Автоматика и управление

Тема 5. Устойчивость линейных стационарных автоматических систем

ПЗ 8. Определение устойчивости ЛСС с использованием частотных критериев.

Задача № 1

С помощью критерия Михайлова оценить устойчивость АС, характеристическое уравнение которой имеет вид:

$$0{,}0014p^4+0{,}022p^3+0{,}7p^2+1{,}6p+5=0$$

Решение:

Проверяем выполнение необходимого условия:

$$\forall_I \; a_i>0 \quad (i=0...4)$$

Согласно критерию Михайлова поворот вектор-функции Михайлова для устойчивой системы должен быть равен:

$$\Delta\phi=n\frac{\pi}{2}=4\frac{\pi}{2}=2\pi$$

Подставляем вместо комплексной переменной *p*, комплексную переменную *jω.* Полученную таким образом вектор-функцию Михайлова запишем в виде:

$$A(j\omega)=0{,}0014\omega^4-j0{,}022\omega^3-0{,}7\omega^2+j1{,}6\omega+5$$

$$A(j\omega)=X(\omega)+jY(\omega)$$

$$A(j\omega)=(0{,}0014\omega^4-0{,}7\omega^2+5)+j(1{,}6\omega-0{,}022\omega^3)$$

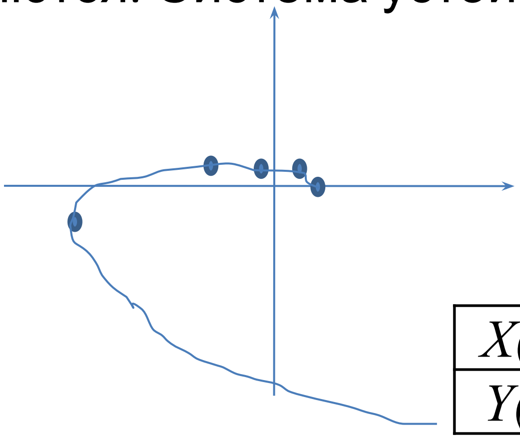
$$X(\omega)=5-0{,}7\omega^2+0{,}0014\omega^4 \qquad Y(\omega)=1{,}6\omega-0{,}022\omega^3$$

$X(\omega)=5-0{,}7\omega^2+0{,}0014\omega^4$ $Y(\omega)=1{,}6\omega-0{,}022\omega^3$

Задаваясь различными значениями частоты ω построим годограф вектор-функции Михайлова:

ω	0	1	3	5	10	30	∞
$X(\omega)$	5	4,3	-1,2	-11,6	-51	508	∞
$Y(\omega)$	0	1,6	4,2	5,25	-6	-546	$-\infty$

Исходная АС 4-го порядка и годограф вектор-функции Михайлова проходит в положительном направлении 4 квадранта ($n \cdot \pi/2$) (развернулся на 180 град.) - условия критерия Михайлова выполняются. Система устойчива.



$X(\omega)$	∞
$Y(\omega)$	$-\infty$

Задача №2

Определить устойчивость АС с характеристическим уравнением

$$p^5+p^4+3p^3+2p^2+p+0{,}5=0$$

Решение:

Функция Михайлова

$A(j\omega)=(j\omega)^5+(j\omega)^4+3(j\omega)^3+2(j\omega)^2+(j\omega)+0{,}5= j\omega^5+\omega^4-j3\omega^3-2\omega^2 +j\omega+0{,}5=$
$=\omega^4-2\omega^2+0{,}5+j(\omega^5-3\omega^3+\omega)$

Определяем корни действительной и мнимой частей $A(j\omega)$

Действительной части: $\omega^4-2\omega^2+0{,}5=0$

$$x_{1,2}=\frac{-в\pm\sqrt{в^2-4ac}}{2a} \qquad x_{1,2}=-\frac{в}{2}\pm\sqrt{\frac{в^2}{4}-c}$$

$$\omega^2=\frac{2\pm\sqrt{4-2}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}=\begin{matrix}1{,}7\\0{,}3\end{matrix}$$

$$\omega_1=\sqrt{1{,}7}=1{,}3$$

$$\omega_2=\sqrt{0{,}3}=0{,}55$$

Из физических соображений $\omega_1= -1{,}3$ и $\omega_2= -0{,}55$ не учитываем, т.к. отрицательных частот не существует

Мнимой части:

$\omega^5 - 3\omega^3 + \omega = 0$

$\omega_3 = 0$ $\quad \omega^4 - 3\omega^2 + 1 = 0$ $\quad \omega^2 = \frac{3 \pm \sqrt{9-4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} =$ 2,6 / 0,4

$\omega_4 = 1{,}6;$ $\omega_6 = 0{,}63$

Располагаем корни в порядке возрастания

$\omega_3 = 0,\ \ \omega_2 = 0{,}55,\ \ \omega_5 = 0{,}63,\ \ \omega_1 = 1{,}3;\ \ \omega_4 = 1{,}6.$

R I R I R

Корни чередуются – система устойчива

Методика оценки устойчивости системы по следствию критерия Михайлова:

а) определяем для замкнутой АС функцию Михайлова

$$A(j\omega)=X(\omega)+jY(\omega).$$

б)вычисляем корни вещественной и мнимой составляющих

$$X(\omega)=0; \quad Y(\omega)=0$$

и располагаем их в порядке возрастания их значений.

в) анализируем порядок следования корней вещественной и мнимой частей.

Если они чередуются между собой, т.е. вектор-функция Михайлова последовательно пересекает координатные оси, - система устойчива. В противном случае – неустойчива.

Задача №3

Определить устойчивость замкнутой АС по критерию Найквиста, если её передаточная функция в разомкнутом состоянии имеет вид:

$$W(p)=\frac{20(0,1p+1)}{p(0,05p-1)}.$$

Решение:

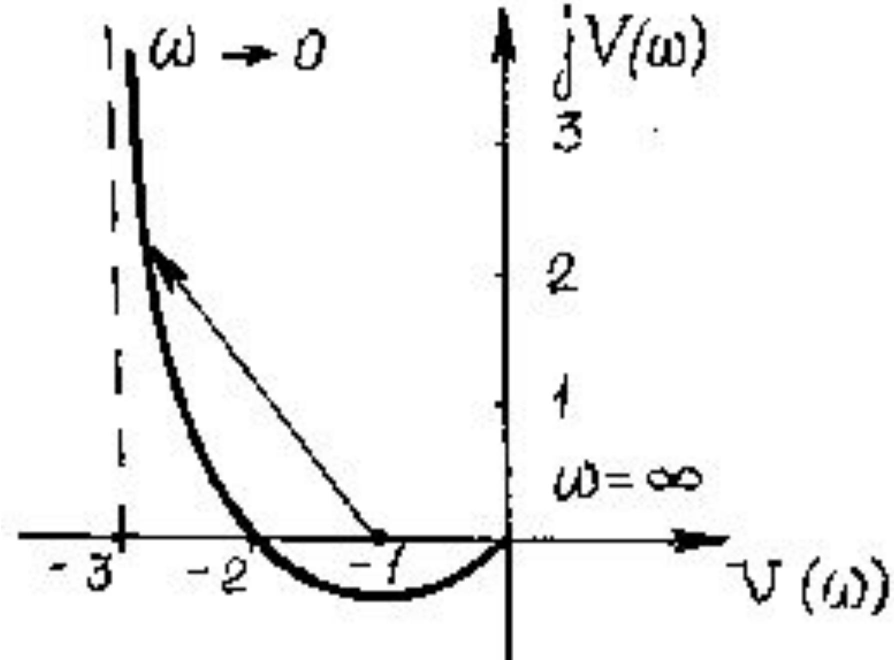
Как следует из вида передаточной функции, характеристический полином разомкнутой АС имеет один нулевой корень ($v_p=1$) и один корень в правой полуплоскости ($\mu_p=1$). Разомкнутая система неустойчива.

Строим АФЧХ разомкнутой системы:

$$W(j\omega)=\frac{20(0,1j\omega+1)}{j\omega(0,05j\omega-1)}=\frac{20(0,1j\omega+1)(-0,05\omega^2+j\omega)}{\omega^2(0,0025\omega^2+1)}=\frac{-3}{(0,0025\omega^2+1)}+$$

$$+j\frac{20-0,1\omega^2}{\omega(0,0025\omega^2+1)}=U(\omega)+jV(\omega).$$

	0	5	10	20	100	∞
$U(\omega)$	-3	-2,82	-2,4	-1,5	-0,115	0
$V(\omega)$	+∞	+3,29	+0,8	-0,5	-0,377	0



Для устойчивости АС:

$\Delta\phi_N = \Delta arg\ N(j\omega) = \pi/2(2\mu_p + \nu_p)$.

Вычислим:

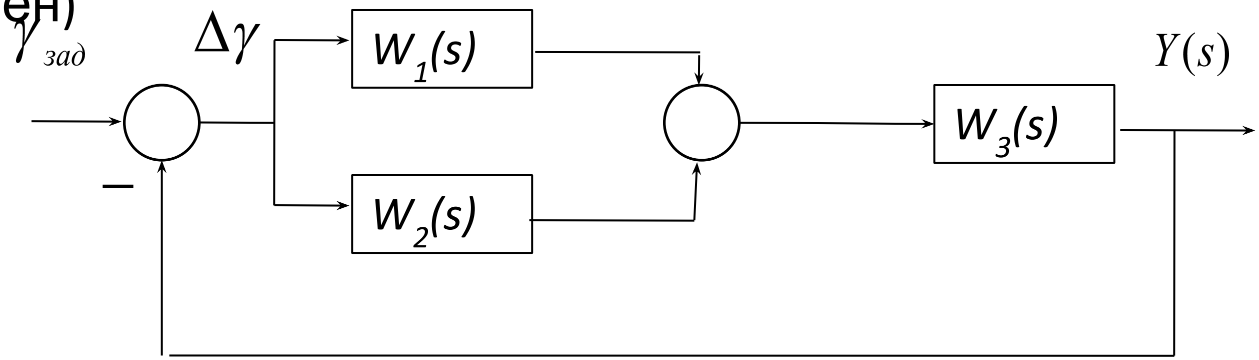
$\Delta\phi_N = \pi/2(2 \cdot 1+1) = 3\pi/2$.

По графику получаем :

$\Delta\phi_N = 3\pi/2$, т.е. замкнутая АС устойчива.

Задача №4 (вариант – номер по списку в журнале)

Задана структурная схема стабилизации гироскопического устройства (γ - крен)



$$W_1(s) = k_1 \qquad W_2(s) = k_2 s \qquad W_3(s) = \frac{k_3}{s(T_3^2 s^2 + 2T_3\xi s + 1)}$$

ПАРАМЕТРЫ	ВАРИАНТЫ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k_1	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
k_2	1,2	1,4	1,6	1,8	2	1,2	1,4	1,6	1,8	2
k_3	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
T_3, c	1	1	1	1	1	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2

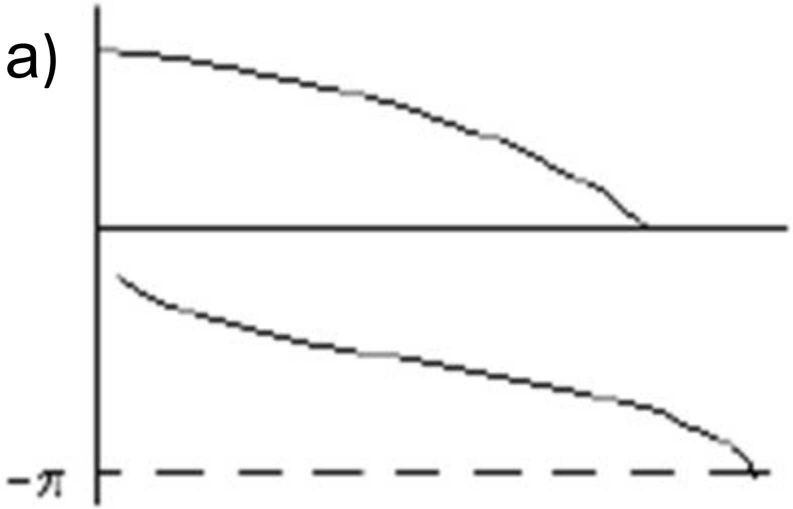
В $W_3(s)$ для первых 10 вариантов $\xi = 0{,}8$, для вторых 10 вариантов $\xi = 0{,}5$

Проверить устойчивость системы с использованием частотных критериев устойчивости.

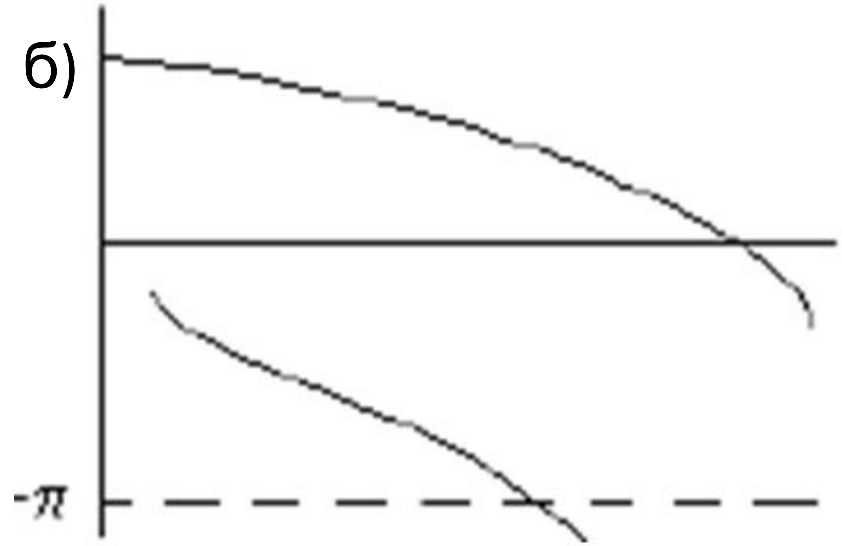
Задача №5

Оценить устойчивость замкнутой АС по известным ЛЧХ разомкнутой системы

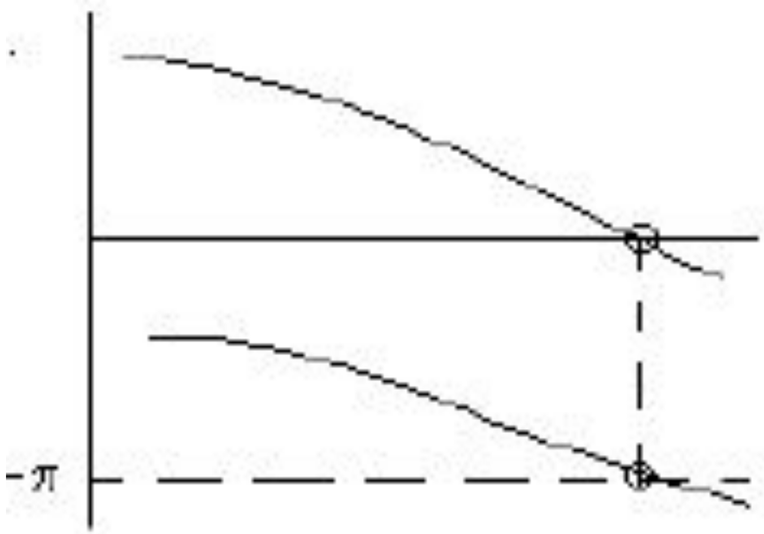
а)



б)



в)



Задача №6

Оценените устойчивость замкнутой АС и определите запасы
устойчивости: