

*Функции  $y = \operatorname{tg}x$  и*

*$y = \operatorname{ctg}x,$*

*их свойства и*

*графики*

## Определение

Тангенсом угла  $\alpha$  называют число, равное отношению  $\sin \alpha$  к  $\cos \alpha$ , обозначают  $\operatorname{tg} \alpha$ , т. е.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Тангенс определён для всех углов  $\alpha$ , **кроме тех, для которых косинус равен нулю**

Для любого угла  $\alpha \neq \pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$  существует, и притом **единственный  $\operatorname{tg} \alpha$**

# Ось тангенсов

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1$$

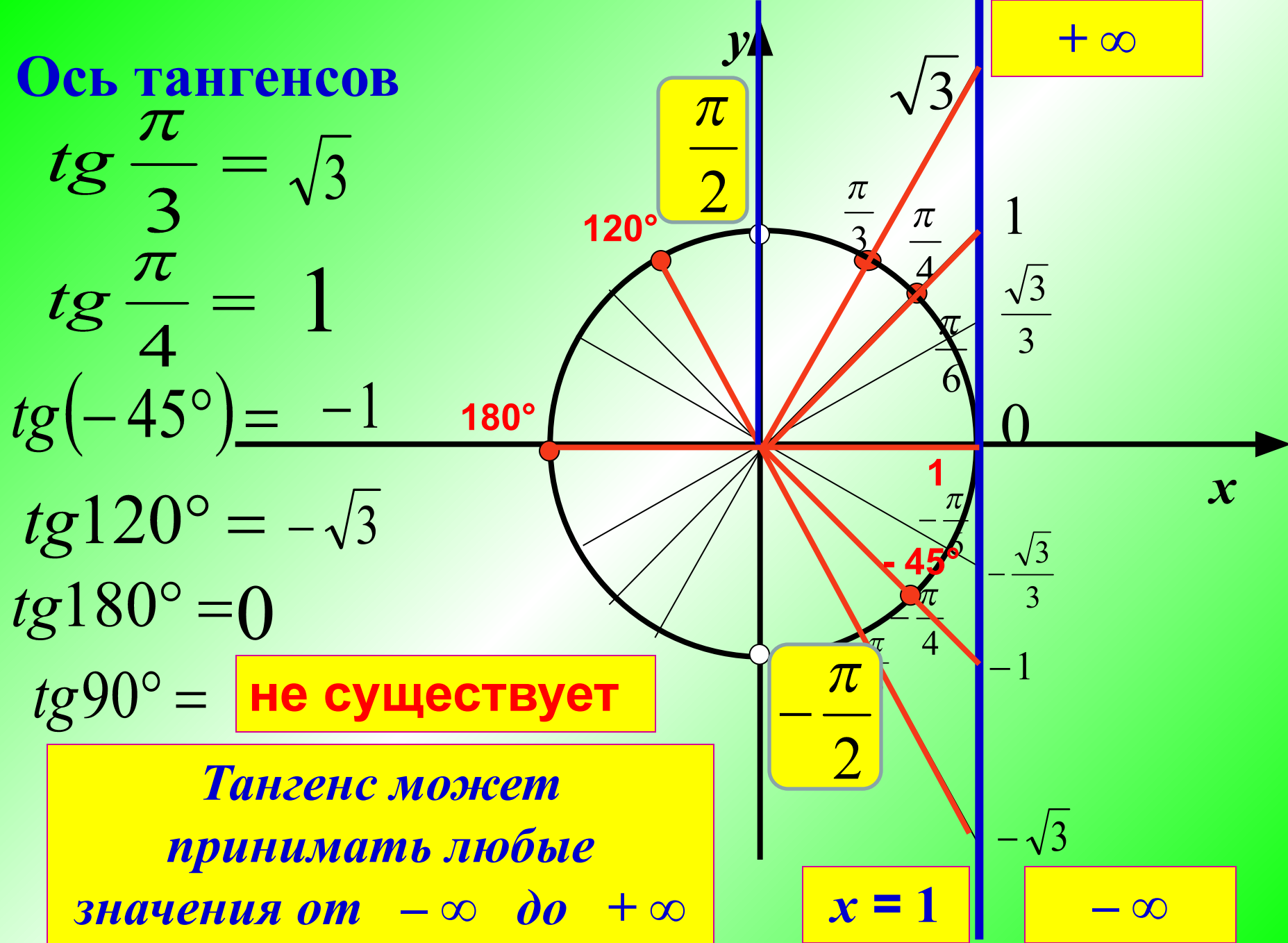
$$\operatorname{tg}(-45^\circ) = -1$$

$$\operatorname{tg} 120^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg} 180^\circ = 0$$

$$\operatorname{tg} 90^\circ = \text{не существует}$$

Тангенс может принимать любые значения от  $-\infty$  до  $+\infty$



## Определение

Котангенсом угла  $\alpha$  называют число, равное отношению  $\cos \alpha$  к  $\sin \alpha$ , обозначают  $\operatorname{ctg} \alpha$ , т. е.

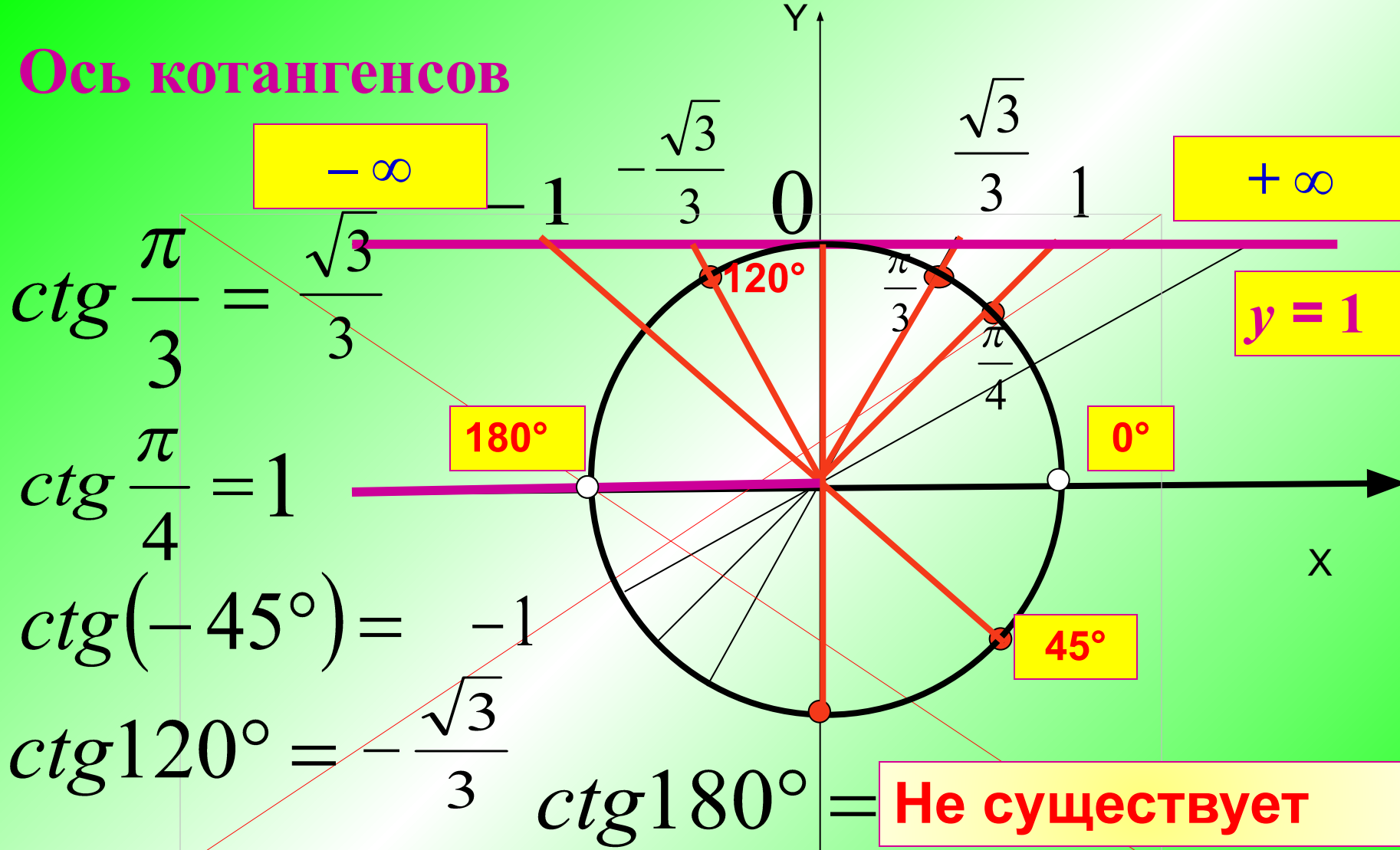
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\alpha \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Котангенс определён для всех углов  $\alpha$ , **кроме тех, для которых синус равен нулю**

Для любого угла  $\alpha \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$  существует, и притом **единственный  $\operatorname{ctg} \alpha$**

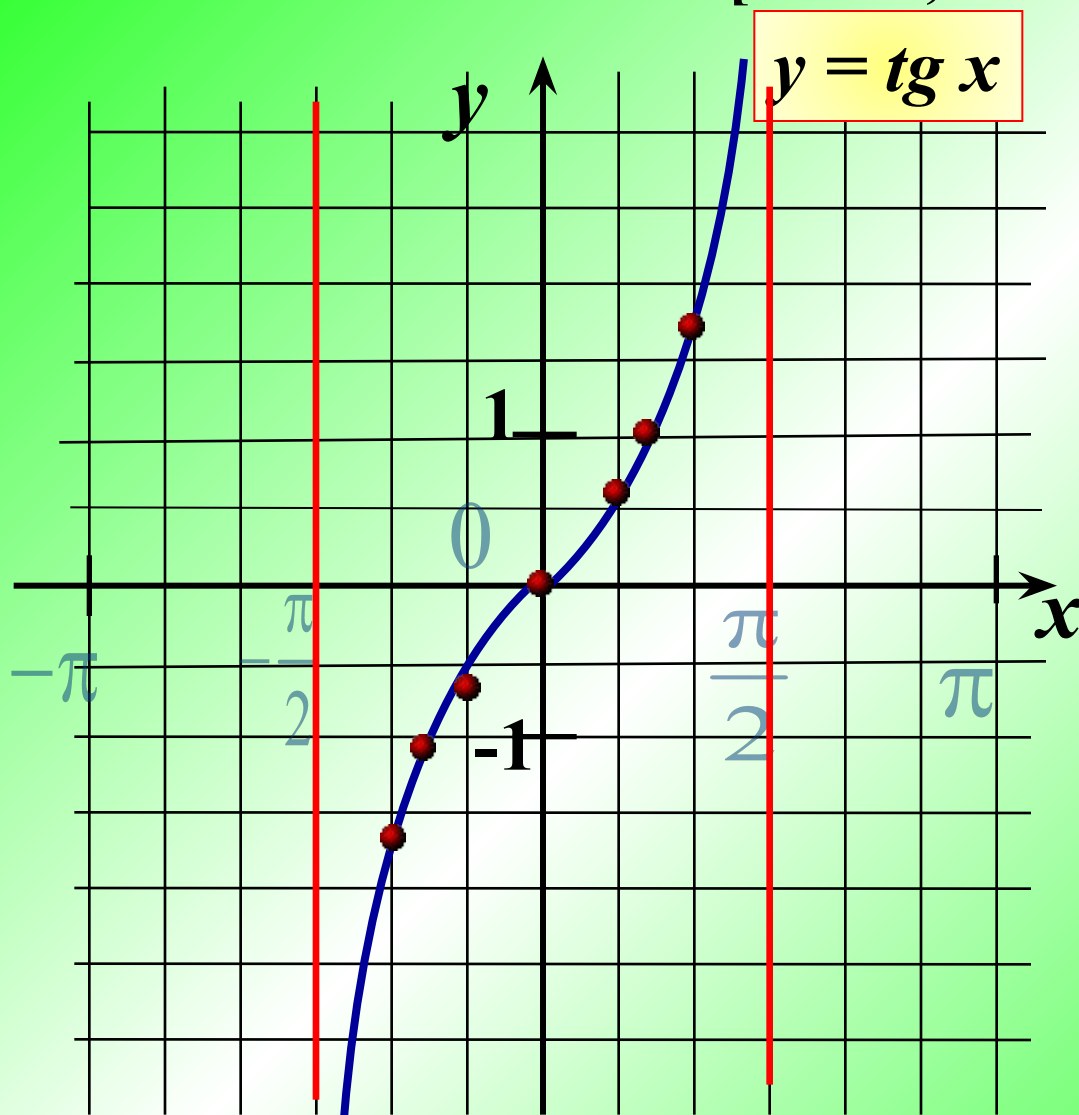
# Ось котангенсов



Котангенс может принимать любые значения от  $-\infty$  до  $+\infty$

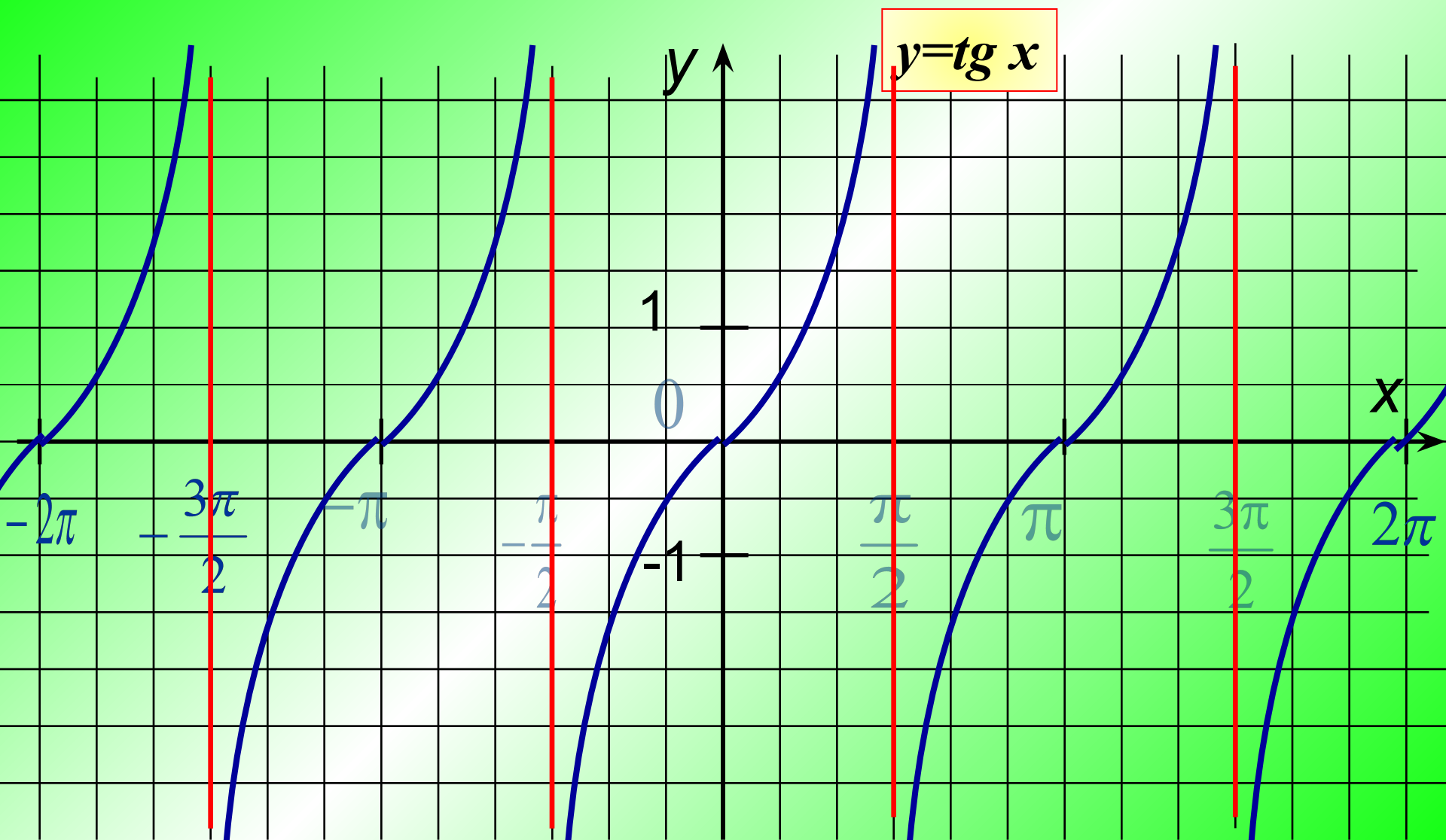
$ctg(-90^\circ) = 0$

# Построение графика функции $y = \operatorname{tg} x$ , если $x \in [-\pi/2; \pi/2]$

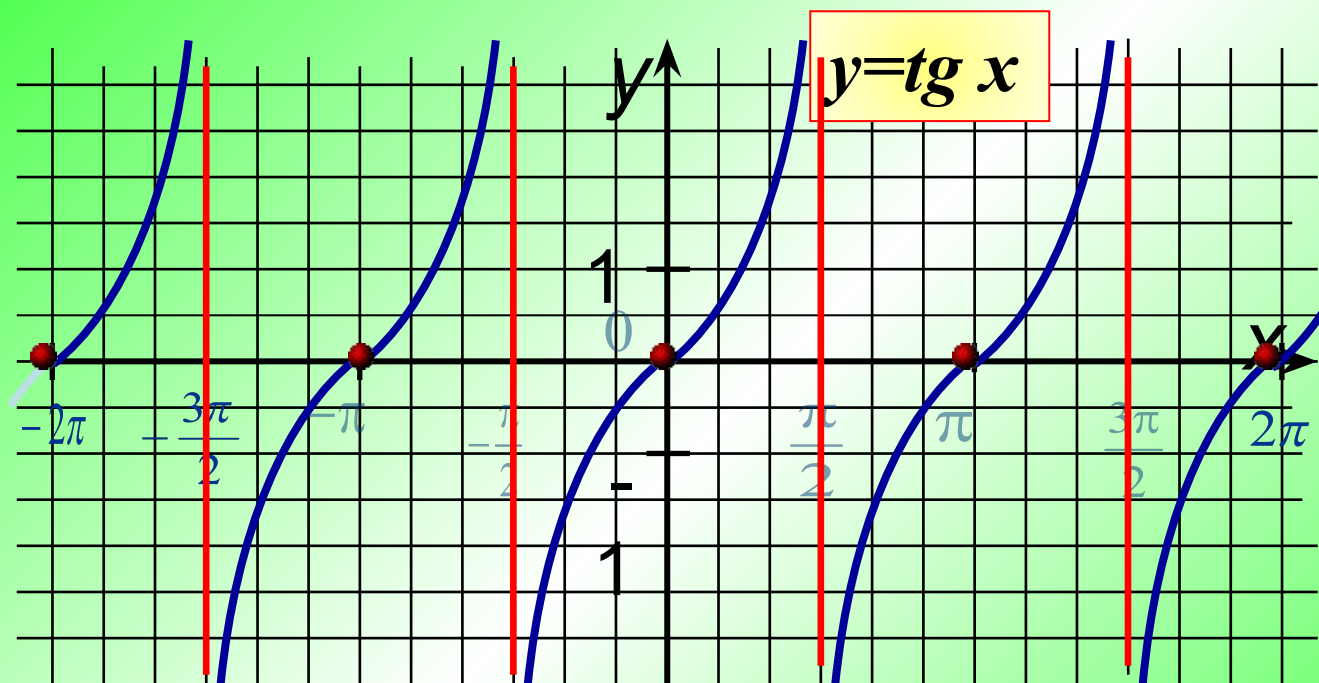


$x$	$y = \operatorname{tg} x$
$0$	$0$
$\pm\pi/6$	$\approx \pm 0,6$
$\pm\pi/4$	$\pm 1$
$\pm\pi/3$	$\approx \pm 1,7$
$\pm\pi/2$	Не существ.

# Построение графика функции $y = \operatorname{tg} x$ .



# Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ .



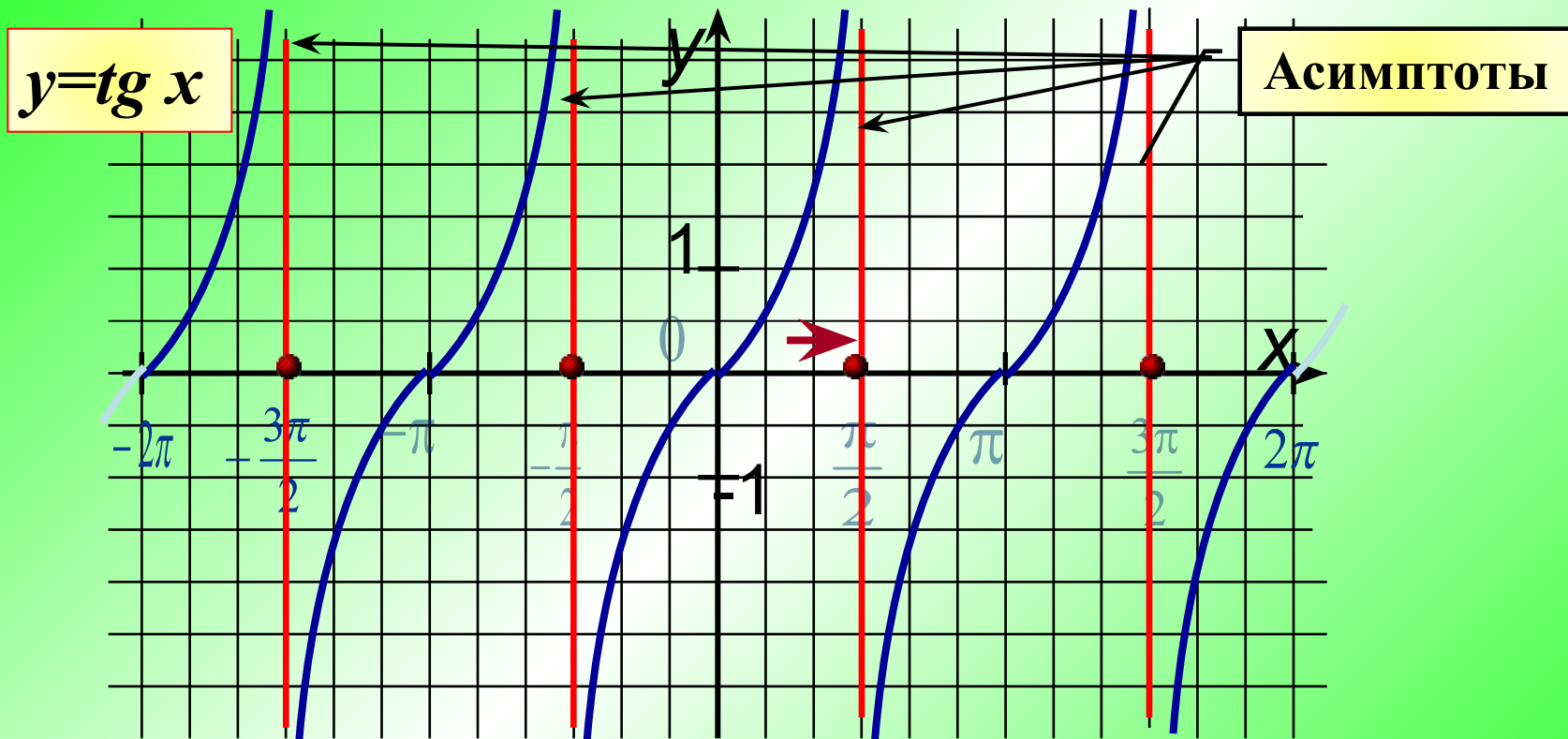
**Нули функции:**  $\operatorname{tg} x = 0$  при  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$y > 0$  при  $x \in (0; \pi/2)$  и при сдвиге на  $\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

$y < 0$  при  $x \in (-\pi/2; 0)$  и при сдвиге на  $\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .



# Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ .



При  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$  - функция  $y = \operatorname{tg} x$  не определена.

Точки  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$  - точки разрыва функции.

# Запишите все свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ .

1. Область определения:
2. Множество значений функции:
3. Периодическая,  $T =$
4. Нечётная функция
5. Возрастает на всей области определения.
6. Нули функции  $y = 0$  при  $x =$
7.  $y > 0$  при  $x \in$  и при сдвиге на
8.  $y < 0$  при  $x \in$  и при сдвиге на
9. При  $x =$  - функция  $y = \operatorname{tg} x$  не определена.  
Имеет точки разрыва графика

# Функция $y = \text{ctg } x$

$$y = \text{ctg } x$$

1. Область определения данной функции – все действительные числа, кроме чисел  $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .
2. Область значений функции – все действительные числа.
3. Функция убывает на интервалах  $(\pi k; \pi + \pi k), k \in \mathbb{Z}$
4. Функция нечетная, график ее симметричен относительно начала координат.
5. Функция периодическая, ее наименьший положительный период равен  $\pi$ .

