



«Качество образования в ОУ:  
подходы, критерии, пути достижения»

**«Сущность применения некоторых методов  
математической статистики при проведении  
педагогических исследований»**

к.псх.н. педагог-психолог ЦПМСС «Лабиринт»

Митюхина Н.П.

*ВОЛЖСК, 2012*



*Если что-либо делается  
неправильно  
достаточно часто,  
оно становится правильным.  
Закон Мерфи*

# Математическая статистика

- Занимается как статистическим описанием результатов опытов или наблюдений, так и построением и проверкой подходящих математических моделей, содержащих понятие вероятности.
- Ее методы расширяют возможности научного предсказания и рационального принятия решения, где существенные параметры не могут быть известны или контролируемы с достаточной точностью.

# Диагностика в педагогической практике

## Решает следующие задачи:

1. прослеживает результативность работы учащихся и педагога;
2. выступает как инструмент формирования.

## Ведущие функции диагностики педагогического процесса включают:

- установление обратной связи;
- оценку результативности;
- воспитательно-побуждающее воздействие;
- коммуникацию, позволяющую обмениваться информацией;
- конструирование (на основе диагноза можно проектировать личность учащихся);
- прогноз как предсказание будущего развития, интеллектуального или личностного роста, профессиональной направленности учащихся.

# Назначение t-критерия Стьюдента

- Критерий Стьюдента направлен на оценку различий величин средних значений двух выборок, которые распределены по нормальному закону.
- Одним из главных достоинств критерия является широта его применения. Он может быть использован для сопоставления средних у связных и несвязных выборок, причем выборки могут быть не равны по величине.

# Критические точки распределения Стьюдента.

<b>к \ <math>\alpha</math></b>	<b>0,1</b>	<b>0,05</b>	<b>0,02</b>	<b>0,01</b>	<b>0,001</b>
<b>20</b>	<b>1,7247</b>	<b>2,0860</b>	<b>2,5280</b>	<b>2,8453</b>	<b>3,8495</b>
<b>21</b>	<b>1,7207</b>	<b>2,0796</b>	<b>2,5176</b>	<b>2,8314</b>	<b>3,8193</b>
<b>22</b>	<b>1,7171</b>	<b>2,0739</b>	<b>2,5083</b>	<b>2,8188</b>	<b>3,7921</b>
<b>23</b>	<b>1,7139</b>	<b>2,0687</b>	<b>2,4999</b>	<b>2,8073</b>	<b>3,7676</b>
<b>24</b>	<b>1,7109</b>	<b>2,0639</b>	<b>2,4922</b>	<b>2,7969</b>	<b>3,7454</b>
<b>25</b>	<b>1,7081</b>	<b>2,0595</b>	<b>2,4851</b>	<b>2,7874</b>	<b>3,7251</b>
<b>26</b>	<b>1,7056</b>	<b>2,0555</b>	<b>2,4786</b>	<b>2,7787</b>	<b>3,7066</b>
<b>27</b>	<b>1,7033</b>	<b>2,0518</b>	<b>2,4727</b>	<b>2,7707</b>	<b>3,6896</b>
<b>28</b>	<b>1,7011</b>	<b>2,0484</b>	<b>2,4671</b>	<b>2,7633</b>	<b>3,6739</b>
<b>29</b>	<b>1,6991</b>	<b>2,0452</b>	<b>2,4620</b>	<b>2,7564</b>	<b>3,6594</b>
<b>30</b>	<b>1,6973</b>	<b>2,0423</b>	<b>2,4573</b>	<b>2,7500</b>	<b>3,6460</b>
<b>35</b>	<b>1,6896</b>	<b>2,0301</b>	<b>2,4377</b>	<b>2,7238</b>	<b>3,5911</b>
<b>40</b>	<b>1,6839</b>	<b>2,0211</b>	<b>2,4233</b>	<b>2,7045</b>	<b>3,5510</b>
<b>45</b>	<b>1,6794</b>	<b>2,0141</b>	<b>2,4121</b>	<b>2,6896</b>	<b>3,5203</b>
<b>50</b>	<b>1,6759</b>	<b>2,0086</b>	<b>2,4033</b>	<b>2,6778</b>	<b>3,4960</b>

# Расчет коэффициента корреляции t - критерия Стьюдента для несвязанных выборок на этапе констатирующего эксперимента

№	X	Y	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta X^2$	$\Delta Y^2$
1	2	3	4	5	6	7
1	7.9	6.2	2.66	1	7.07	1
2	3.8	3.6	1.44	1.6	2.07	2.56
3	5.1	3.7	0.14	1.5	0.02	2.25
4	7.7	5.9	2.46	0.7	6.05	0.49
5	3.7	7.4	1.54	2.2	2.37	4.84
6	4.8	5.7	0.44	0.5	0.19	0.25
7	4.2	2.4	1.04	2.8	1.08	7.84
8	4.2	6.9	1.04	1.7	1.08	2.89
9	3.8	4	1.44	1.2	2.07	1.44
10	5.2	4	0.04	1.2	1.08	1.44
11	5.2	5.6	0.04	0.4	1.08	0.16
12	5.8	8.6	0.24	3.4	0.06	11.56
13	6.8	3.5	1.21	1.7	1.46	2.83
14	5.8	5.2	0.24	0	0.06	0
15	4.7	5.9	0.54	0.7	0.29	0.49

Вычислим среднее  
арифметическое значение  
для вариации ряда X по формуле:

$$X = \frac{\sum X_i}{n} \quad (1);$$

где:  $\sum X_i = X_1 + X_2 + \dots + X_n \quad (2)$

n - число испытуемых

$$\sum X_i =$$

$$7,9 + 3,8 + 5,1 + 7,7 + 3,7 + 4,8 + 4,2 + 4,2 + 3,8 + 5,2 + 5,2 + 5,8 + 6,8 + 5,8 + 4,7 = 78,6$$

$$78,6$$

$$X = \frac{78,6}{15} = 5,24$$

Вычислим среднее  
арифметическое значение  
для вариации ряда Y по формуле:

$$Y = \frac{\sum Y_i}{n} \quad (3)$$

где:  $\sum Y_i = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$ ; (4)

$$Y_i = 6,2 + 3,6 + 3,7 + 5,9 + 7,4 + 5,7 + 2,4 + 6,9 + 4 + 4 + 5,6 + 8,6 + 3,5 + 5,2 + 5,9 = 78$$

$$Y = \frac{78}{15} = 5,2$$

# Вычислим текущее значение

$\Delta X$  по формуле:

$$\Delta X = |X_i - X| \quad (5)$$

$$\Delta X_1 = 7,9 - 5,24 = 2,66$$

$$\Delta X_2 = 3,8 - 5,24 = 1,44$$

$$\Delta X_3 = 5,1 - 5,24 = 0,14$$

$$\Delta X_4 = 7,7 - 5,24 = 2,46$$

$$\Delta X_5 = 3,7 - 5,24 = 1,54$$

$$\Delta X_6 = 4,8 - 5,24 = 0,44$$

$$\Delta X_7 = 4,2 - 5,24 = 1,04$$

$$\Delta X_8 = 4,2 - 5,24 = 1,04$$

$$\Delta X_9 = 3,8 - 5,24 = 1,44$$

$$\Delta X_{10} = 5,2 - 5,24 = 0,04$$

$$\Delta X_{11} = 5,2 - 5,24 = 0,04$$

$$\Delta X_{12} = 5,8 - 5,24 = 0,24$$

$$\Delta X_{13} = 6,8 - 5,24 = 1,21$$

$$\Delta X_{14} = 5,8 - 5,24 = 0,56$$

$$\Delta X_{15} = 4,7 - 5,24 = 0,54$$

Полученные данные заносим в таблицу № 1 (графа 4)

Вычислим текущее значение

$\Delta Y$  по формуле:

$$\Delta Y = |Y_i - Y| \quad (6)$$

$$\Delta Y_1 = |6,2 - 5,2| = 1$$

$$\Delta Y_2 = |3,6 - 5,2| = 1,6$$

$$\Delta Y_3 = |3,7 - 5,2| = 1,5$$

$$\Delta Y_4 = |5,9 - 5,2| = 0,7$$

$$\Delta Y_5 = |7,4 - 5,2| = 2,2$$

$$\Delta Y_6 = |5,7 - 5,2| = 0,5$$

$$\Delta Y_7 = |2,4 - 5,2| = 2,8$$

$$\Delta Y_8 = |6,9 - 5,2| = 1,7$$

$$\Delta Y_9 = |4 - 5,2| = 1,2$$

$$\Delta Y_{10} = |4 - 5,2| = 1,2$$

$$\Delta Y_{11} = |5,6 - 5,2| = 0,4$$

$$\Delta Y_{12} = |8,6 - 5,2| = 3,4$$

$$\Delta Y_{13} = |3,5 - 5,2| = 1,7$$

$$\Delta Y_{14} = |5,2 - 5,2| = 0$$

$$\Delta Y_{15} = |5,9 - 5,2| = 0,7$$

Полученные данные заносим в таблицу № 1 (графа 5)

Возведем значение  $\Delta X_i$  в квадрат:

$$\Delta X_1^2 = 2,66^2 = 7,07$$

$$\Delta X_2^2 = 1,44^2 = 2,07$$

$$\Delta X_3^2 = 0,14^2 = 0,02$$

$$\Delta X_4^2 = 2,44^2 = 6,05$$

$$\Delta X_5^2 = 1,54^2 = 2,37$$

$$\Delta X_6^2 = 0,44^2 = 0,19$$

$$\Delta X_7^2 = 1,04^2 = 1,08 \quad \text{и так далее.}$$

Полученные данные заносим в таблицу № 1 (графа 6)

Возведем значение  $\Delta Y_i$  в квадрат:

$$\Delta Y_1^2 = 1^2 = 1$$

$$\Delta Y_2^2 = 1,6^2 = 2,56$$

$$\Delta Y_3^2 = 1,5^2 = 2,25$$

$$\Delta Y_4^2 = 0,7^2 = 0,49$$

$$\Delta Y_5^2 = 2,2^2 = 4,84$$

$$\Delta Y_6^2 = 0,5^2 = 0,25$$

$$\Delta Y_7^2 = 2,8^2 = 7,84 \text{ и так далее.}$$

Полученные данные заносим в таблицу № 1 (графа 7)

Вычислим среднеквадратичное отклонение по формуле:

для значения X

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum \Delta X^2}{n-1}} ; \quad (7)$$

где:  $\sum \Delta X^2 = \Delta X_1^2 + \Delta X_2^2 + \dots + \Delta X_i^2$  (8)

$$\begin{aligned} \sum \Delta X^2 = & 7,07 + 2,07 + 0,02 + 6,05 + 2,37 + 0,19 + 1,08 \\ & + 1,08 + 2,07 + 1,08 + 1,08 \\ & + 0,06 + 1,46 + 0,06 + 0,29 = 26,03 \end{aligned}$$

$$S_x = \sqrt{26,03 : (15 - 1)} = 1,36$$

Вычислим среднеквадратичное отклонение по формуле:

для значения  $Y$ :

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum \Delta Y^2}{n-1}}; \quad (9)$$

где:  $\sum \Delta Y^2 = \Delta Y_1^2 + \Delta Y_2^2 + \dots + \Delta Y_i^2$  (10)

$$\sum \Delta Y^2$$

$$= 1,0 + 2,56 + 2,25 + 0,49 + 4,84 + 0,25 + 7,84 + 2,89 + 1,44 + 1,44 + 0,16 + 11,56 + 2,89 + 0 + 0,49 = 40,1$$

$$S_y = \sqrt{\frac{40,1}{10}} = 1,69$$

Вычислим ошибку средне-  
арифметического по формуле:

для значения X:  $m_x = \frac{S_x}{\sqrt{n}}$  (11)

$$m_x = 1,36 : 3,87 = 0,35$$

для значения Y:  $m_y = \frac{S_y}{\sqrt{n}}$  (12)

$$m_y = 1,69 : 3,87 = 0,44$$

значение  $t$  - критерия Стьюдента по формуле:

$$t_{\varepsilon} = \frac{X - Y}{\sqrt{m_x^2 + m_y^2}} \quad (13);$$

$$t_{\varepsilon} = \frac{5,24 - 5,2}{\sqrt{0,35^2 + 0,44^2}} = 0,042$$

Оценим полученную величину эмпирического значения по таблице "Стандартные значения  $t$  - критерия Стьюдента"

# Вывод по результатам констатирующего эксперимента:

$$t_{\text{э}} 0,042 < t_{p=0,05} 2,05$$

Можно сделать вывод, что экспериментальная и контрольная группы на данном этапе эксперимента имеют одинаковый уровень развития памяти.

# Расчет коэффициента корреляции t - критерия Стьюдента для несвязанных выборок на этапе контрольного эксперимента

№	X	Y	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta X^2$	$\Delta Y^2$
1	2	3	4	5	6	7
1	9,5	6,7	1,6	0,8	2,56	0,64
2	7,1	4,7	0,8	1,2	0,64	1,44
3	8,3	4,9	0,4	1,0	0,16	1,0
4	9,9	7,0	2,0	1,1	4,0	1,21
5	6,2	7,1	1,7	1,2	2,89	1,44
6	7,6	5,7	0,2	0,2	0,04	0,04
7	7,3	3,2	0,6	2,7	0,36	7,29
8	6,2	7,2	1,7	1,3	2,89	1,69
9	6,5	5,5	1,4	0,4	1,96	0,16
10	7,5	4,5	0,4	1,4	0,16	1,96
11	8,6	6,1	0,7	0,2	0,49	0,04
12	8,5	9,3	0,6	3,4	0,36	11,56
13	9,1	4,6	1,2	1,3	1,44	1,69
14	9,3	5,8	1,4	0,1	1,96	0,01
15	7,8	6,6	0,1	0,7	0,01	0,49

# Вывод по результатам контрольного эксперимента:

$$t_{\text{э}} 4,13 < t_{p=0,001} 3,66$$

Можно сделать вывод, что экспериментальная и контрольная группы на данном этапе эксперимента имеют существенные различия в уровне развития памяти.

Т.е. предположение о том, что проведенный нами формирующий эксперимент (коррекционная работа) существенно повысит уровень развития памяти, подтвердилась.

# Прикладные программы:

Для научных исследований можно также использовать прикладные программы математического и статистического анализа типа пакетов

- **Statistica**
- **StatGraphics**
- **SPSS**
- **Matlab**
- **Mathematica**
- **Maple**
- **MathCAD и т.п.**

# Основная литература

- Кутейников А.Н. Математические методы в психологии. Учебное пособие [Текст] / А.Н. Кутейников. – СПб.: Речь, 2008. – 172 с.
- Митина, О.В. Математические методы в психологии. Практикум. [Текст] / О.В. Митина. – М.: Аспект-Пресс, 2008. – 237 с.
- Наследов, А.Д. Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных. Учебное пособие. [Текст] / А.Д. Наследов. – СПб.: Речь, 2004. – 392 с.
- Остапенко Р.И. Математические основы психологии [Текст]. Учебно-методическое пособие. – Воронеж.: ВГПУ, 2010. – 76 с.
- Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. [Текст] / Е.В. Сидоренко. – СПб.: Речь, 2006. – 350 с.
- Суходольский, Г.В. Математические методы в психологии. [Текст] / Г.В. Суходольский. – Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр, 2006. – 284 с.

# Дополнительная литература

- Дружинин, В.Н. Экспериментальная психология: Учебник для вузов [Текст] / В.Н. Дружинин. – 2-е изд., доп. – СПб.: Питер, 2003. – 319 с.
- Загвязинский, В.И., Атаханов, Р. Методология и методы психолого-педагогического исследования. [Текст] / В.И. Загвязинский, Р. Атаханов. – М.: Изд. центр “Академия”, 2001. – 208 с.
- Образцов, П.И. Психолого-педагогическое исследование: методология, методы, методика. [Текст] / П.И. Образцов. – Орел, 2003. – 295 с.
- Суходольский, Г.В. Математическая психология [Текст] / Г.В. Суходольский. – Харьков.: Изд-во Гуманитарный центр, 2006. – 360 с.
- Солсо, Р.Л. Экспериментальная психология [Текст] / Роберт Солсо, Кимберли Маклин. – 8-е изд. Доп., перераб. – СПб.: ПРАЙМ-ЕВРОЗНАК, 2006. – 480 с.
- SPSS для Windows. Руководство пользователя SPSS, Книга 1. – М.: Статистические системы и сервис. 1995.

# Интернет-ресурсы:

- [www.statsoft.ru](http://www.statsoft.ru)
- [www.spss.ru](http://www.spss.ru)
- <http://psyfactor.org/lybr10.htm>
- [http://www.koob.ru/ostapenko\\_r/mathem\\_  
psych](http://www.koob.ru/ostapenko_r/mathem_psych)



**СПАСИБО  
ЗА  
ВНИМАНИЕ**