ПРОИЗВОДНАЯ

Учитель ГБОУ СОШ №185
Панченко Т.А.

- Из истории;
- Понятие о производной;
- Правила вычисления производной:
  - -Основные правила дифференцирования,
  - -Производная степенной функции.
- Производная сложной функции:
  - -Сложная функция,
  - -Производная триногометрических функций;
- Применение.

Формула производной встречается нам ещё в 15 веке. Великий итальянский математик Тартальи, рассматривая и развивая вопрос - на сколько зависит дальность полёта снаряда от наклона орудия - применяет её в своих трудах. Посвящает целый трактат о роли производной в математике известный учёный Галилео Галилей. Затем производная и различные изложения с её применением стали встречаться в работах Декарта, французского математика Роберваля и англичанина Грегори. Большой вклад по изучению производной внесли такие умы, как Лопиталь, Бернулли, Лангранж и др

Понятие о производной

Производной функции f в точке x0 называется число, к которому стремится разностное отношение

$$\Delta f/\Delta x = f(x0+\Delta x) - f(x0)/\Delta x$$

при ΔX, стремящемся к нулю.

Основные правила дифференцирования

Правило №1. Если функции u и v дифференцируемыв точке x0,то их сумма дифференцируема в этой точке $(u+v)'= u'+v'$.

Коротко говорят: производная суммы равна сумме производных.

Лемма. Если функция f дифференцируема в точке $x0$,то она непрерывна в этой точке: $\Delta f \to 0$ при $\Delta x \to 0$, т.е. $f(x0+\Delta x) \to (x0)$ при $\Delta x \to 0$.

Правило №2. Если функции u и v дифференцируема в точке x0,то произведение дифференцируемо в этой точке и (uv)'=u'v+uv'.

Следствие.Если функция u дифференцируема в точке x0,а C-постоянная, то функция Cu дифференцируема в этой точке и (Cu)'=Cu'. Коротко говорят: постоянный множитель можно выносить за знак прозводной.

Правило №3. Если функции u и v дифференцируемы в точке x_0 и функция v не равна нулю в этой точке, то частное u/v также дифференцируемо в x_0 и $(u/v)'=u'v-uv'/v^2$.

Производная степенной функции:

Для любого целого n и любого x

($x \neq 0$ при $n \leq 1$)

$(x^n)'=nx^{n\ 1-}$.

Целые рациональные функции (многочлены) и дробно-рациональные функции дифференцируемы в каждой точке своей области определения.

Производная сложной функции:

Если функция f имеет производную в точке $x0$,а функция g имеет производную в точке $y0=f(x0)$, то сложная функция $h(x)=g(f(x))$ также имеет производную в точке $x0$ причём $h'(x0)=g'(f(x0))\cdot f'(x0)$.

Производные тригонометрических функций:

Формула производной синуса:

Функция синус имеет производную в любой точке и $(\sin x)'=\cos x$.

Формулы дифференцирования косинуса, тангенса и котангенса: функции $y=\cos x$, $y=\operatorname{tg} x$, $y=\operatorname{ctg} x$ имеют производные в каждой точке своей области определения, и справедливы формулы:

$$(\cos x)'=-\sin x,$$

$$(\operatorname{tg} x)'=1/\cos^2 x,$$

$$(\operatorname{ctg} x)'=-1/\sin^2 x.$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x,$$

$$(\mathrm{tg} x)' = 1/\cos^2 x,$$

$$(\mathrm{ctg}\, x)' = -1/\sin^2 x.$$

Производные широко применимы в настоящее время, например, в экономическом анализе. Они помогают точно вывести данные об изменении экономики государства. Используя их, можно совершенно точно просчитать, как можно увеличить доход государства и за счёт чего он может быть увеличен

Производная широко используется для исследования функций, т.е. для изучения различных свойств функций. Например, с помощью производной можно находить промежутки возрастания и убывания функции, ее наибольшие и наименьшие значения.