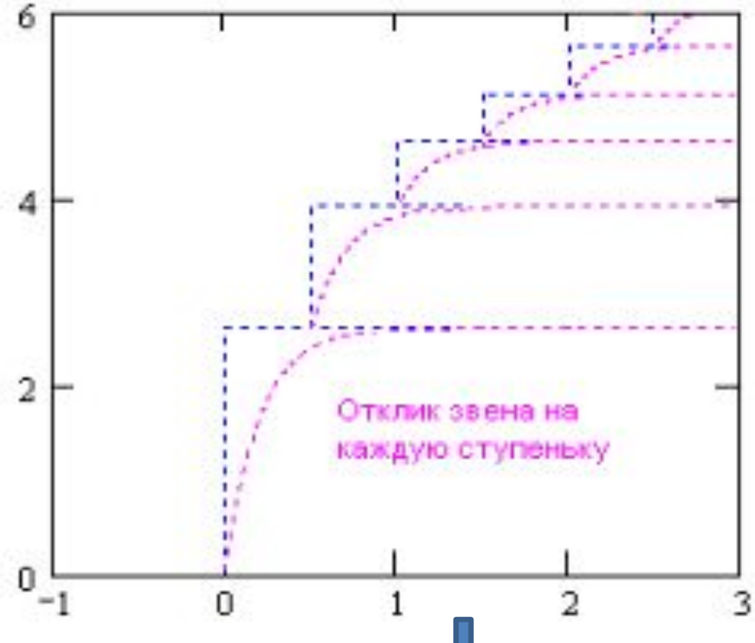
$$y(t) = \int_0^t x(\tau)g(t-\tau)d\tau = \int_0^t x(t-\tau)g(\tau)d\tau$$

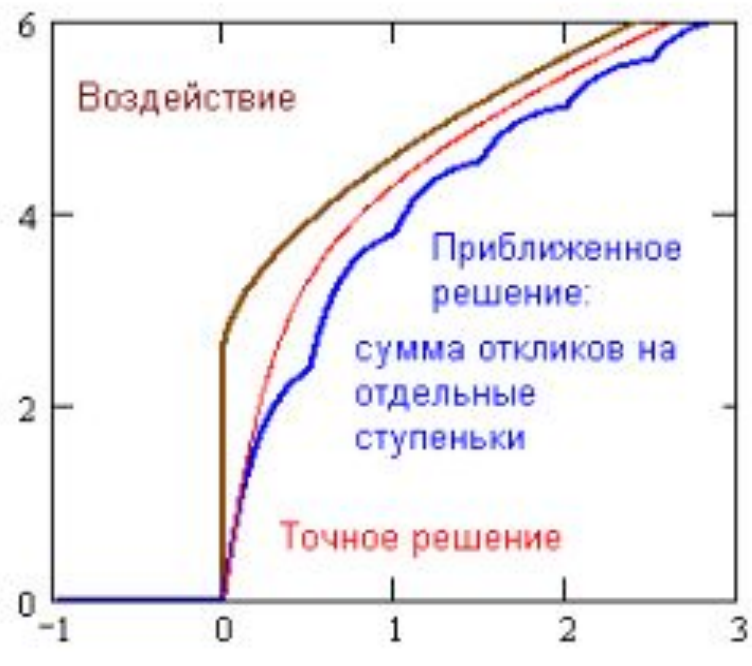
интеграл Дюамеля

Значение выходного сигнала *y(t)* в любой текущий момент времени *t* зависит от всех значений входного сигнала *x(т)* на отрезке времени от *0* до *t* и от значений весовой функции, определенных для данного отрезка времени, на интервале от *0* до *t*.

Значение весовой функции g(t-т)* в момент времени *t-т* определяет коэффициент (вес) с которым значение входного сигнала *x(т)* в момент времени т *влияет на значение выходного сигнала y(t)* в момент времени *t







Применение интеграла Дюамеля основано на [принципе суперпозиции](#) для линейных систем в которых отклик её на сумму нескольких воздействий равен сумме откликов от каждого из слагаемых сигналов, сдвинутых во времени.

Интеграл Дюамеля устанавливает непосредственную связь между входным *x(t)* и выходным *y(t)* сигналами и потому является интегральной формой оператора любой одномерной ЛСС

1. В том случае, если система включается в произвольный момент времени не равный нулю, т.е. $t_0 \neq 0$, то интеграл Дюамеля примет вид:

$$y(t) = \int_{t_0}^{t} x(\tau) g(t-\tau) d\tau$$

или

$$y(t) = \int_{0}^{t-t_0} g(t) x(t-\tau) d\tau.$$

2. Для установившегося режима соответствующего условию $t_0 = -\infty$, т.е. система включена бесконечно давно по отношению к рассматриваемому времени, интеграл Дюамеля принимает вид:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau) g(t-\tau) d\tau$$

или

$$y(t) = \int_{0}^{\infty} g(t) x(t-\tau) d\tau.$$

3.2.3. Переход от изображения весовой функции к ее оригиналу

Аналитическое представление весовой функции ЛСС можно получить на основании интеграла Дюамеля, при известном операторе системы (достаточно сложно), либо путем перехода от изображения весовой функции $G(p)=\Phi(p)$ к ее оригиналу $g(t)$. Такой переход можно осуществить тремя методами:

1. Прямым, т.е. применяя операцию обратного преобразования Лапласа

$$g(t)=L^{-1}\left[G(p)\right]=L^{-1}\left[\Phi(p)\right]=\frac{1}{2\pi j}\int_{\upsilon-j\infty}^{\upsilon+j\infty}G(p)e^{pt}dp.$$

2. По таблицам соответствия изображений и оригиналов для табличных значений функций $G(p)$

3. Применением теоремы разложения.

Теорема разложения

Если изображение функции f(t) является рациональной функцией вида

$$F(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{\sum_{i=1}^{m} b_i p^i}{\sum_{i=1}^{n} a_i p^i} = \frac{B(p)}{a_n (p-p_1)(p-p_2)\cdots(p-p_n)},$$

причем степень полинома числителя меньше или равна степени полинома знаменателя m≤ n и все корни p_i характеристического полинома A(p) являются простыми (некратными), то оригинал функции f(t) определяется равенством:

$$f(t) = C_0 \delta(t) + \sum_{i=1}^{n} C_i e^{p_i t},$$

$$C_0 = \frac{b_n}{a_n}, \qquad C_i = \left.\frac{B(p)}{A^{(1)}(p)}\right|_{p=p_i} \qquad i = \overline{1,n}.$$

Положим, что $F(p) = \Phi(p)$, тогда $f(t) = g(t)$, следовательно:

$$\begin{cases} g(t)=C_0\delta(t)+\sum_{i=1}^{n} C_i e^{p_i t}, & \text{для } t>0, \\ g(t)=0, & \text{для } t\le 0. \end{cases}$$

1. Для $t > 0$ весовая функция ЛСС является линейной комбинацией единичного импульса $\delta(t)$ и экспонент, показателями которых являются полюса p передаточной функции $\Phi(p)$.

2. Коэффициенты C_i для $i\ \overline{0,n}$, определяются параметрами системы, причем:

а) если $m = n$, то $b_n \neq 0$ и $C_0 = \frac{b_n}{a_n} \neq 0$

б) если $m < n$, то $b_n = 0$ и $C_0 = \frac{b_n}{a_n} = 0$

Если характеристическое уравнение *АС* содержит кратные корни, то получение оригинала весовой функции *g(t)* по теореме разложения не правомерно. В этом случае необходимо разложить передаточную функцию АС на простые дроби и выполнить переход к оригиналу по таблицам.

$$\Phi(p) = C_0 + \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{m_i} \frac{C_{ij}}{(p - p_i)^j},$$

3.2.4. Общие свойства весовых функций ЛСС

По передаточной функции ЛСС можно определить начальное и конечное значения ее весовой функции.

Начальным значением g(+0) весовой функции g(t) называется ее предел справа при t стремящемся к нулю:

$$g(+0) = \lim_{t \to 0} g(t).$$

Величина *g(+0)* определяется с помощью теоремы о начальном значении.

<u>Теорема о начальном значении.</u>

Для кусочно–непрерывной функции x(t), имеющей изображение X(p), справедливо равенство

$$\lim_{t \to 0}(x) = \lim_{p \to \infty} pX(p).$$

Начальное значение весовой функции АС может принимать три различных значения: $\infty, \quad \dfrac{b_{n-1}}{a_n}, \quad 0.$

Конечным значением g(∞) весовой функции g(t) называется предел, к которому она стремится при бесконечном увеличении времени:

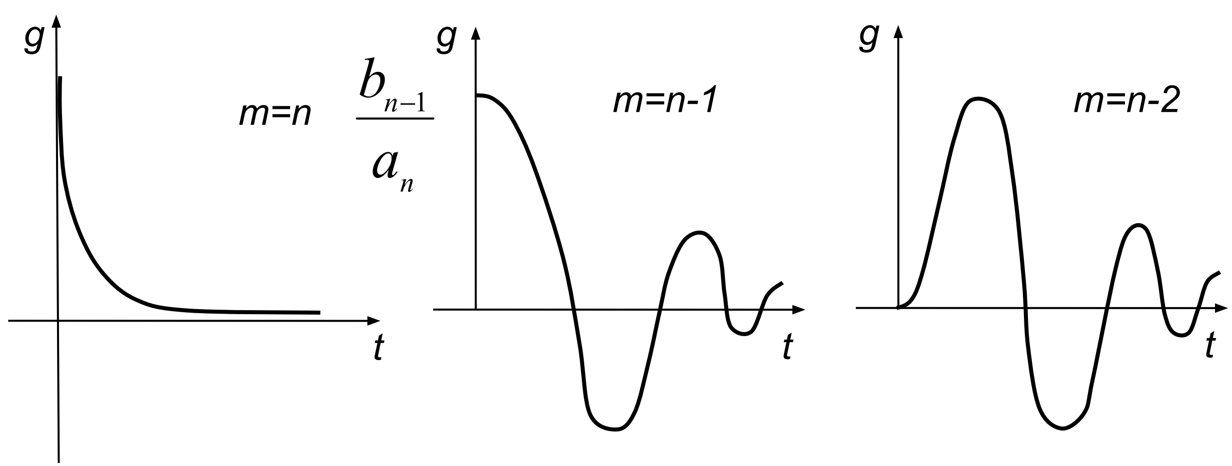
$$g(\infty) = \lim_{t\to\infty} g(t).$$

Величина *g(∞)* определяется с помощью теоремы о конечном значении.

<u>Теорема о конечном значении</u>.

$$x(\infty) = \lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{p\to 0} pX(p).$$

у всех ЛСС, для которых выполняется условие $Re[p_i]<0, i=\overline{1,n}$ конечное значение весовой функции равно нулю



3.3. Переходная функция одномерной ЛСС: определение, аналитическое представление, общие свойства

3.3.1. Определение переходной функции

Для одномерной ЛСС с одним входом переходной функцией h(t) называется реакция системы на единичную ступенчатую функцию при нулевых начальных условиях:

$$h(t) = y(t), \text{ если } x(t) = 1(t)$$

$h(t)=0$ для $t \le 0$, т.к., реакция системы не может опережать входной сигнал по времени

Для ЛС АС переходная $h(t)$ и передаточная $\Phi(p)$ функции однозначно связаны равенствами:

$$L[h(t)] = \frac{\Phi(p)}{p} = H(p) \qquad h(t) = L^{-1}\left[\frac{\Phi(p)}{p}\right] = L^{-1}[H(p)].$$

Действительно, для ЛСС справедливо выражение: $Y(p) = X(p)\Phi(p)$.

Пусть $x(t) = 1(t)$, тогда $y(t) = h(t)$, а следовательно:

$$Y(p) = L[h(t)] = H(p).$$

Известно, что $X(p) = L[1(t)] = \dfrac{1}{p}$

следовательно,

$$Y(p) = X(p)\Phi(p) = \frac{1}{p}\,\Phi(p) = H(p)$$

Переходная и весовая функции ЛС АС однозначно связаны равенствами

$$h(t) = \int_0^t g(\tau)d\tau \qquad \frac{dh(t)}{dt} = g(t).$$

Переходная функция ЛСС равна интегралу от весовой функции и, так же как и весовая функция, являясь динамической характеристикой, определяет оператор АС

3.3.2. Аналитическое представление переходной функции

Аналитическое представление переходной функции можно получить на основании интеграла Дюамеля либо путем перехода от изображения переходной функции *H(p) = Ф(p)/p* к ее оригиналу *h(t)*. Такой переход выполняется либо по таблицам, либо применением теоремы разложения

В результате применения теоремы разложения для технически реализуемых ЛСС *(m < n)* с передаточной функцией рационального вида *Ф(p) =B(p)/A(p)* в случае, если все полюса p_i передаточной функции являются простыми (некратными), переходная функция определяется равенствами:

$$\begin{cases} h(t) = \widetilde{C}_0 1(t) + \sum_{i=1}^{n} \widetilde{C}_i e^{p_i t}, & t > 0, \\ h(t) = 0, & t \le 0. \end{cases}$$

$$\widetilde{C}_0 = \Phi(0) = \frac{в_0}{a_0}, \ \widetilde{C}_i = \frac{B(p)}{pA^{(1)}(p)}\bigg|_{p = p_i} = \frac{C_i}{p_i}$$

1 Для $t>0$ $h(t)$ является линейной комбинацией постоянной составляющей $\widetilde{C}_0$ и экспонент, показателями которых являются полюса передаточной функции p_i

2. Коэффициенты $\widetilde{C}_0$ и $\widetilde{C}_i$ определяются параметрами передаточной функции ЛСС a_i, $в_i$, $i=0,1,2,\ldots$.

3.3.3. Общие свойства переходных функций

По передаточной функции ЛСС можно определить начальное и конечное значения переходной функции данной системы.

Начальным значением h(0+) переходной функции h(t) называется ее предел справа при t стремящемся к нулю:

$$h(0+) = \lim_{t\to 0} h(t).$$

На основании теоремы о начальном значении, величина *h(0+)* определяется равенством:

$$\mathrm{h}(0+) = \lim_{\mathrm{p}\to\infty} p\mathrm{H}(\mathrm{p}) = \lim_{\mathrm{p}\to\infty} p\frac{\Phi(p)}{p} = \lim_{\mathrm{p}\to\infty} \Phi(p)$$

Для *Φ(p)* рационального вида, равенство принимает вид:

$$h(0+) = \lim_{p\to\infty} \frac{\sum_{i=0}^{m} в_i p^i}{\sum_{i=0}^{n} a_i p^i} = \left.\frac{в_m p^m}{a_n p^n}\right| p = \infty$$

Следствия 1: Если *m=n* то *h(0+)=* $\left.\dfrac{в_m p^m}{a_n p^n}\right|_{p=\infty} = \dfrac{в_n}{a_n}.$

2. Если *m≤ n-1* то *h(0+)=* $\left.\dfrac{в_{n-1} p^{n-1}}{a_n p^n}\right|_{p=\infty} = 0.$

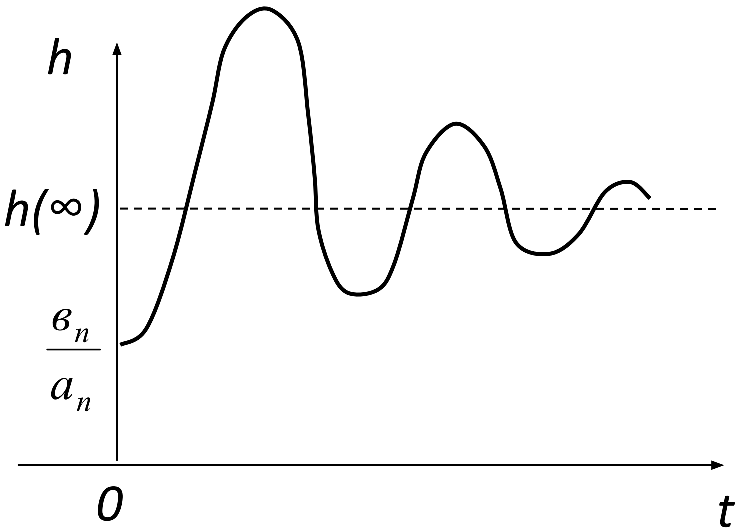
в зависимости от соотношения степеней полиномов числителя и знаменателя, начальное значение переходной функции ЛСС может принимать два значения*: в$_n$/а$_n$* и *0*

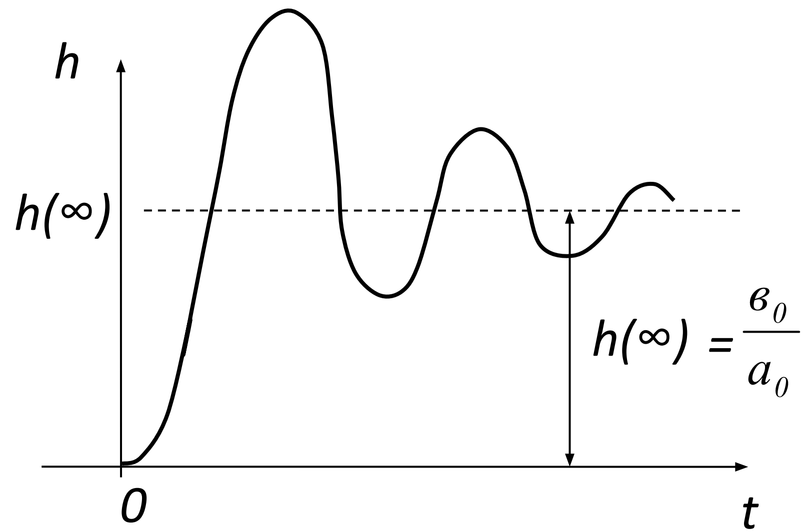
Конечным значением h(∞) переходной функции h(t) называется предел, к которому она стремится при неограниченном увеличении времени:

$$h(\infty) = \lim_{t\to\infty} h(t)$$

На основании теоремы о конечном значении находим:

$$h(\infty) = \lim_{p\to 0} pH(p) = \lim_{p\to 0} p\frac{\Phi(p)}{p} = \lim_{p\to 0}\Phi(p) = \Phi(0) = \frac{в_0}{a_0} = const$$





m = *n*

m < *n*

3.4. Весовые и переходные функции элементарных динамических звеньев

Усилительное звено

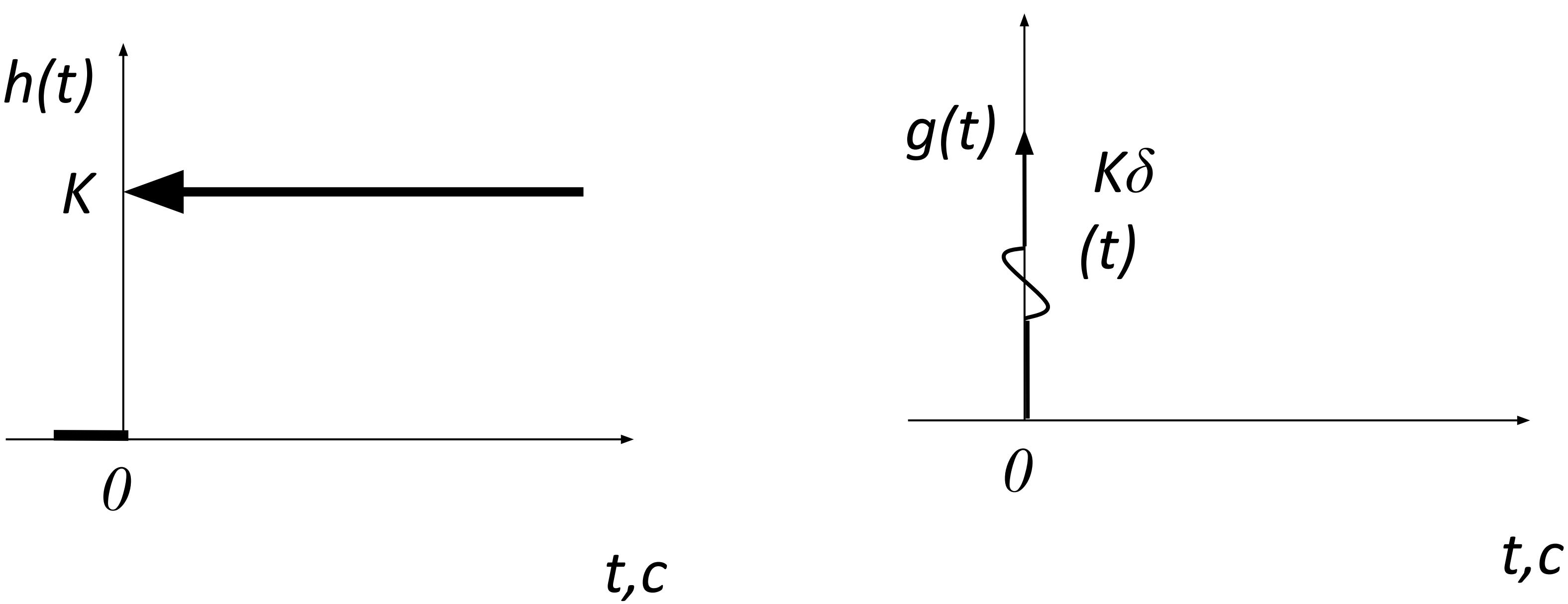
Оператор усилительного звена имеет вид:

$a_0 y(t) = в_0 x(t)$ или $y(t) = Kx(t)$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = K$$

$K = в_0 / a_0$ - коэффициент усиления звена

$y(t) = h(t) = K1(t)$ $\quad$ $y(t) = g(t) = K\delta(t)$



Интегрирующее звено

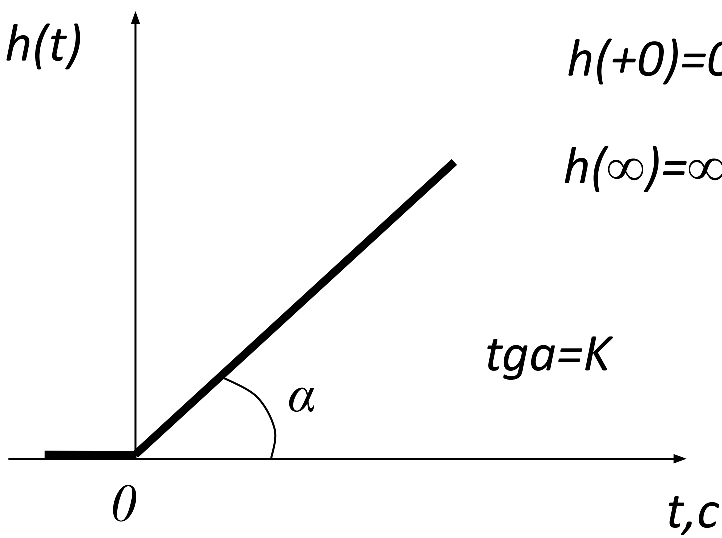
$$a_1 y^{(1)}(t) = в_0\, x(t)$$

$$y^{(1)}(t) = Kx(t) \quad \text{либо} \quad y(t) = K\int_0^t x(\tau)d\tau \qquad W(p)= \frac{K}{p}$$

$K = в_0 / a_0$ - коэффициент усиления звена

$$h^{(1)}(t) = K \cdot 1(t) \qquad h(t) = K\int_0^t 1(\tau)d\tau = Kt$$

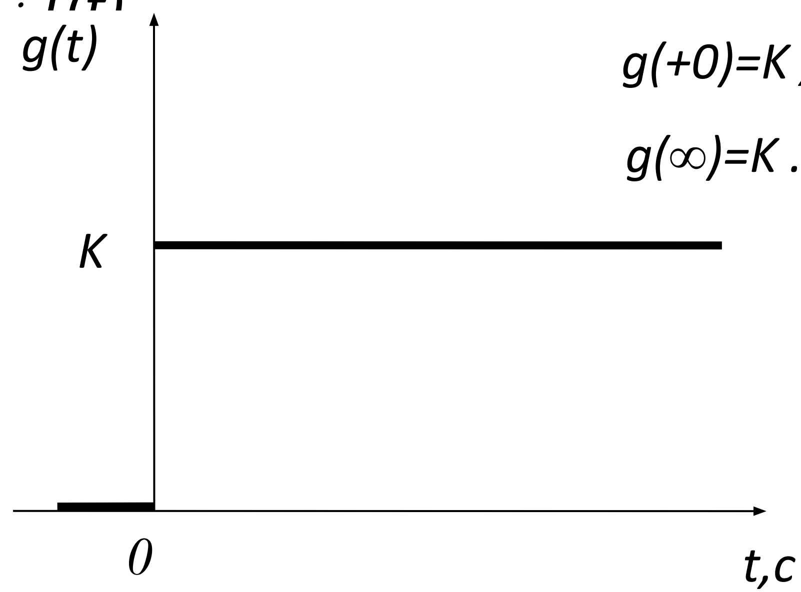
$$g^{(1)}(t) = K\delta(t) \qquad g(t) = K\int_0^t \delta(\tau)d\tau = K \cdot 1(t)$$



$h(+0)=0,$

$h(\infty)=\infty\,.$

$tg\alpha=K$



$g(+0)=K\,,$

$g(\infty)=K\,.$

Апериодическое звено

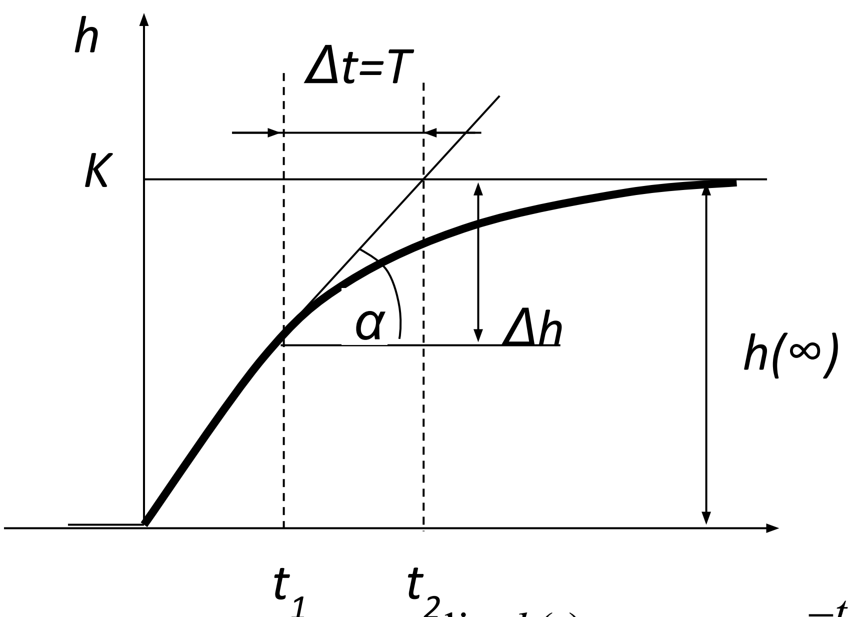
$$a_1 y^{(1)}(t) + a_0 y(t) = в_0 x(t) \qquad T y^{(1)}(t) + y(t) = K x(t)$$

$K = в_0 / a_0$ - коэффициент усиления; $T = a_1 / a_0$ - постоянная времени звена

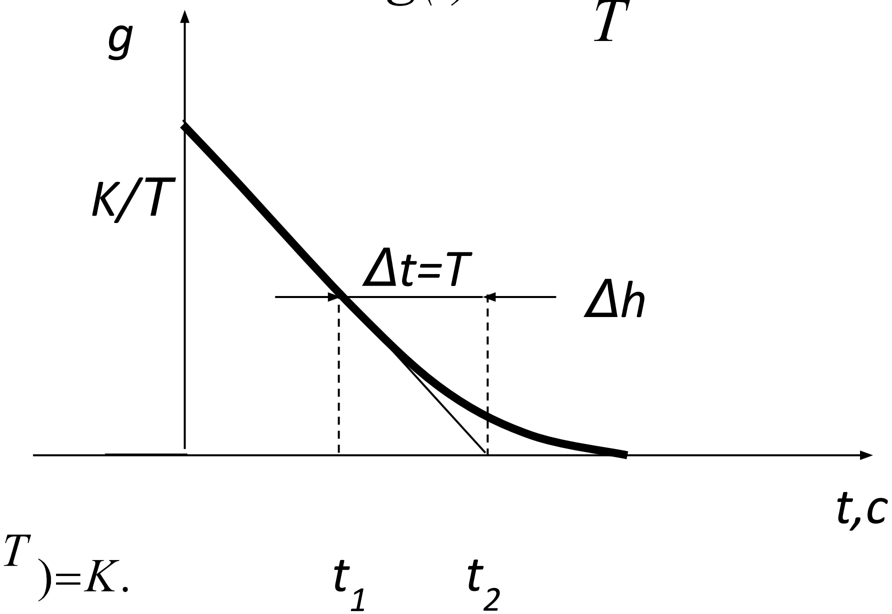
$$W(p) = \frac{K}{Tp+1}, \qquad H(p) = W(p)\,\frac{1}{p} = \frac{K}{p(Tp+1)}.$$

$$H(p) = K\,\frac{G}{p(p+a)}. \qquad a = 1/T \longrightarrow \qquad h(t) = K(1-e^{-t/T})$$

$$g(t) = \frac{K}{T}e^{-\frac{t}{T}}$$



$$\lim_{t\to\infty} h(t) = \lim_{t\to\infty} K(1-e^{-t/T}) = K.$$



$$tga = \frac{\Delta h}{\Delta t} \qquad \Delta t = \frac{\Delta h}{tga}.$$

$$tga = \left.\frac{\Delta h}{\Delta t}\right|_{t=t_1} = \frac{K}{T} e^{-\frac{t_1}{T}},$$

$$\Delta h = h(\infty) - h(t_1) = K - K(1 - e^{-\frac{t_1}{T}}) = Ke^{-\frac{t_1}{T}}.$$

$$\Delta t = \frac{Ke^{-t_{1/T}}}{\frac{K}{T} e^{-t_1/T}} = T.$$

Инерционное звено второго порядка

$a_2 y^{(2)}(t)+a_1 y^{(1)}(t)+a_0 y(t) = в_0\, x(t)$ $\qquad T^2 y^{(2)}(t)+2T\xi\, y^{(1)}(t)+y(t)=Kx(t)$

$K = в_0 / a_0$ - коэффициент усиления звена

$T = \sqrt{a_2 / a_0}$ - постоянная времени

$\xi = a_1 / 2\sqrt{a_0 a_2}$ - коэффициент демпфирования

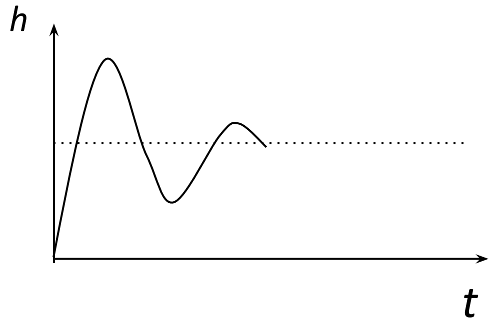
$$W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1} \qquad W(p) = \frac{K\Omega^2}{p^2 + 2\xi\,\Omega\, p + \Omega^2},$$

$\Omega = 1/T$ - собственная частота колебаний звена

$B(p) = K\Omega^2, \quad A(p) = p^2+2\xi\,\Omega p+\Omega^2$

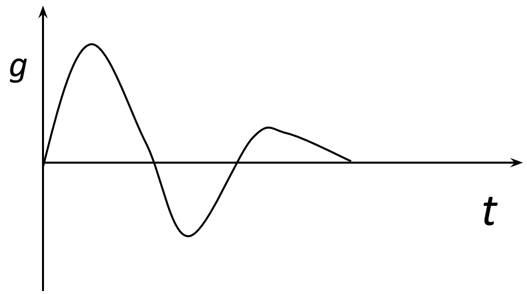
$P_1 = \Omega(-\xi+\sqrt{\xi^2-1})$ $\qquad p_2= \Omega(-\xi-\sqrt{\xi^2-1})$

Звено второго порядка (0<ξ<1)

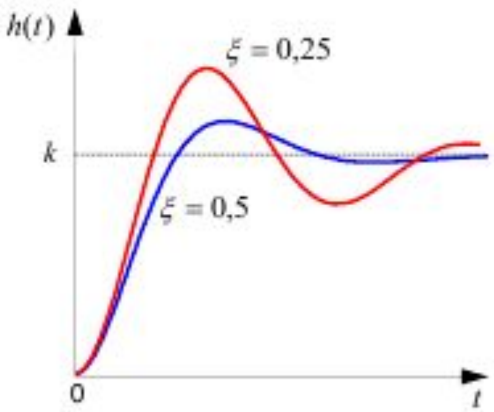


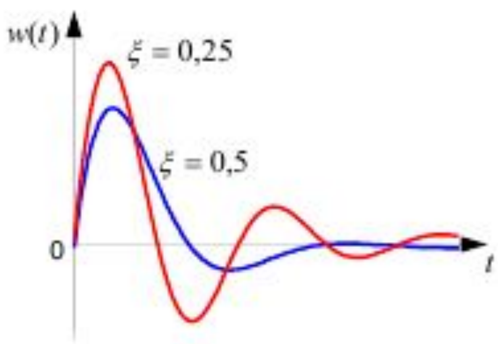
$$h(t) = K\left[1 - \frac{e^{-\xi\frac{t}{T}}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\frac{1}{T}\sqrt{1-\xi^2}\,t + \varphi\right)\right]$$

$$\varphi = arctg\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$$



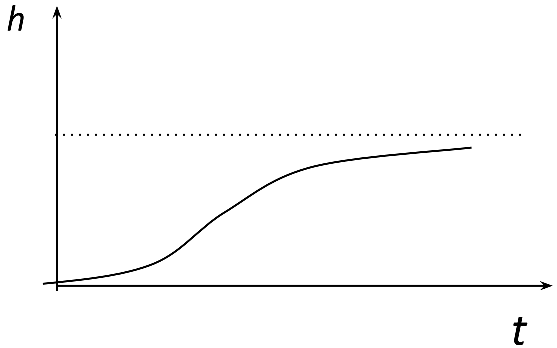
$$g(t) = \frac{K}{T\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\frac{t}{T}}\sin\left(\frac{1}{T}\sqrt{1-\xi^2}\,t\right)$$



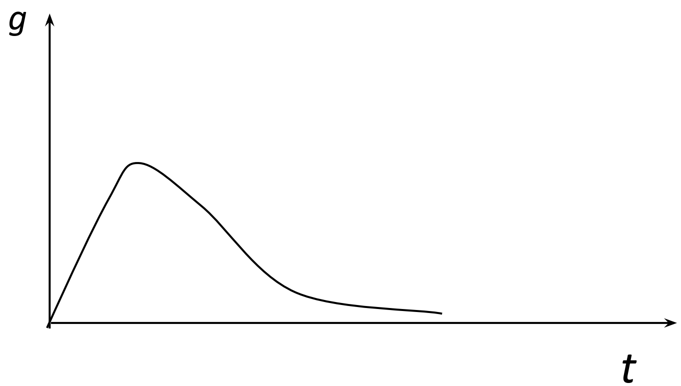


Звено второго порядка (ξ=1)

$$W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1} = \frac{K}{(Tp+1)^2}$$



$$h(t) = K\left[1 - \left(1 + \frac{t}{T}\right) e^{-\frac{t}{T}}\right]$$

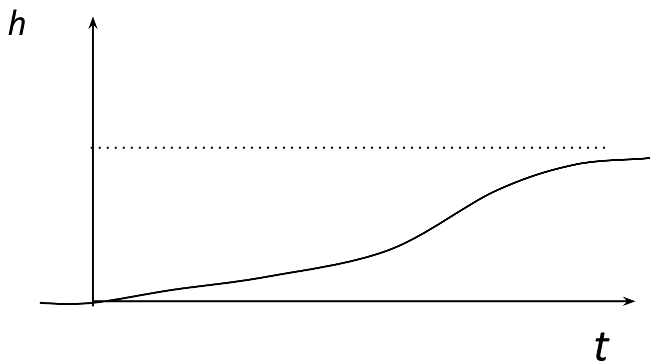


$$g(t) = \frac{Kt}{T^2} e^{-\frac{t}{T}}$$

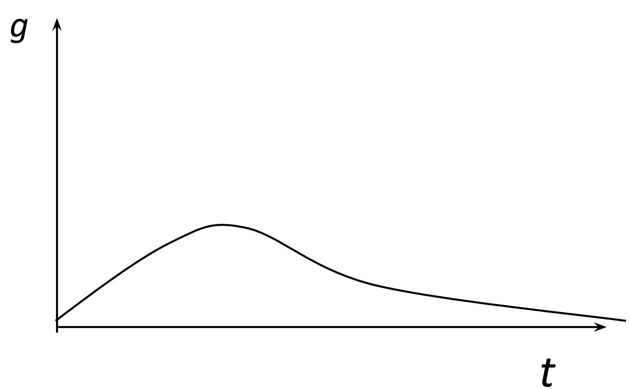
Звено второго порядка (ξ>1)

когда $\xi > 1$ - корни p_1, p_2 действительные

$$W(p) = \frac{K}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1} = \frac{K}{(T_1p+1)(T_2+1)}$$



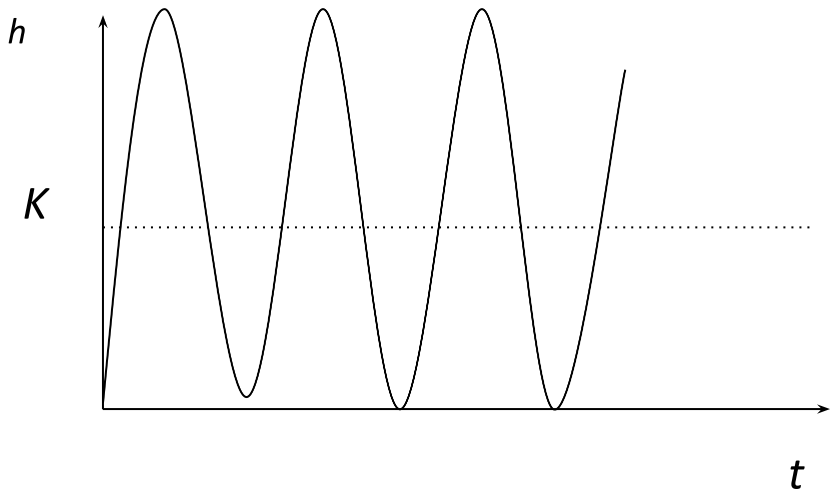
$$h(t) = K\left[1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2}e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2}e^{-\frac{t}{T_2}}\right]$$



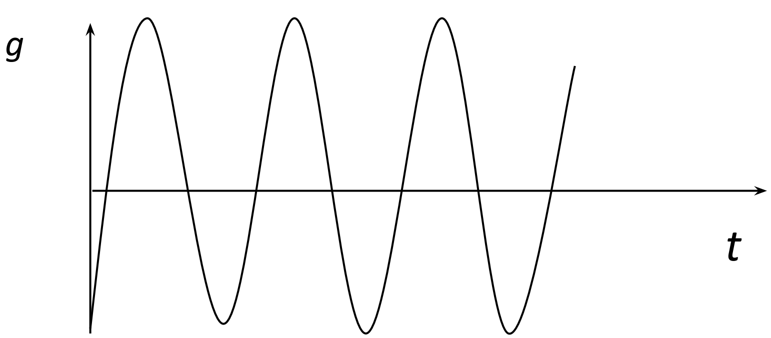
$$g(t) = \frac{K}{T_1 - T_2}\left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}\right)$$

Звено второго порядка (ξ=0)

$$W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1} = \frac{K}{T^2 p^2 + 1}$$



$$h(t) = K\left[1 - sin\left(\frac{t}{T} + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$



$$g(t) = \frac{K}{T} sin\frac{t}{T}$$

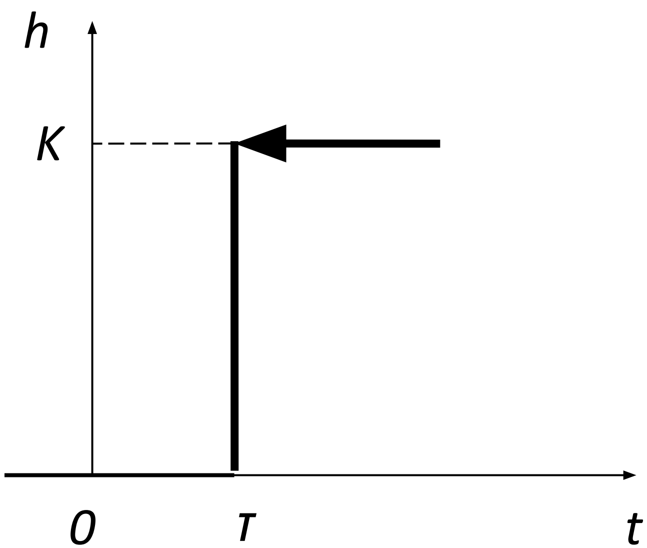
Звено постоянного запаздывания

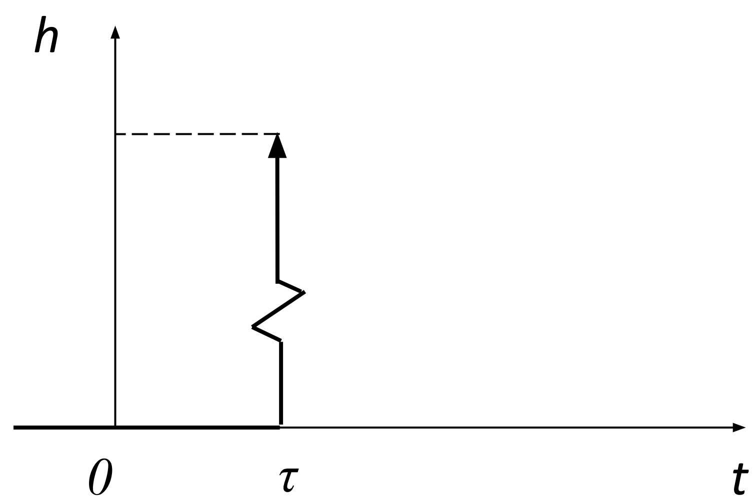
$a_0 y(t) = в_0 x(t\text{-}τ)$ $y(t) = Kx(t\text{-}τ)$

$K = в_0 / a_0$ - коэффициент усиления звена, *т* - постоянная запаздывания

$W(p) = Ke^{-pτ}$

$$\begin{cases} h(t) = K \cdot 1(t\tau), & t > \tau, \\ h(t) = 0, \quad t \le \tau; \end{cases} \qquad \begin{cases} g(t) = K\delta(t-\tau), & t = \tau, \\ g(t) = 0, \quad t \ne \tau. \end{cases}$$





Дифференцирующие и форсирующие звенья

$a_0\, y(t) = в_1\, x^{(1)}(t)$ $\qquad y(t) = Kx^{(1)}(t)$

$K = в_1 / a_0$ - коэффициент усиления звена $\qquad W(p) = Kp$

$h(t) = K \cdot 1^{(1)}(t) = K\delta(t)$ $\qquad g(t) = K\delta^{(1)}(t)$

Форсирующее звено первого порядка

$a_0\, y(t) = в_1\, x^{(1)}(t) + в_0\, x(t)$

$y(t) = KTx^{(1)}(t) + Kx(t) = K[Tx^{(1)}(t) + x(t)]$

$W(p) = K(Tp+1)$

$h(t) = KT \cdot 1^{(1)}(t) + K \cdot 1(t) = KT\delta(t) + K \cdot 1(t)$ $\qquad g(t) = KT\delta^{(1)}(t) + K\delta(t)$

Форсирующее звено второго порядка

$a_0\, y(t) = в_2\, x^{(2)}(t)+в_1\, x^{(1)}(t)+в_0$
$x(t)$
$y(t) = KT^2x^{(2)}(t)+2KT\xi\, x^{(1)}(t)+Kx(t) = K[T^2x^{(2)}(t)+2T\xi\, x^{(1)}(t)+x(t)]$

$W(p) = K(T^2p^2+2T\xi\, p+1)$

$h(t) = KT^{\,2}1^{(2)}(t)+2KT\xi\cdot 1(t)+K\cdot 1(t) = KT^{\,2}\delta^{\,(1)}(t)+2KT\xi\delta\,(t)+K\cdot 1(t)$

$g(t) = KT^{\,2}\delta^{\,(2)}\,(t)+2KT\xi\delta^{\,(1)}(t)+K\delta(t)$