

# Качество САУ

Целью функционирования любой САУ является изменение выходной величины  $y(t)$  в определенном соответствии с законом изменения задающего воздействия  $y_3(t)$ , которое, чаще всего, определяется соотношением  $y(t) = y_3(t)$ .

Кроме обеспечения требования устойчивости САУ должна обладать определенным качеством, под которым понимается точность процесса управления. Количественной оценкой точности служит величина ошибки  $\delta(t)$ , определяемая разностью между заданным и фактическим значениями управляемой величины:

$$\delta(t) = y_3(t) - y(t). \quad (6.1)$$

При этом различают две функции САУ:

- воспроизведение задающего воздействия;
- подавление (компенсация) возмущений.

Из-за инерционностей системы обе перечисленные функции всегда выполняются с некоторой погрешностью, т.е. обычно  $\delta(t) \neq 0$ . Мгновенные значения ошибки не могут быть определены априори на стадии проектирования, так как во время работы САУ задающие и возмущающие воздействия изменяются случайным, неизвестным заранее образом. Поэтому качество работы САУ приходится оценивать с помощью определенных показателей (критериев качества), которые характеризуют точность процесса управления отдельно в установившихся и переходных типовых режимах и имеют количественную меру.

# Точность работы САУ в установившихся режимах

## Понятие статических и астатических систем регулирования.

Системы автоматического регулирования (САР) подразделяются на **статические и астатические**.

**Статическими** называются САР, у которых в установившемся режиме (статическом стационарном) присутствует ошибка регулирования, зависящая от нагрузки. В таких системах все элементы контура регулирования являются статическими элементами.

Статическими называются элементы (звенья) систем, у которых в установившемся режиме существует однозначная связь между входными и выходными величинами. **Например:** электронный усилитель является статическим элементом, если его параметры считать постоянными, неизменными во времени. При этом:

$$U_{\text{вых.}} = U_{\text{вх.}} * K_{\text{усил.}}$$

При указанных допущениях, двигатель постоянного тока также является статическим звеном, если его выходной управляемой величиной (параметром) является скорость вращения вала двигателя ( $\Omega$ ), а входной управляющей величиной – напряжение на якоре двигателя ( $U_{\text{якоря двиг.}}$ ):

$\Omega = K_{\text{дв.}} * U_{\text{якоря двиг.}}$ , где  $K_{\text{дв.}}$  – коэффициент, определяемый параметрами двигателя и условиями его работы.

Покажем, что в статических САР в статическом стационарном режиме всегда присутствует ошибка регулирования, величина которой зависит от величины нагрузки.

Упрощенная функциональная схема САР представлена на рис.1.

## Рассмотрим статическую

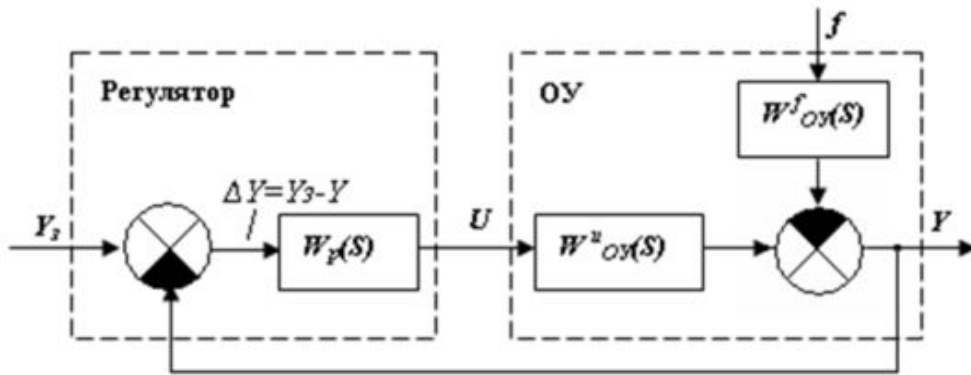
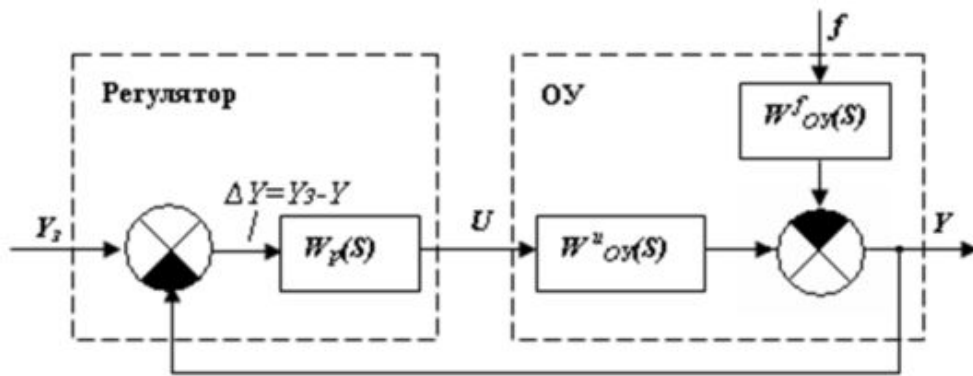


Рис.1. Упрощенная функциональная схема САР

$Y_3$  – задающее значение;  
 $Y$  – выходная управляемая величина;  
 $U$  – управляющее воздействие;  
 $F$  – возмущающее воздействие (нагрузка)  
 $\Delta Y = Y_3 - Y$  – ошибка регулирования;  
 $ОУ$  – объект управления.  
 $W_p(s)$  – передаточная функция регулятора;  
 $W^u_{ou}(s)$  – передаточная функция объекта управления по управлению;  
 $W^f_{ou}(s)$  – передаточная функция объекта управления по возмущению.

Рассмотрим статический стационарный (установившийся) режим, когда параметры системы и входные величины не меняются во времени. Введем обозначения:

$k_0$  – коэффициент передачи ОУ по управляющему воздействию;  
 $k_f$  – коэффициент передачи ОУ по возмущающему воздействию;  
 $k_p$  – коэффициент передачи регулятора;  
 $Y_3$ ,  $F$  и  $Y$  – соответственно: задающее, возмущающее воздействия и регулируемая (управляемая) величина;  
 $\Delta Y$  – ошибка регулирования.



Установившееся состояние рассмотренной системы описывается следующими уравнениями  $f \cdot k_f$ ;

$$U = \Delta Y \cdot k_p = (Y_3 - Y)k_p;$$

$$Y = k_p k_0 (Y_3 - Y) - f \cdot k_f;$$

$$Y = \frac{k_p k_0}{1 + k_p k_0} Y_3 - \frac{k_f}{1 + k_p k_0} f$$

Следовательно, значение выходной (регулируемой) величины  $Y$  при прочих постоянных условиях зависит от нагрузки, а именно, уменьшается с увеличением нагрузки  $f$ .

Из уравнения (1) определим ошибку регулирования  $\Delta Y$

$$\Delta Y = Y_3 - Y = \frac{1}{1 + k_0 k_p} Y_3 + \frac{k_f}{1 + k_0 k_p} f$$

Таким образом, показано, что в статических системах регулирования в стационарном статическом режиме всегда присутствует ошибка регулирования, зависящая величины нагрузки.

Из формулы (2) видно, что влияние  $f$  на  $Y$ , соответственно, и на  $\Delta Y$  можно уменьшить путем увеличения  $k_{раз}$ . полностью устранить ошибку  $\Delta Y$  за счет увеличения  $k_{раз}$  нельзя, так как увеличение  $k_{раз}$  уменьшает запас устойчивости системы и при некотором его значении система становится неустойчивой, то есть не работоспособной.  $k_0 k_p = k_{раз}$

# Астатические системы автоматического регулирования

**Астатические системы автоматического регулирования** от статических систем отличаются **отсутствием в статическом стационарном режиме статической ошибки регулирования** зависящей от величины нагрузки. Ошибка регулирования в астатических системах является постоянной по величине и определяется лишь порогом чувствительности контура регулирования.

**Для обеспечения астатического регулирования в контуре регулирования необходимо устранить жесткую зависимость между положением регулирующего органа и значением регулируемой величины.** В этом случае регулируемую величину можно поддерживать постоянной при любой допустимой нагрузке. **Для этого в контур регулирования необходимо включить астатическое звено.**

**Астатическое звено отличается от статического отсутствием однозначной зависимости между входной ( $X_{вх}$ ), и выходной ( $Y_{вых}$ ) величинами.** В астатических звеньях при  $X_{вх}$  равном нулю,  $Y_{вых}$  может иметь любое значение из допустимого диапазона значений  $Y_{вых}$ , а при  $X_{вх}$  не равном нулю, выходная величина изменяется с постоянной скоростью  $V$ , пропорциональной входной величине.

Примером астатического звена является двигатель постоянного тока, если выходной величиной считать угол поворота вала двигателя, а входной величиной напряжение якоря двигателя. При этом зависимость выходной величины от входной описывается выражением:

$$\varphi = K_{дв} \int_0^t u_{як} dt$$

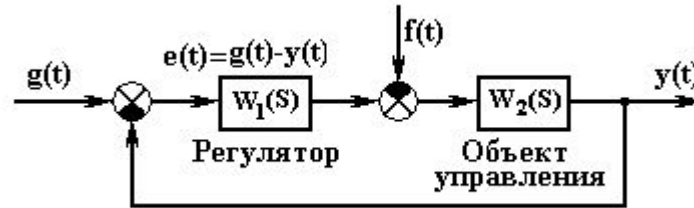
в астатических звеньях выходная величина зависит не только от значения входной величины, но и от времени её действия.

Передаточная функция **идеального астатического (иначе, интегрирующего) звена** имеет вид:

$$W(S) = \frac{K_u}{S} \quad \text{ил} \quad W(S) = \frac{1}{T_u S}, \quad \text{где} \quad T_u = \frac{1}{K_u}$$

и

# Точность линейных САР в статическом стационарном режиме



Определим для установившегося состояния изображение по Лапласу: полной ошибки регулирования:

$$E(S) = W_{ge}(S)G(S) + W_{fe}(S)F(S).$$

Где

$$W_{ge}(S) = \frac{1}{1 + W_1(S) \cdot W_2(S)} \quad W_{fe}(S) = \frac{W_2(S)}{1 + W_1(S) \cdot W_2(S)}$$

е

– передаточные функции замкнутой системы, соответственно, по задающему и возмущающему воздействиям и ошибке регулирования.

При стационарном статическом режиме внешние воздействия постоянны по величине, то есть:

$$g(t) = g_0 - const; \quad \text{и, соответственно, имеем} \quad G(S) = L^{-1}[g(t)] = L^{-1}[g_0] = \frac{g_0}{S}$$

$$f(t) = f_0 - const; \quad \text{и} \quad F(S) = L^{-1}[f(t)] = L^{-1}[f_0] = \frac{f_0}{S}$$

Используя формулу предельного перехода, получим:

Начальное значение оригинала	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
Конечное значение оригинала	$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

$$E_{ycm} = \lim_{S \rightarrow 0} S \cdot E(S) = \lim_{S \rightarrow 0} S \left[ W_{ge}(S) \cdot \frac{g_0}{S} + W_{fe}(S) \cdot \frac{f_0}{S} \right] = W_{ge}(0) \cdot g_0 + W_{fe}(0) \cdot f_0$$

**в стационарном статическом режиме в системе присутствуют две составляющие статической ошибки, обусловленные задающим и возмущающим воздействиями.**

Определим выражение ошибки для **статической системы**.

В этом случае передаточные функции регулятора и объекта управления не содержат интегрирующих звеньев и, следовательно, их передаточные функции имеют вид:

$$W_1(S) = \frac{K_1 B_1(S)}{D_1(S)} \qquad W_2(S) = \frac{K_2 B_2(S)}{D_2(S)}$$

Здесь  $K_1$  и  $K_2$  статические коэффициенты передачи соответственно регулятора и объекта управления.  $B_1(S)$ ,  $B_2(S)$ ,  $D_1(S)$ ,  $D_2(S)$  – полиномы числителя и знаменателя соответствующих передаточных функций имеющих вид:

$$D(S) = d_0 S^n + d_1 S^{n-1} + d_2 S^{n-2} + \dots + d_{n-1} S + 1.$$

В установившемся состоянии при  $g(t) = g_0 - const$ ; и  $f(t) = f_0 - const$ ;  $S = 0$  имеем:  $B_1(0) = B_2(0) = D_1(0) = D_2(0) = 1$ , то есть  $W_1(0) = K_1$ , и  $W_2(0) = K_2$ . В этом случае:

$$E_{уст} = \frac{1}{1 + K_1 K_2} g_0 + \frac{K_2}{1 + K_1 K_2} f_0$$

Таким образом, в **статической системе присутствуют обе составляющие ошибки, обусловленные задающим и возмущающим воздействиями**.

Из приведенной формулы видно, что величину статической ошибки можно уменьшить за счёт увеличения  $K_1$ , однако, увеличение коэффициента усиления регулятора снижает запас устойчивости системы и при некотором значении коэффициента усиления разомкнутой системы ( $K_{раз} = K_1 * K_2$ ) система становится неустойчивой. Таким образом, требования точности и устойчивости – противоречивы.

**В случае астатической системы возможны два варианта:**

1 – астатический объект и статический регулятор;

2 – астатический регулятор и статический объект.

Рассмотрим **первый** случай – астатический объект и статический регулятор.

$$W_1(S) = \frac{K_1 B_1(S)}{D_1(S)} \quad W_2(S) = \frac{K_2 B_2(S)}{S \cdot D_2(S)}$$

При  $S = 0$  имеем:  $B_1(0) = B_2(0) = D_1(0) = D_2(0) = 1$ , то есть  $W_1(0) = K_1$ , а  $W_2(0) = K_2/S$

Отсюда получим:

$$E_{ycm} = \frac{1}{1 + K_1 \frac{K_2}{S}} g_0 + \frac{\frac{K_2}{S}}{1 + K_1 \frac{K_2}{S}} f_0$$

Таким образом, при  $S = 0$

$$E_{ycm} = 0 \cdot g_0 + \frac{1}{K_1} f_0$$

имеем

**В данном случае отсутствует ошибка, обусловленная задающим воздействием.**

**Второй** случай – астатический регулятор и статический объект.

$$W_1(S) = \frac{K_1 B_1(S)}{S \cdot D_1(S)} \quad W_2(S) = \frac{K_2 B_2(S)}{D_2(S)}$$

При  $S = 0$  имеем:  $B_1(0) = B_2(0) = D_1(0) = D_2(0) = 1$  то есть  $W_1(0) = K_1/S$ , а  $W_2(0) = K_2$ , отсюда получим:

$$E_{ycm} = \frac{1}{1 + \frac{K_1}{S} K_2} g_0 + \frac{\frac{K_2}{S}}{1 + \frac{K_1}{S} K_2} f_0$$

При  $S = 0$  имеем

$$E_{ycm} = 0 \cdot g_0 + 0 \cdot f_0 = 0$$

**В этом случае отсутствуют обе составляющие ошибки.**



## **Выводы:**

- 1 – в статической системе в стационарном статическом режиме присутствует ошибка регулирования зависящая от значений коэффициентов усиления  $K_1$  и  $K_2$  и внешних воздействий  $g_o$  и  $f_o$
- 2 – в астатической системе ошибка регулирования равна нулю, если возмущающее воздействие приложено после астатического звена.

**Структура астатической системы управления.** *Для того чтобы система управления была астатической с астатизмом  $r$ -го порядка относительно задающего воздействия, нужно, чтобы она содержала  $r$  последовательно соединенных интегрирующих звеньев во всем замкнутом контуре.*

*Для того чтобы система управления была астатической с астатизмом  $r$ -го порядка относительно возмущения, нужно, чтобы она содержала  $r$  последовательно соединенных интегрирующих звеньев, включенных между точкой съема ошибки  $e$  и точкой приложения возмущения  $f$ .*