Функции $y = tgx$ и $y = ctgx$, их свойства и графики

Определение

Тангенсом угла α называют число, равное отношению sin α к cos α, обозначают tg α, т. е.

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

Тангенс определён для всех углов α, кроме тех, для которых косинус равен нулю

Для любого угла α ≠ π/2 + πk, kЄZ существует, и притом единственный tg α

Ось тангенсов

$$tg\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$tg\frac{\pi}{4} = 1$$

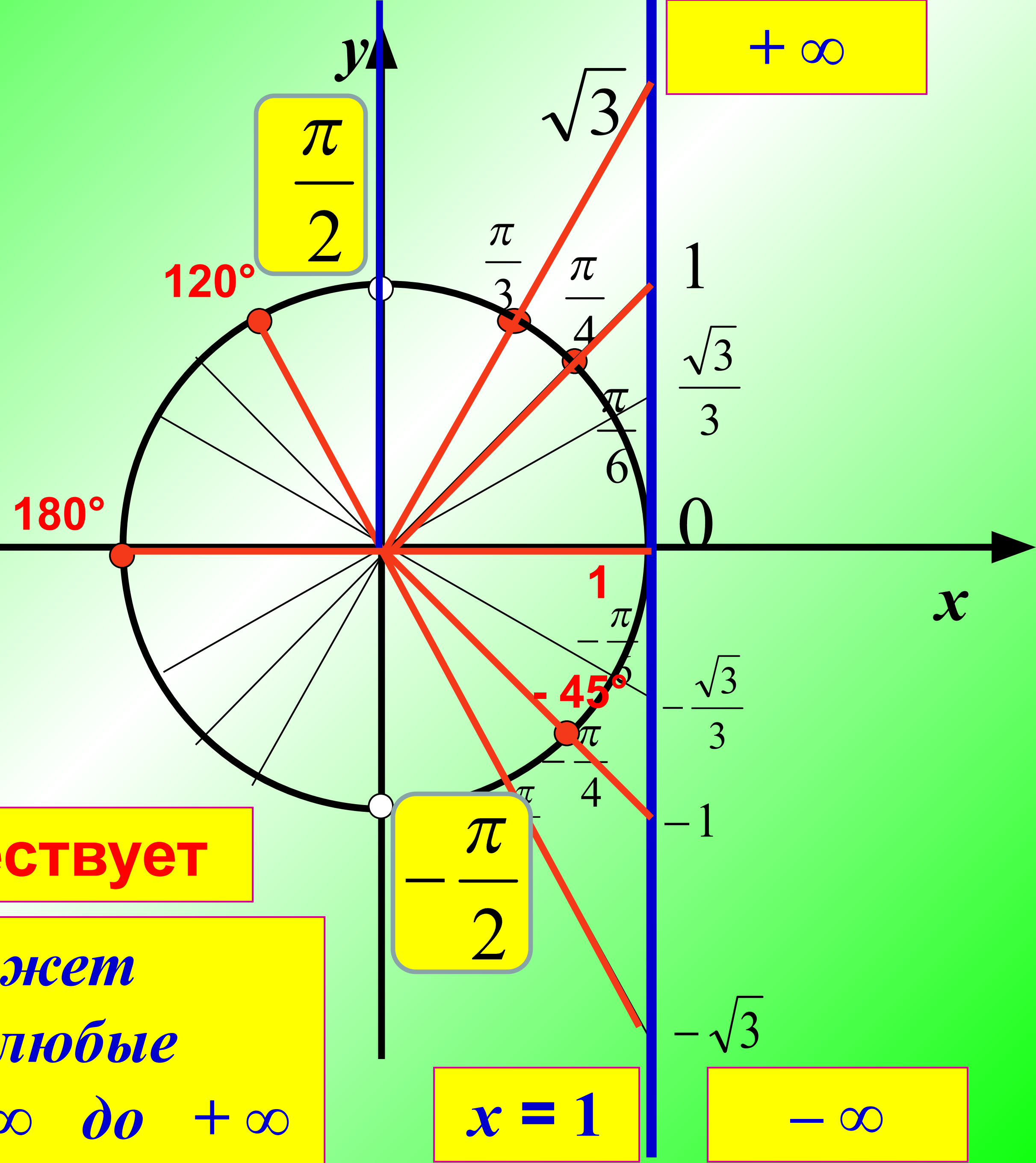
$$tg(-45°) = -1$$

$$tg120° = -\sqrt{3}$$

$$tg180° = 0$$

$tg90° =$ **не существует**

Тангенс может принимать любые значения от $-\infty$ до $+\infty$



Определение

Котангенсом угла α называют число, равное отношению cos α к sin α, обозначают ctg α, т. е.

$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\alpha \neq \pi k, k \in Z$$

Котангенс определён для всех углов α, кроме тех, для которых синус равен нулю

Для любого угла $\alpha \neq \pi k$, $k \in Z$ существует, и притом единственный ctg α

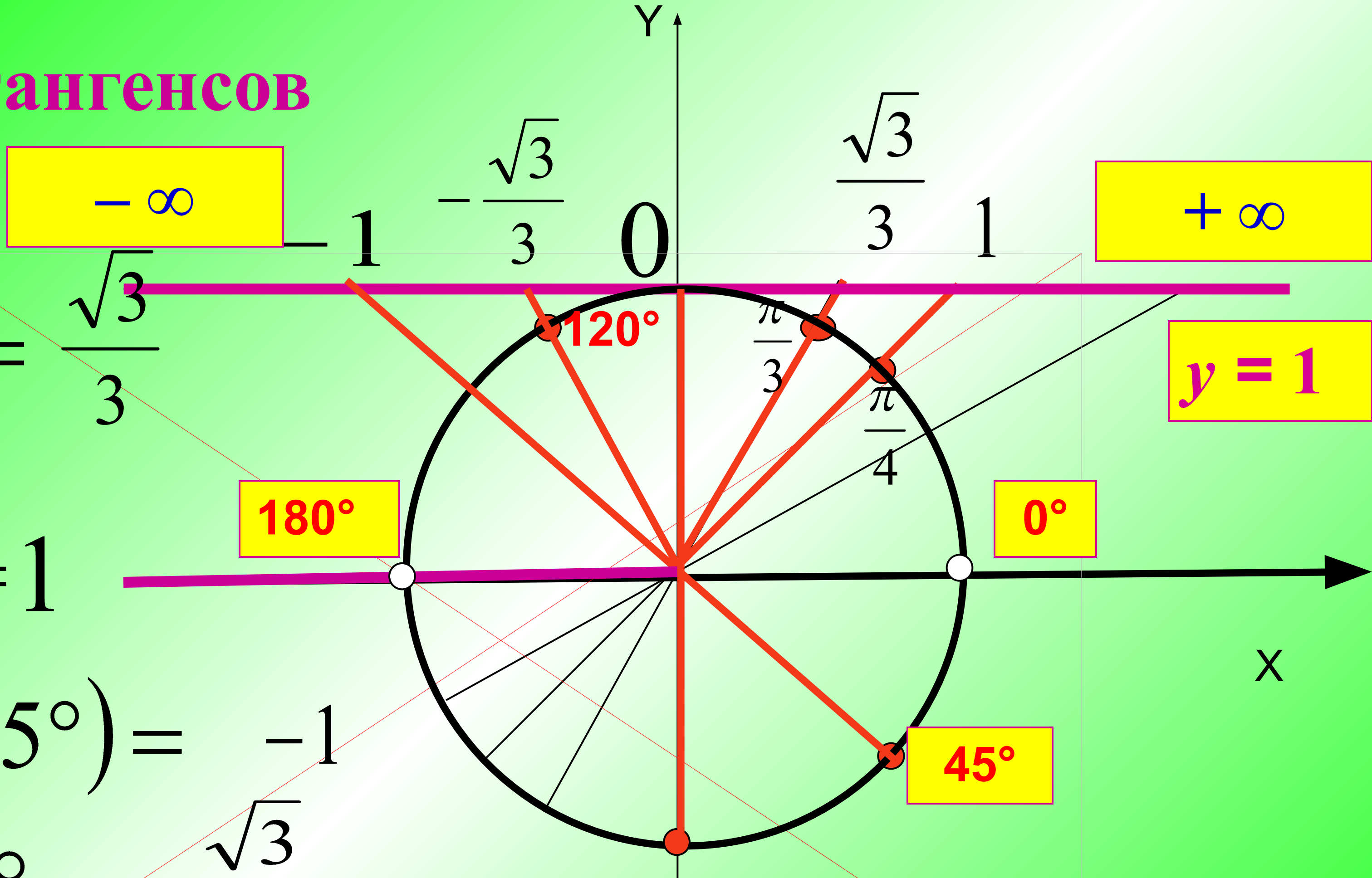
Ось котангенсов

$$ctg\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$ctg\frac{\pi}{4} = 1$$

$$ctg(-45°) = -1$$

$$ctg120° = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

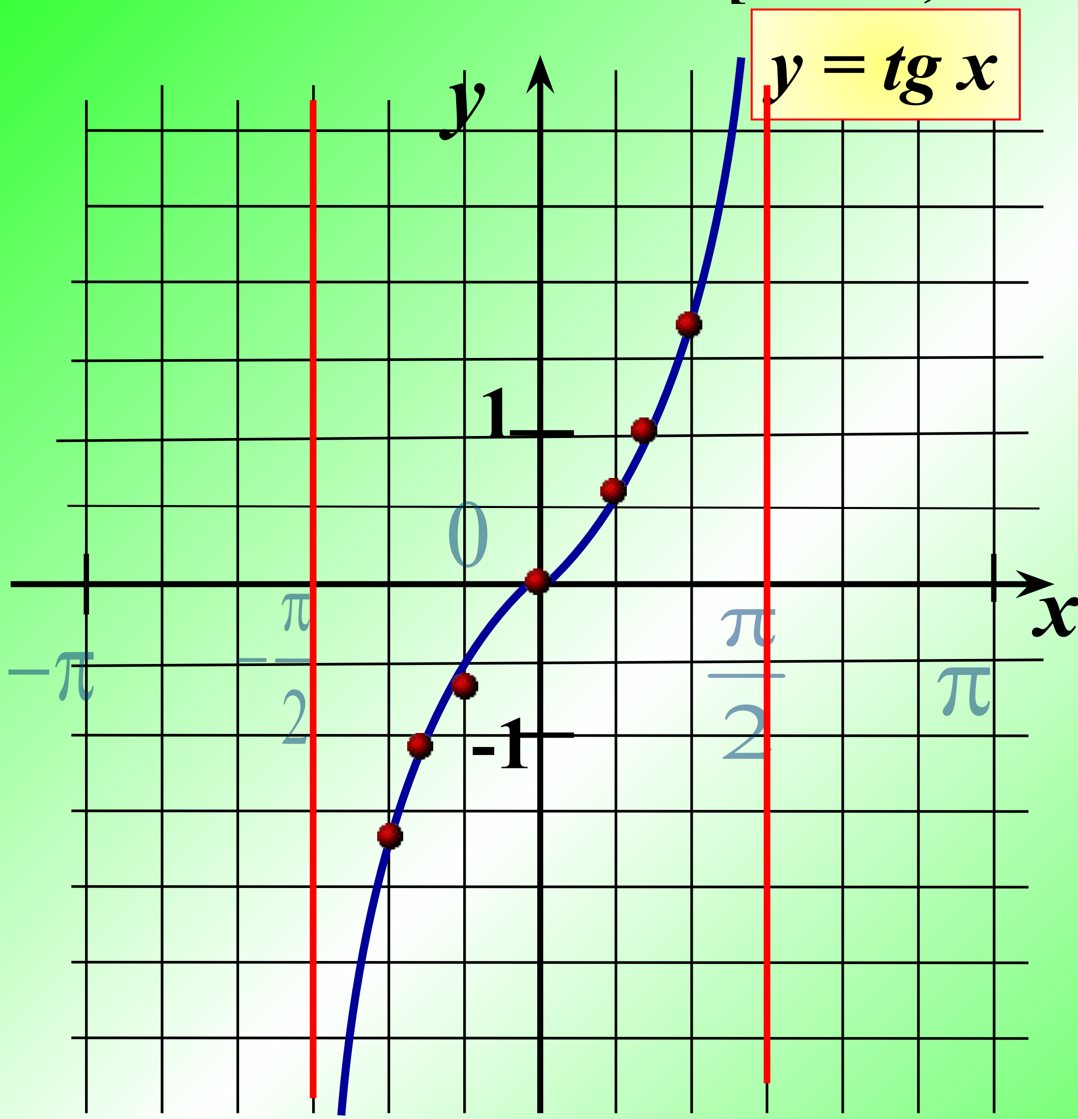


$ctg180° =$ **Не существует**

$$ctg(-90°) = 0$$

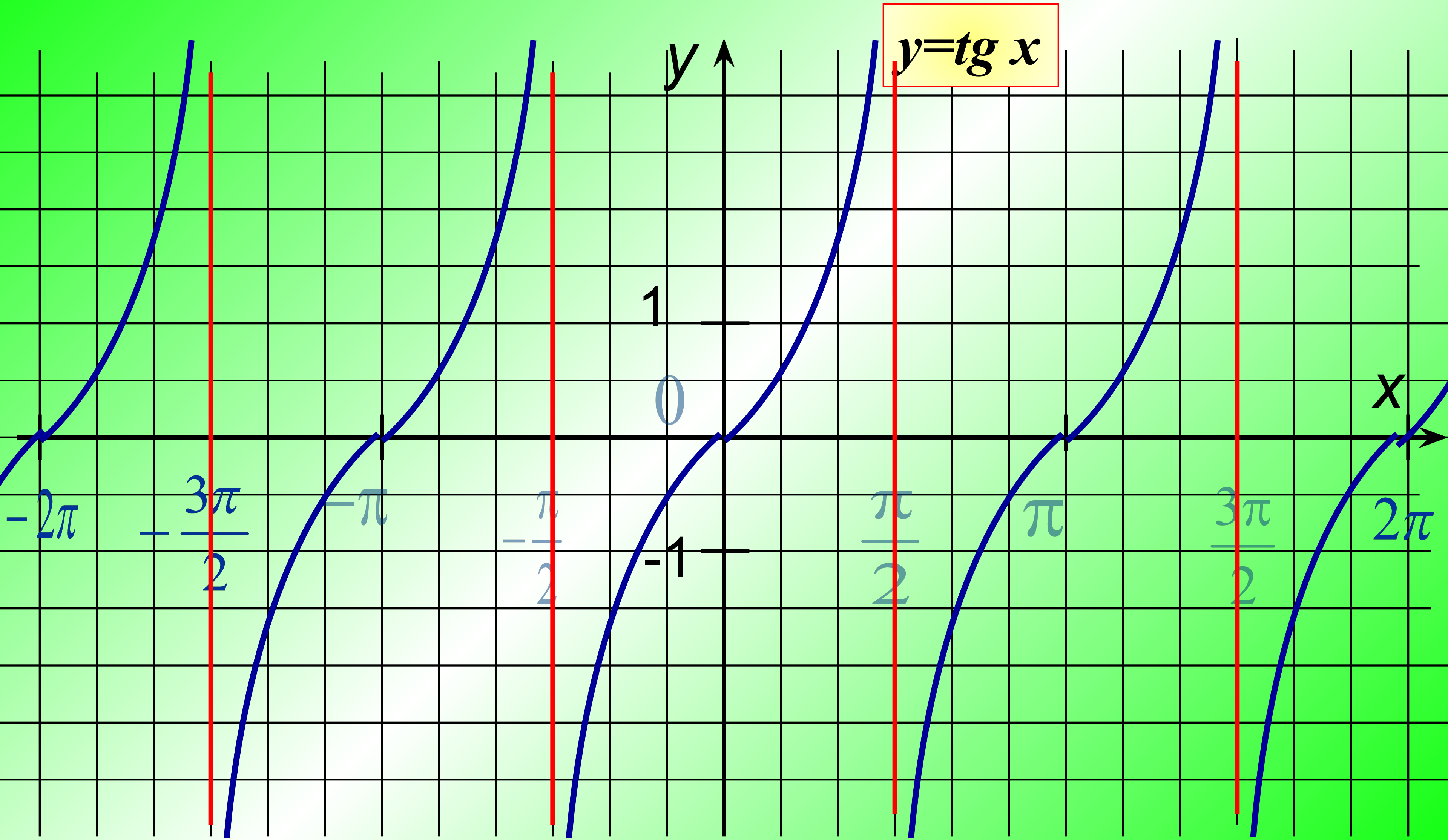
Котангенс может принимать любые значения от $-\infty$ до $+\infty$

Построение графика функции y = tg x, если x Є [− π ⁄2; π ⁄2]

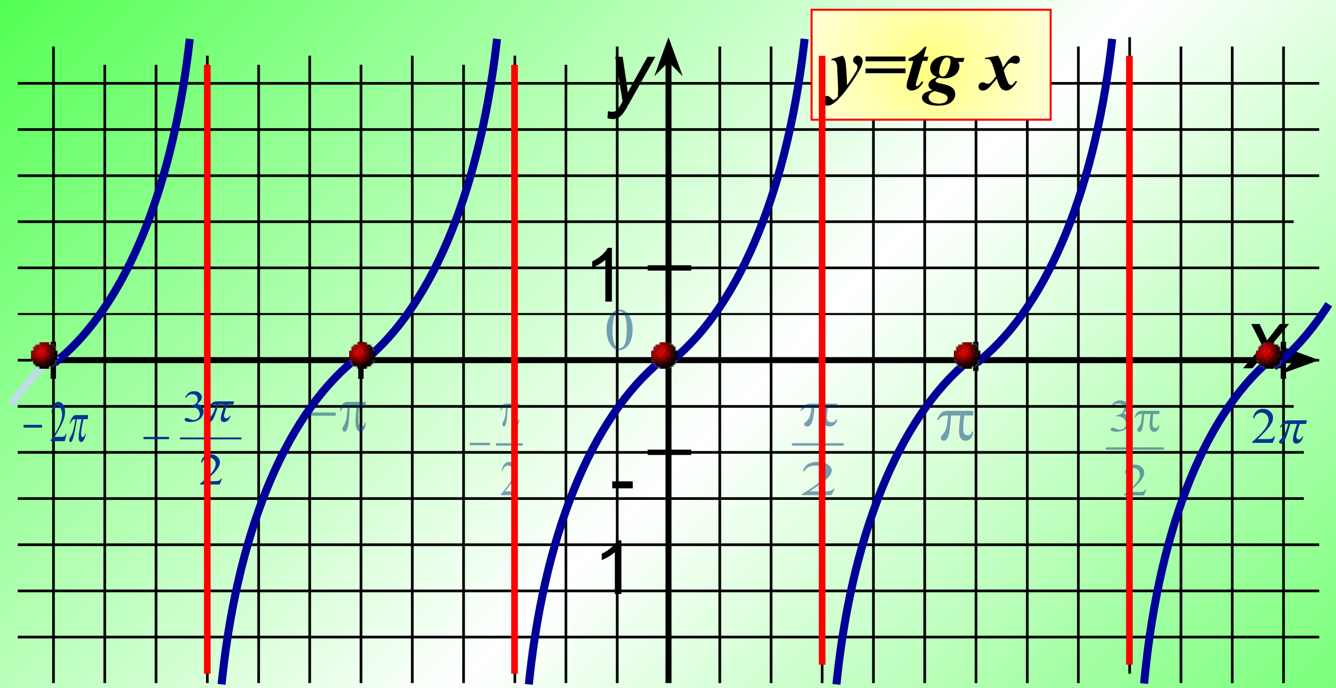


x	y=tg x
0	0
±π ⁄6	≈ ± 0,6
±π ⁄4	± 1
±π ⁄3	≈ ±1,7
±π ⁄2	Не существ.

Построение графика функции y = tg *x*.



Свойства функции y=tg *x*.

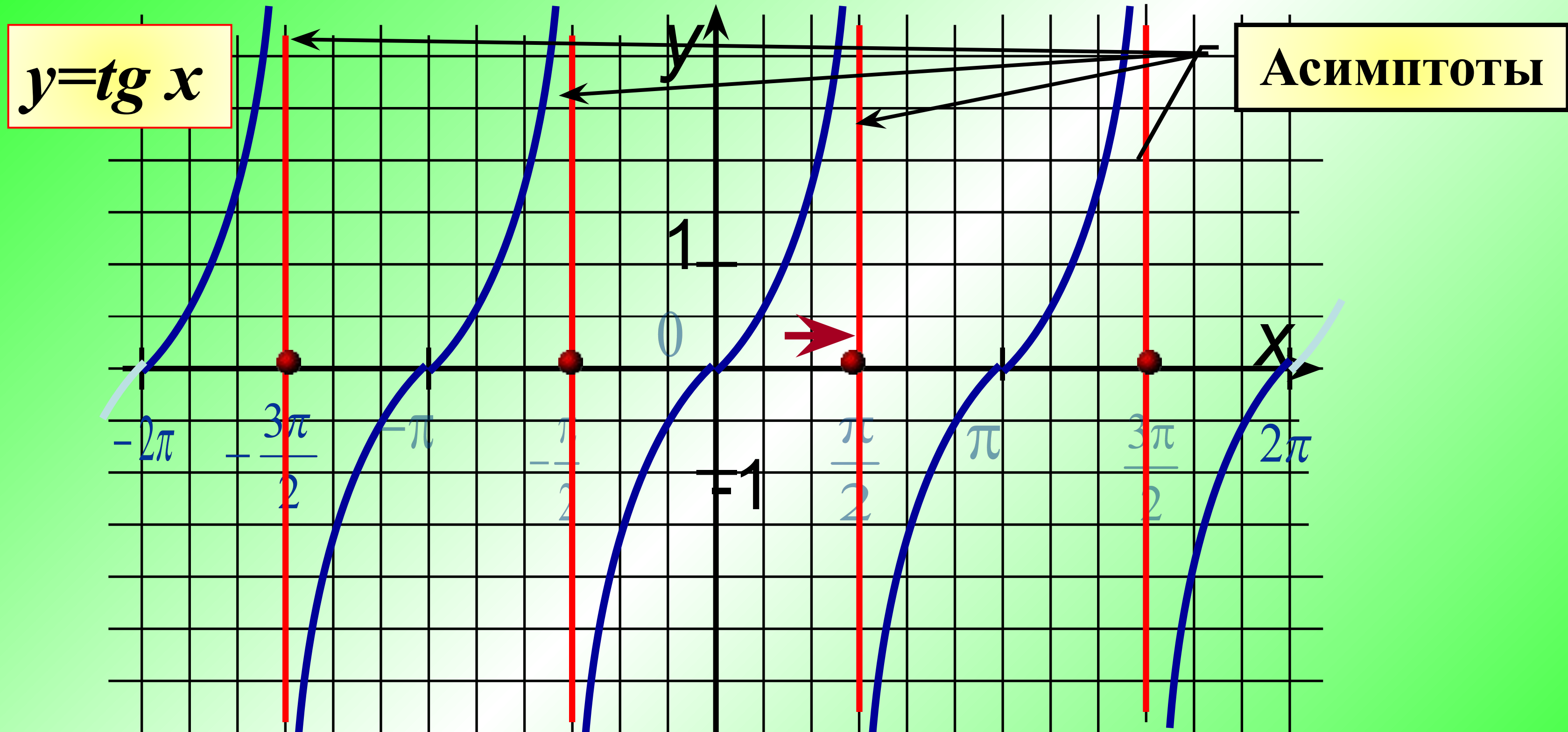


Нули функции: tg $x = 0$ при $x = \pi n$, n$\in$Z

y>0 при x$\in$ (0; π/2) и при сдвиге на π*n*,*n*$\in$Z.

y<0 при x$\in$ (-π/2; 0) и при сдвиге на π*n*, *n*$\in$Z.

Свойства функции y=tg x.



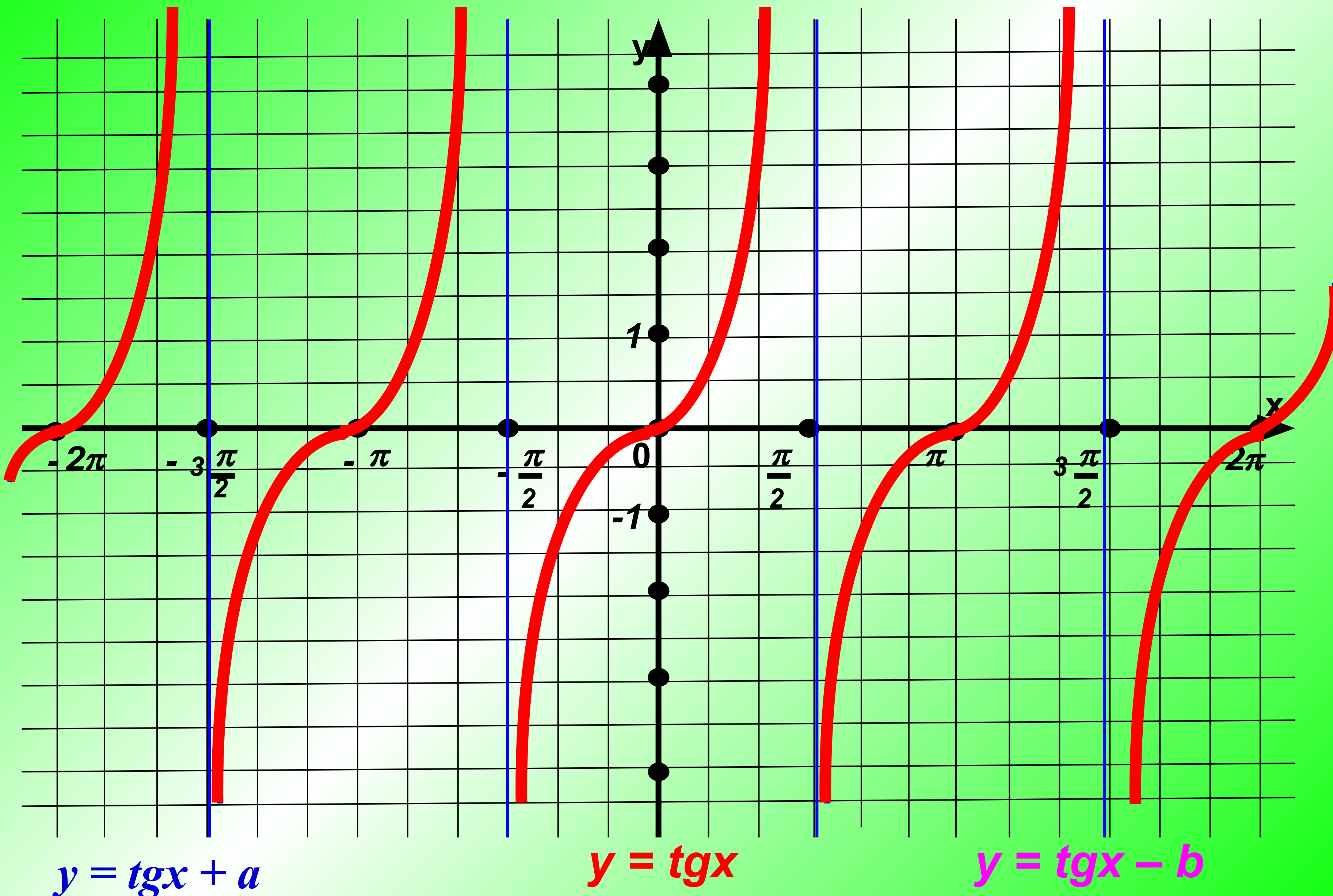
При $x = \pi/2+\pi n$, $n \in Z$ - функция y=tg$x$ не определена.

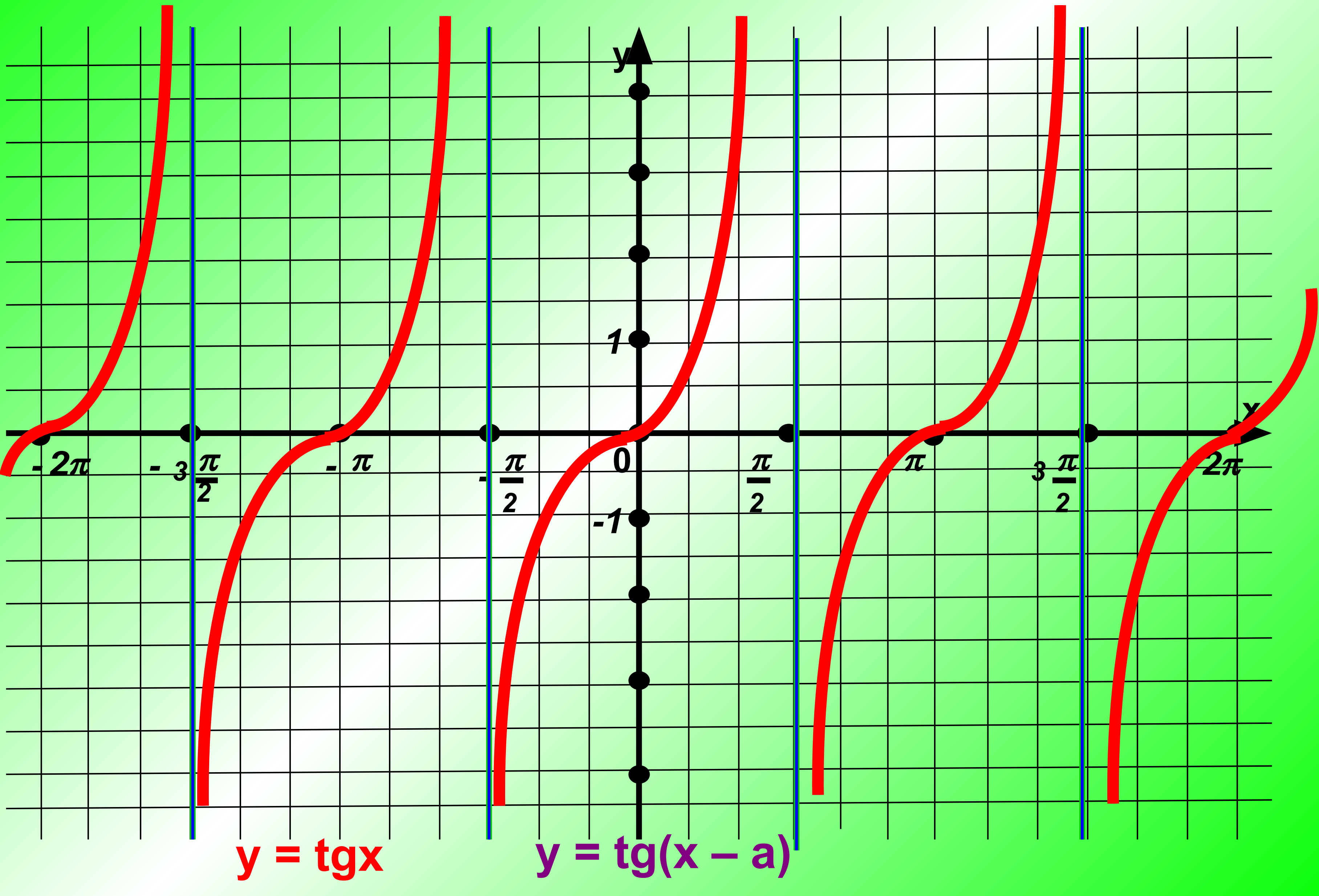
Точки $x = \pi/2+\pi n$, $n \in Z$ – точки разрыва функции.

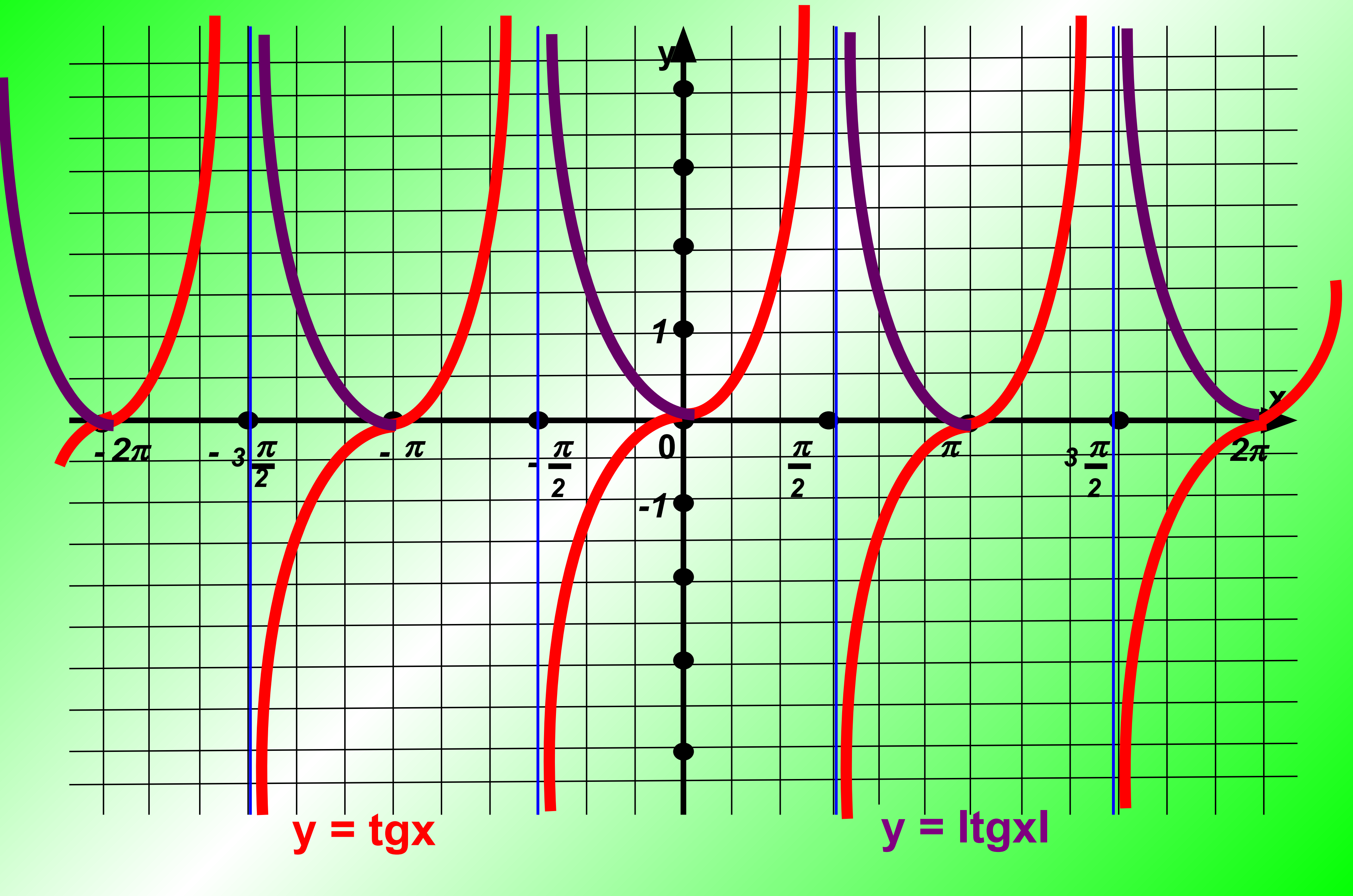
Запишите все свойства функции у = tg x.

1. Область определения:
2. Множество значений функции:
3. Периодическая, Т=
4. Нечётная функция
5. Возрастает на всей области определения.
6. Нули функции у = 0 при х =
7. у > 0 при х∊ и при сдвиге на
8. у < 0 при х∊ и при сдвиге на
9. При x = - функция $y = tgx$ не определена.

Имеет точки разрыва графика

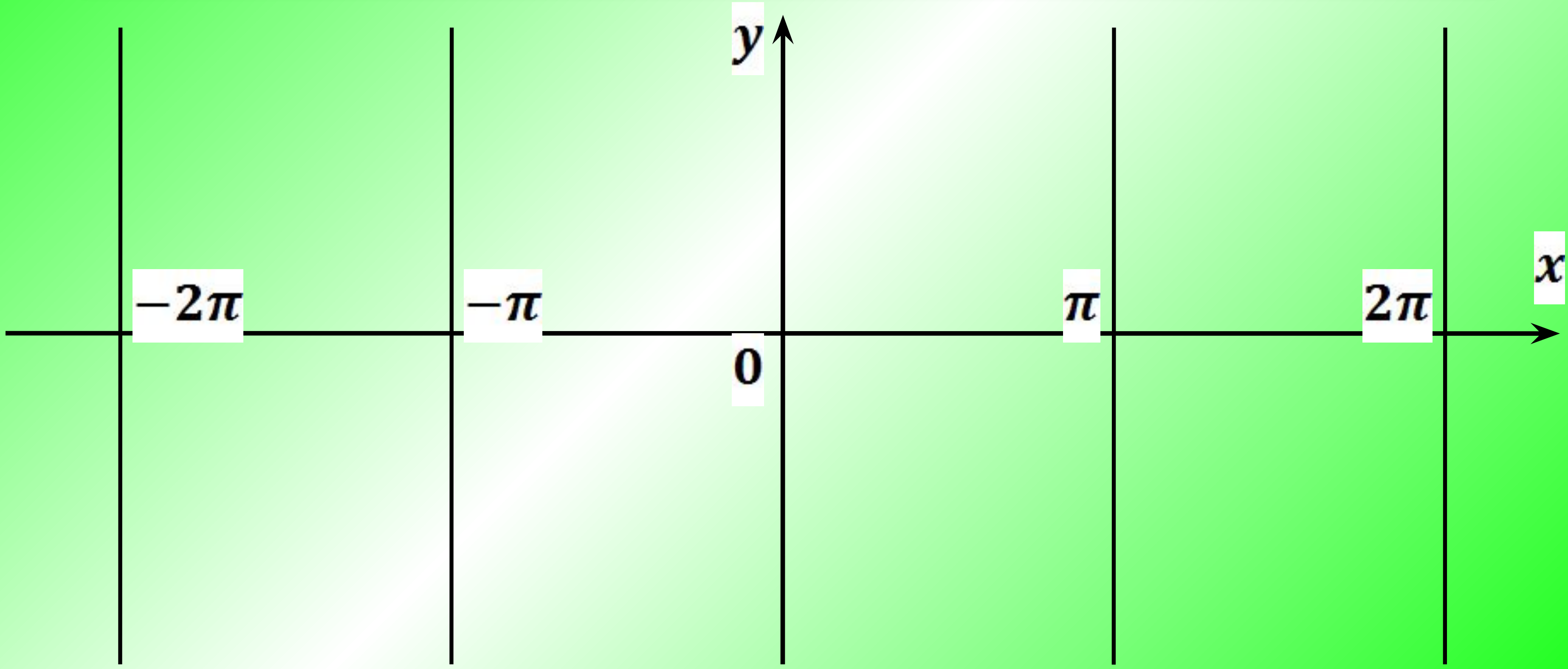

y
x
1
-1
0
- 2π
- 3 π/2
- π
- π/2
π/2
π
3 π/2
2π
y = tgx + a
y = tgx
y = tgx – b


y
x
1
-1
0
- 2π
- 3 π/2
- π
- π/2
π/2
π
3 π/2
2π
y = tgx
y = tg(x – a)


y
x
1
-1
0
- 2π
- 3π/2
- π
- π/2
π/2
π
3π/2
2π
y = tgx
y = ǀtgxǀ

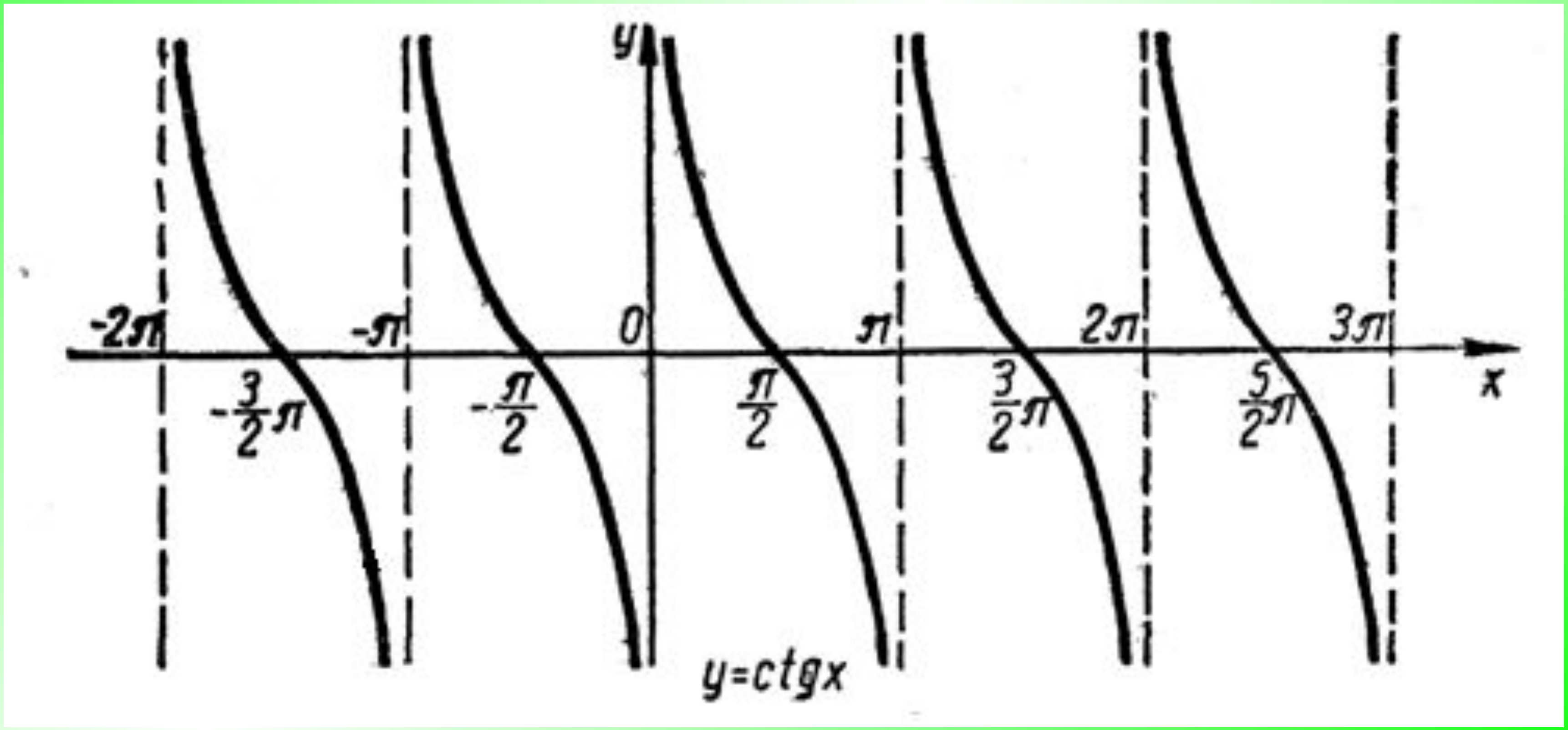
Свойства функции y = ctgx

1. D(f) = R, кроме $x = \pi k, k \in Z$



2. y = ctgx – периодическая с основным периодом π: ctg(x - π) = ctgx = ctg(x + π)

3. y = ctgx – нечетная функция: ctg(-x)=-ctgx



4. y = ctgx – убывает на интервале $(0; \pi)$

5. y = ctgx – не ограничена ни сверху, ни снизу

6. y = ctgx – не имеет наибольшего и наименьшего значения

7. y = ctgx – непрерывна на интервале $(0; \pi)$

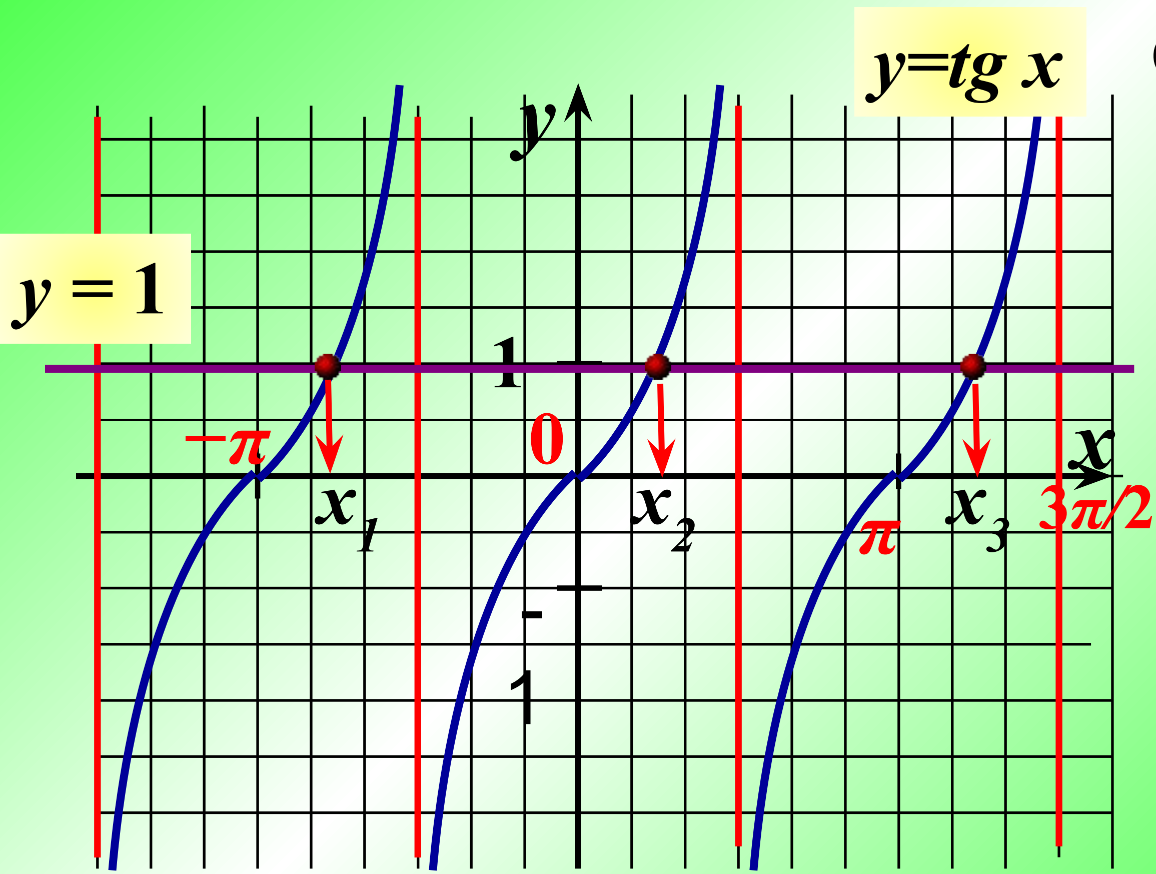
8. E(y) = $(-\infty;+\infty)$

Задача №1.

Найти все корни уравнения $tgx = 1$, принадлежащих промежутку $-\pi \le x \le 3\pi / 2$.

Решение.

1. Построим графики функций $y = tgx$ и $y = 1$



2. $x_1 = -3\pi/4$

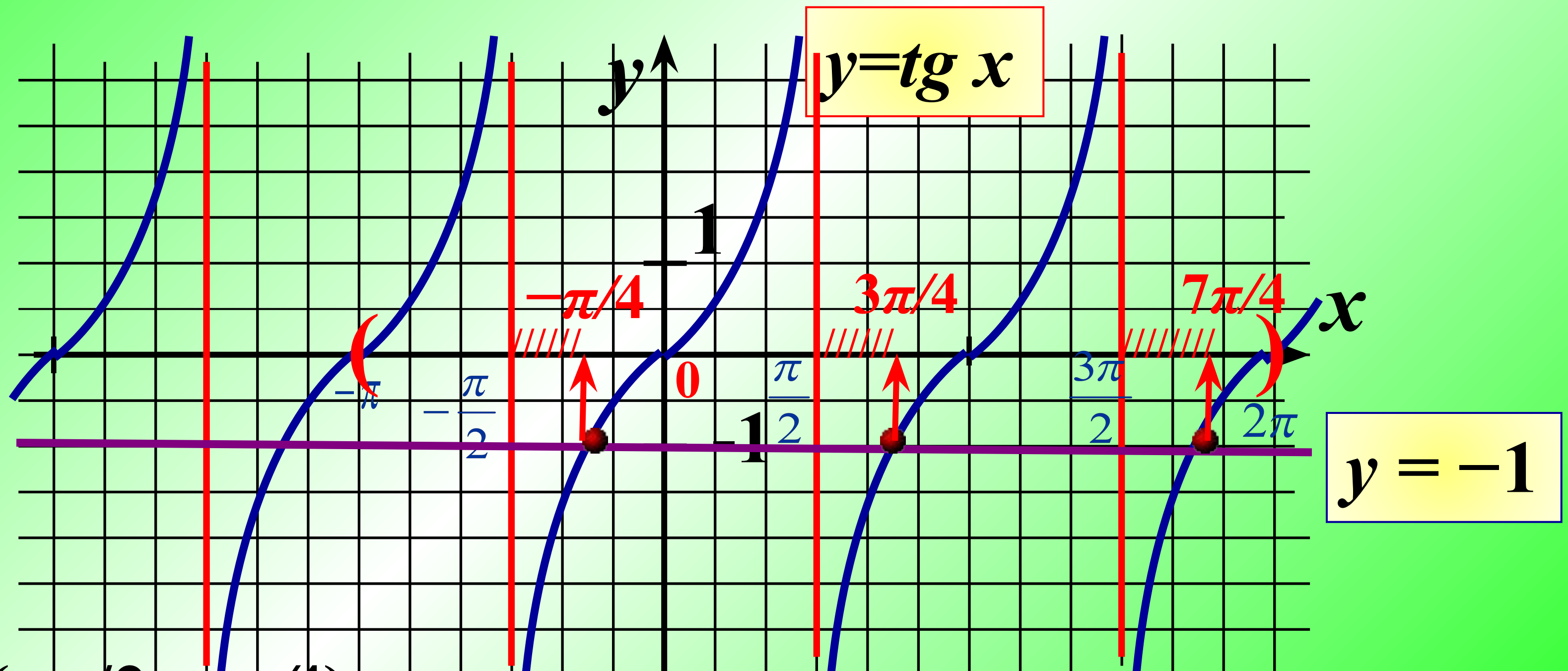
$x_2 = \pi/4$

$x_3 = 5\pi/4$

Задача №2.

Найти все решения неравенства *tgx* < − 1, принадлежащие промежутку –π ≤ *x* ≤ 2π .

1. **Построим графики функций $y = \mathrm{tg}x$ и $y = -1$**



2. $x\in(-\pi/2;\ -\pi/4)$; $x\in(\pi/2;\ 3\pi/4)$; $x\in(3\pi/2;\ 7\pi/4)$