



ИНФОРМАТИКА

8

класс

# ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

# ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

**Логическое выражение** — это запись составного высказывания, составленная

- ◆ из логических переменных,
- ◆ логических значений,
- ◆ знаков логических операций,
- ◆ скобок.

Логические операции имеют следующий приоритет:  
**инверсия, конъюнкция, дизъюнкция.**

Для вычисления значения логического выражения необходимо:

- 1) вычислить значения выражений в скобках (при наличии скобок);
- 2) выполнить логические операции в соответствии с их приоритетом.



# ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ

$$A \vee 0 = A$$

— нулевой операнд не может повлиять на результат логического сложения, который будет полностью зависеть от значения  $A$

$$A \wedge 0 = 0$$

— так как один из операндов равен  $0$ , то результат логического умножения тоже будет равен  $0$ , независимо от того, чему равно  $A$

$$A \vee 1 = 1$$

— так как один из операндов равен  $1$ , то логическая сумма будет равна  $1$  при любом значении  $A$

$$A \wedge 1 = A$$

— единичный операнд не может повлиять на результат логического умножения, который будет полностью зависеть от значения  $A$ .

# ПРИМЕР

Пусть  $X=0$ . Определим истинность высказывания  
 $(X < 13)$  **И НЕ**  $(X < 2)$ .

Вначале определим истинность простых высказываний:

$0 < 13$  — истинное высказывание;

$0 < 2$  — истинное высказывание.

Запишем логическое выражение, соответствующее исходному высказыванию, и вычислим его значение:

$$1 \wedge \neg 1 = 1 \wedge 0 = 0.$$



# ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ

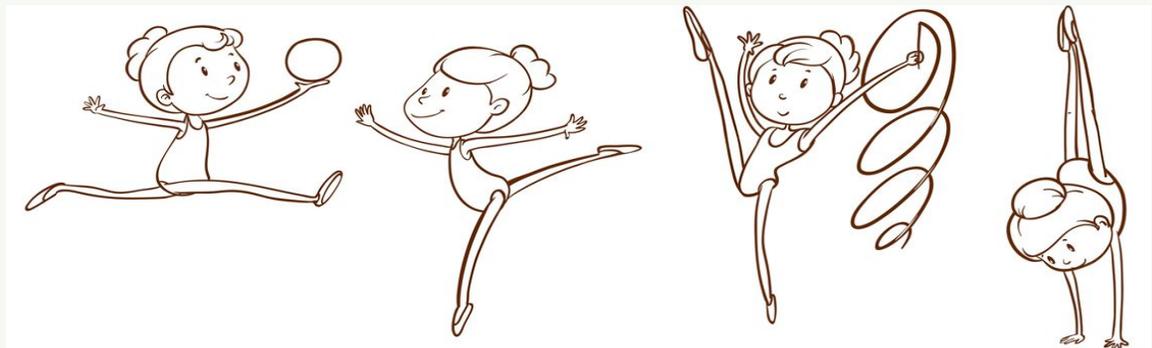
Закон	Арифметика	Математическая логика
Переместительный	$a + b = b + a$ $a \cdot b = b \cdot a$	$a \vee b = b \vee a$ $a \wedge b = b \wedge a$
Сочетательный	$(a + b) + c = a + (b + c)$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$ $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$
Распределительный	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$

# ЗАДАЧА

В соревнованиях по гимнастике участвуют Алла, Валя, Сима и Даша. Болельщики высказали предположения о возможных победителях:

1. Сима будет первой, Валя — второй;
2. Сима будет второй, Даша — третьей;
3. Алла будет второй, Даша — четвёртой.

По окончании соревнований оказалось, что в каждом из предположений только одно из высказываний истинно, другое — ложно. Какое место на соревнованиях заняла каждая из девушек, если все они оказались на разных местах?



# РЕШЕНИЕ

Рассмотрим простые высказывания:

$C_1$  = «Сима заняла первое место»,  $B_2$  = «Валя заняла второе место»;

$C_2$  = «Сима заняла второе место»,  $D_3$  = «Даша заняла третье место»;

$A_2$  = «Алла заняла второе место»,  $D_4$  = «Даша заняла четвёртое место».

По условию задачи: 1)  $C_1 + B_2 = 1$ ,  $C_1 \cdot B_2 = 0$ ;

2)  $C_2 + D_3 = 1$ ,  $C_2 \cdot D_3 = 0$ ;

3)  $A_2 + D_4 = 1$ ,  $A_2 \cdot D_4 = 0$ .

Логическое произведение истинных высказываний – истинно:

$$(C_1 + B_2) \cdot (C_2 + D_3) \cdot (A_2 + D_4) = 1$$



Раскроем скобки – как на уроках математики:

$$(C_1 + B_2) \cdot (C_2 + D_3) \cdot (A_2 + D_4) = 1$$

$$(C_1 \cdot C_2 + C_1 \cdot D_3 + B_2 \cdot C_2 + B_2 \cdot D_3) \cdot (A_2 + D_4) = 1$$

$$\begin{array}{l} C_1 \cdot C_2 \\ B_2 \cdot C_2 \end{array}$$

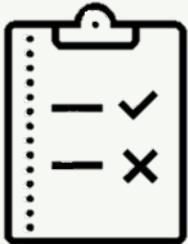
ложные  
высказывания

$$(C_1 \cdot D_3 + B_2 \cdot D_3) \cdot (A_2 + D_4) = 1$$

$$\begin{array}{l} C_1 \cdot D_3 \cdot A_2 + C_1 \cdot D_3 \cdot D_4 + B_2 \cdot D_3 \cdot A_2 + B_2 \cdot D_3 \cdot D_4 = 1 \\ C_1 \cdot D_3 \cdot A_2 = 1 \end{array}$$

**Ответ:** Сима заняла первое место, Алла — второе, Даша — третье.  
Следовательно, Валя заняла четвёртое место.





## ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Пусть  $A = \langle X < 3 \rangle$ ,  $B = \langle X \geq 5 \rangle$ .

Найдите значение логического выражения  $\bar{A} \wedge \bar{B}$  для следующих значений числа  $X$ :

- а) 2
- б) 3
- в) 4
- г) 5
- д) 6

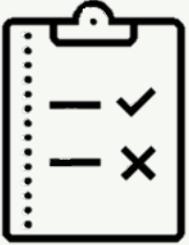


# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Определите **наименьшее** целое число  $X$ , для которого **ИСТИННО** высказывание:

**НЕ** ( $X < 59$ ) **И** **НЕ** ( $X$  — чётное).



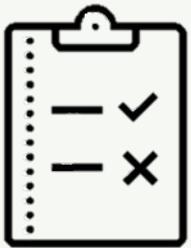


# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Определите **наибольшее** целое число  $X$ , для которого истинно высказывание:

**НЕ** ( $X \geq 60$ ) **И** **НЕ** ( $X$  — нечётное).





# ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

Пусть

$A$  = « $A$  не нравятся уроки математики»,

$B$  = « $A$  не нравятся уроки химии».

Выразите следующие логические выражения на обычном языке:

а)  $A \wedge B$

г)  $A \vee B$

ж)  $A \wedge B$

б)  $\bar{A} \wedge B$

д)  $A \vee \bar{B}$

з)  $A \vee B$

в)  $A \wedge \bar{B}$

е)  $\bar{A} \vee B$

и)  $A \wedge \bar{B}$

---

---

---



В алгебре логики высказывания обозначают буквами и называют **логическими переменными**. 0 и 1, обозначающие значения логических переменных, называют логическими значениями.

Заменяя высказывания логическими переменными, можно рассматривать логические связи как логические операции над переменными.

**Инверсия** — логическая операция, ставящая в соответствие высказыванию новое высказывание, значение которого противоположно значению исходного.

**Конъюнкция** — логическая операция, ставящая в соответствие двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

**Дизъюнкция** — логическая операция, ставящая в соответствие двум высказываниям новое высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны.

**Логическое выражение** — это запись составного высказывания, составленная из логических переменных, логических значений, знаков логических операций и скобок.

## ОСНОВНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

## Инверсия

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

## Конъюнкция

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## Дизъюнкция

A	B	A∨B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Приоритет выполнения логических операций:  $\neg$ ,  $\&$ ,  $\vee$ .