

Системы счисления

Лекция 4.3



Компьютерная арифметика



В ЭВМ, с целью упрощения реализации арифметических операций, применяют специальные коды:

*прямой,
обратный,
дополнительный.*



Прямой двоичный код $P_{пр}(x)$ – это такое представление двоичного числа x , при котором знак «плюс» кодируется нулем в старшем разряде числа, а знак «минус» - единицей.

При этом старший разряд называется знаковым.

$$(+ 5)_{10} = 0'101_2;$$

$$(- 5_{10}) = 1'101_2.$$



Обратный код $P_{обр}(x)$:

- 1) для положительных чисел совпадает с прямым кодом.**
- 2) для отрицательных двоичных чисел нужно оставить в знаковом разряде 1, во всех значащих разрядах заменить 1 на 0, а 0 на 1.**

Такая операция называется инвертированием.



Получить обратный код для
числа $x = -11_{10}$.

Решение.

$$P_{пр}(x) = (1'1011)_2$$

$$P_{обр}(x) = (1'0100)_2$$



Дополнительный код $P_{доп}(x)$:

- 1) дополнительный код положительного числа совпадает с прямым кодом,**
- 2) для отрицательного числа получается инверсией всех значащих разрядов и добавлением единицы к младшему разряду результата.**

Дополнительный код отрицательного числа может быть получен из обратного кода путем прибавления 1 к младшему разряду обратного кода (естественно, с учетом переносов между разрядами).



Как построить дополнительный код?

Алгоритм :

- 1) перевести число X в двоичную систему счисления;
- 2) построить *обратный код*, выполнив *инверсию* всех битов (заменить 0 на 1 и наоборот);
- 3) к результату добавить 1.

$$\begin{array}{r} -78 = 11001110_2 \\ \quad 10110001 \quad \leftarrow \text{инверсия} \\ \quad 10110010 \quad +1 \end{array}$$



Как построить дополнительный код?

Алгоритм А2:

- 1) перевести число $X-1$ в двоичную систему счисления;
- 2) выполнить инверсию всех битов.

$$78 - 1 = 77 = 01001101_2$$

$$-78 \rightarrow 10110010_2 \leftarrow \text{инверсия}$$

Алгоритм А3:

- 1) перевести число X в двоичную систему счисления;
- 2) выполнить инверсию всех старших битов числа, кроме младшей единицы и нулей после нее.

$$78 = 01001110_2$$

$$-78 \rightarrow 10110010_2 \leftarrow \text{инверсия}$$



**Алгебраическое сложение –
это сложение, в котором могут
участвовать как положительные,
так и отрицательные числа.**



Правило: При алгебраическом сложении двоичных чисел положительные слагаемые представляют в прямом коде, а отрицательные – в дополнительном коде и производят арифметическое суммирование этих кодов, включая разряды знаков, которые при этом рассматривают как старшие разряды.

При возникновении переноса из разряда знака единицу переноса отбрасывают, в результате получают алгебраическую сумму в прямом коде, если эта сумма положительная, и в дополнительном коде, если эта сумма отрицательна.



Сложение и вычитание



Операции с положительными и отрицательными числами выполняются по одинаковым алгоритмам!

$$\begin{array}{r}
 + \quad 5 \\
 - 9 \\
 \hline
 -4
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + \quad 0000 \ 0101 \\
 \quad 1111 \ 0111 \\
 \hline
 \quad 1111 \ 1100
 \end{array}$$

←



Вычитание = сложение с дополнительным кодом вычитаемого!



Пример: Выполнить сложение чисел $x_1 = 8D$ и $x_2 = -13D$.

Решение.

$$P(y) = P_{пр}(x_1) + P_{доп}(x_2).$$

$$P_{пр}(x_1) = 0'1000B$$

$$P_{пр}(x_2) = 1'1101B$$

$$P_{обр}(x_2) = 1'0010B$$

$$P_{доп}(x_1) = 1'0011B$$

В знаковом разряде 1 и, значит, результат получен в дополнительном коде.

$$P_{доп}(y) = 1'1011B$$

$$P_{обр}(y) = P_{доп}(y) - 1 = 1'1011B - 1 = 1'1010B$$

$$y = -5D.$$



Переполнение

дополнительный
бит

$$\begin{array}{r}
 0 \quad | \quad 00100001 \quad \quad \quad 96 \\
 + \quad 0 \quad | \quad 01100000 \quad \quad \quad 33 \\
 \hline
 0 \quad | \quad 10000001 \quad \quad \quad -127 \\
 \text{S}' \quad \text{S} \quad \quad \quad \text{знаковый бит}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad | \quad 10100000 \quad \quad \quad -96 \\
 + \quad 1 \quad | \quad 11011111 \quad \quad \quad -33 \\
 \hline
 1 \quad | \quad 0111111 \quad \quad \quad 127 \\
 \text{S}' \quad \text{S}
 \end{array}$$



Если бит переноса не совпадает с битом S', произошло переполнение и результат неверный.



Умножение

$$\begin{array}{r}
 \times 00001001 \quad 9 \\
 00000101 \quad 5 \\
 \hline
 00001001 \\
 + 00000000 \\
 00000101 \\
 \hline
 0000101101 \rightarrow 45
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times 11110111 \quad -9 \\
 00000101 \quad 5 \\
 \hline
 11110111 \\
 + 00000000 \\
 11110111 \\
 \hline
 10011010011 \rightarrow -45
 \end{array}$$



Умножение выполняется с помощью сложения и сдвига.

