

Метод координат в пространстве

Координаты точки и координаты вектора



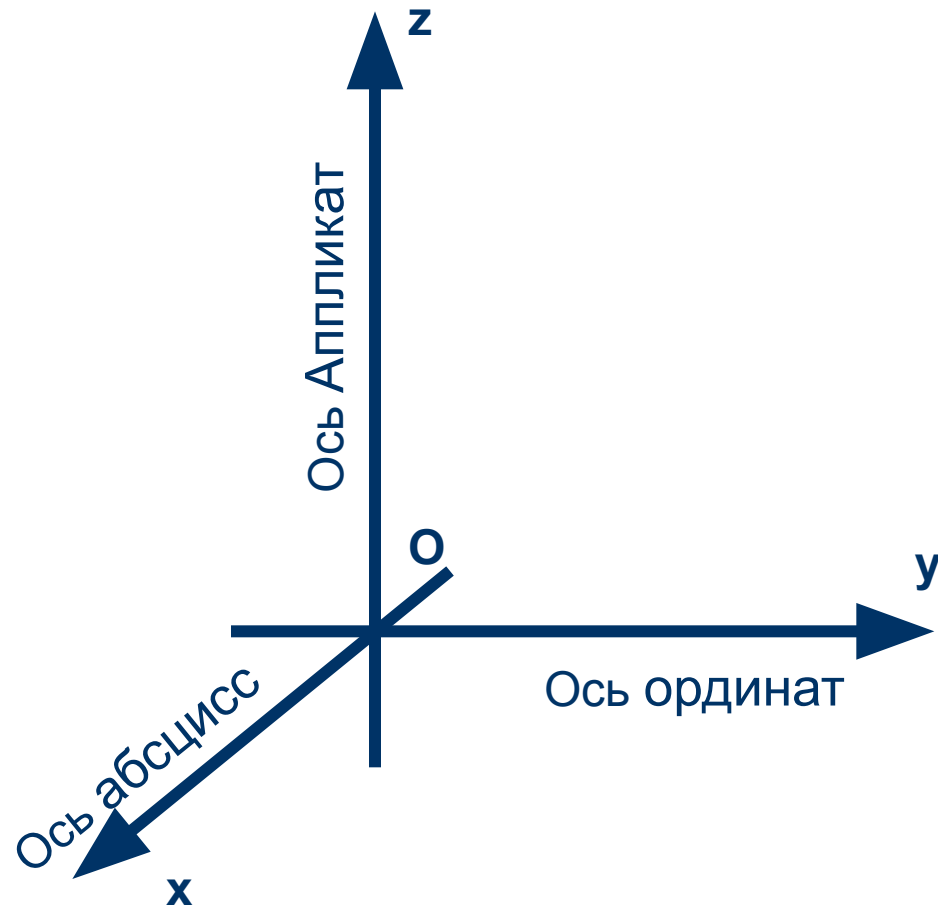
1. Прямоугольная система координат в пространстве

- Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждом из них выбрано направление (оно обозначается стрелкой) и выбрана единица измерения отрезков, то говорят, что задана **прямоугольная система координат** в пространстве.

Рассмотрим рисунок

РИСУНОК

- Прямые с выбранными на них направлениями называются осями координат, а их общая точка – началом координат.
- Плоскости, проходящие соответственно через оси координат Ox и Oy , Oy и Oz , Oz и Ox , называются координатными плоскостями и обозначаются Oxy , Oxz , Ozx .

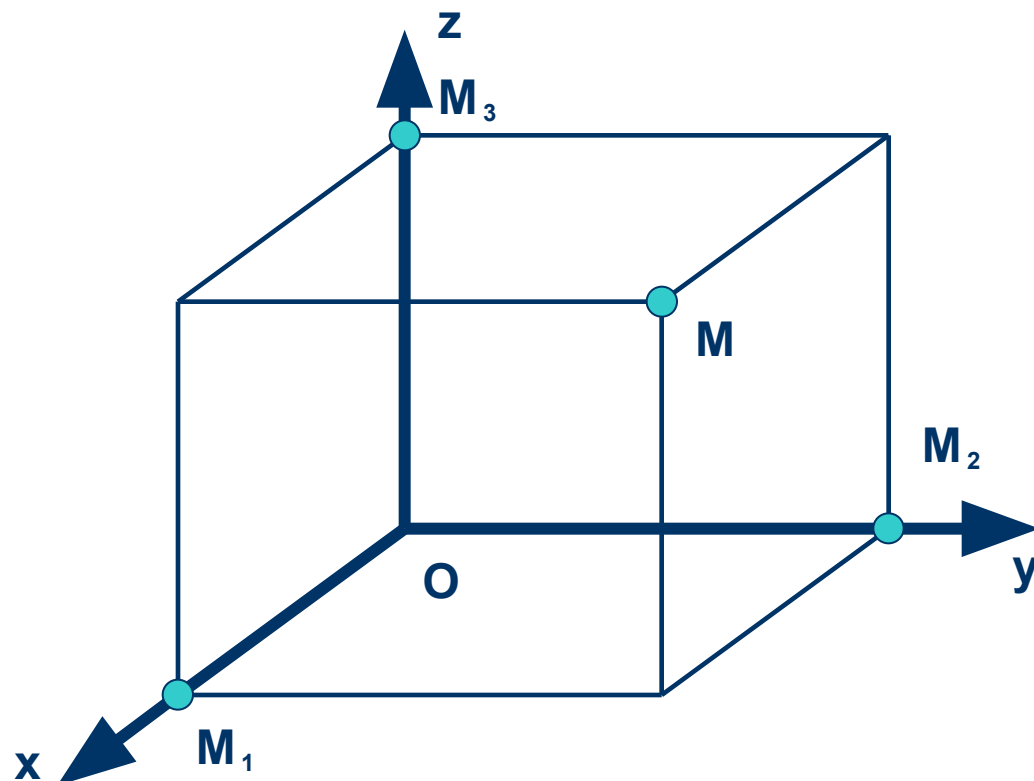


Определение луча на координатной плоскости.

- Точка O разделяет каждую из осей координат на два луча. Луч, направление которого совпадает с направлением оси, называется **положительной полуосью**, а другой луч – **отрицательной полуосью**.

Прямоугольная система координат

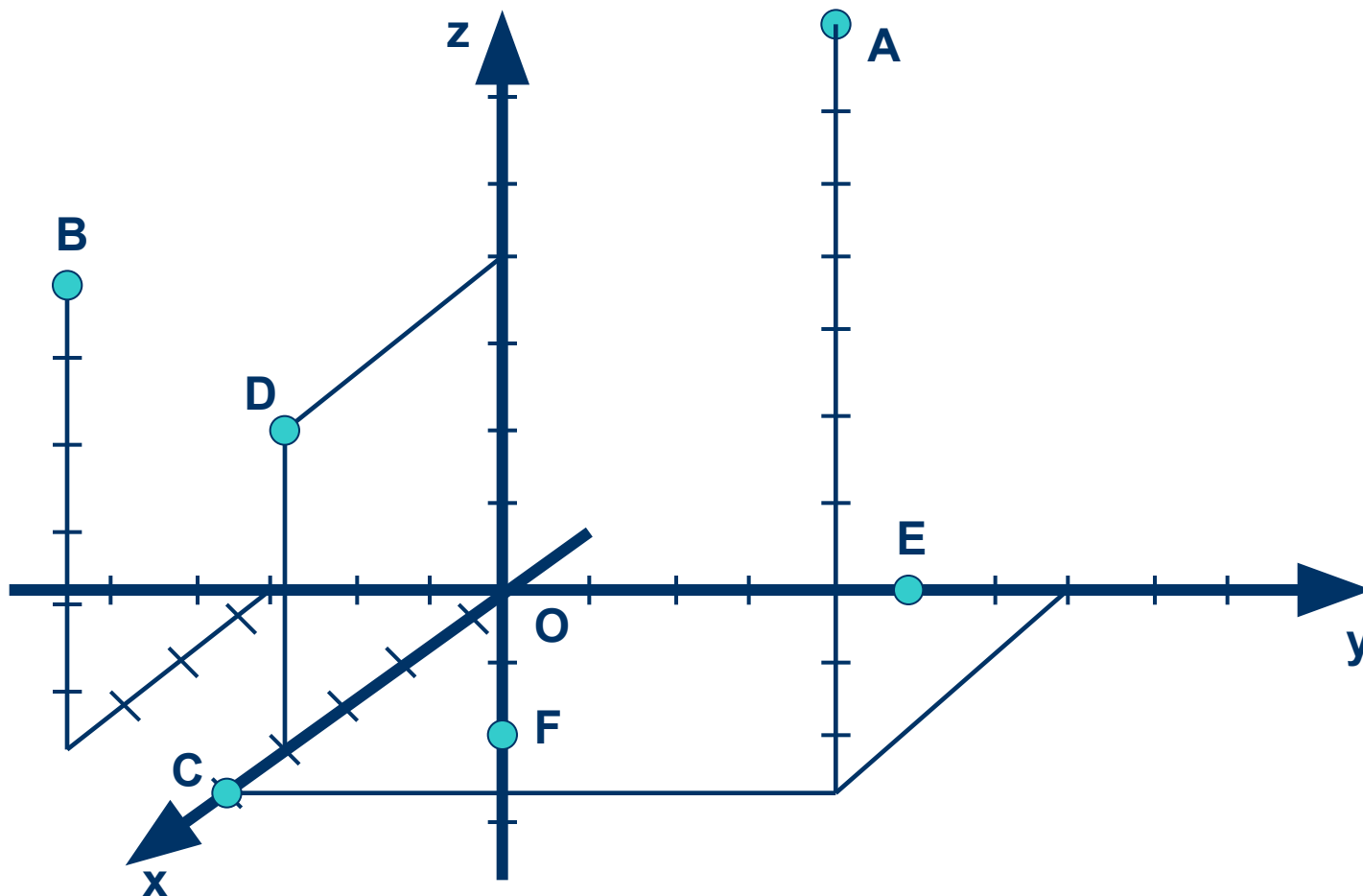
- В прямоугольной системе координат каждой точке M пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются её **координатами**.



Нахождение точки на координатной плоскости.

- Если, например, точка M лежит на координатной плоскости или на оси координат, то некоторые её координаты равны нулю. Так, если M принадлежит Oxy , то аппликата точки M равна нулю: $z=0$. Аналогично если M принадлежит Oxz , то $y=0$, а если M принадлежит Oyz , то $x=0$. Если M принадлежит Ox , то ордината и аппликата точки M равна нулю: $y=0$ и $z=0$. Если M принадлежит Oy , то $x=0$ и $z=0$; если M принадлежит Oz , то $x=0$ и $y=0$. Все три координаты начала координат равны нулю: $O(0;0;0)$. Напиши координаты для точек A, B, C, D, E, F на рисунке следующего слайда.

Задание!



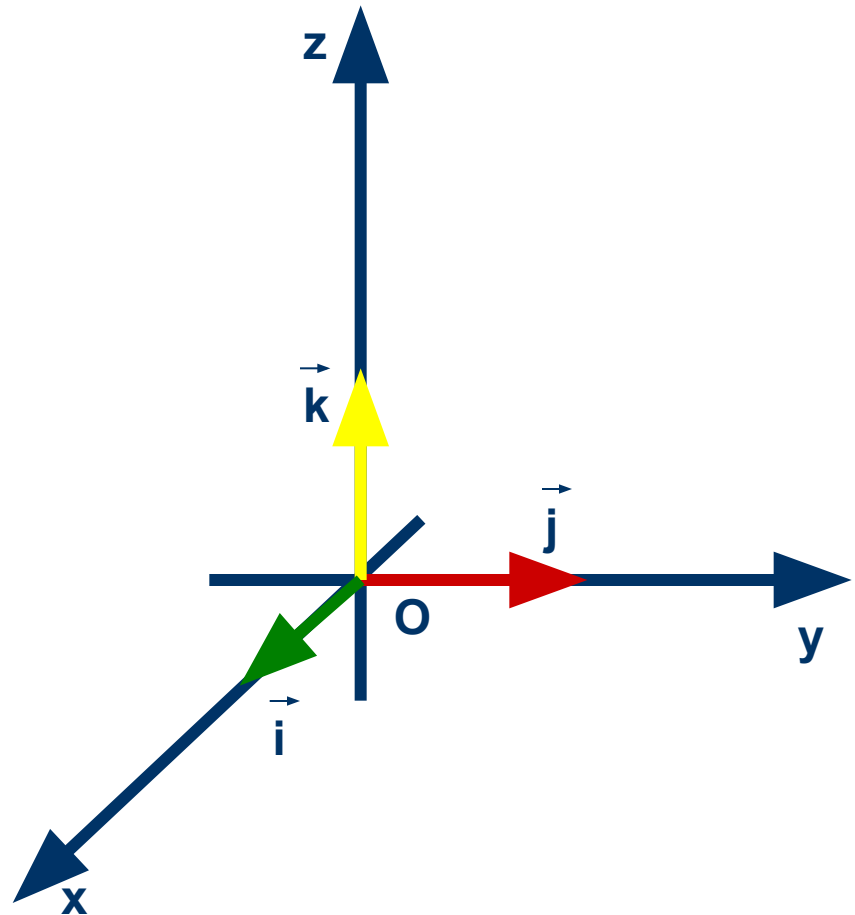
ОТВЕТЫ.

1. $A(5; 4; 10),$
2. $B(4; -3; 6),$
3. $C(5; 0; 0),$
4. $D(4; 0; 4),$
5. $E(0; 5; 0),$
6. $F(0; 0; -2).$

Сравни свои ответы.

2. Координаты вектора

- На каждом из положительных полуосей отложим от начала координат единичный вектор, т.е. вектор, длина которого равна единице.



Разложение по координатным векторам

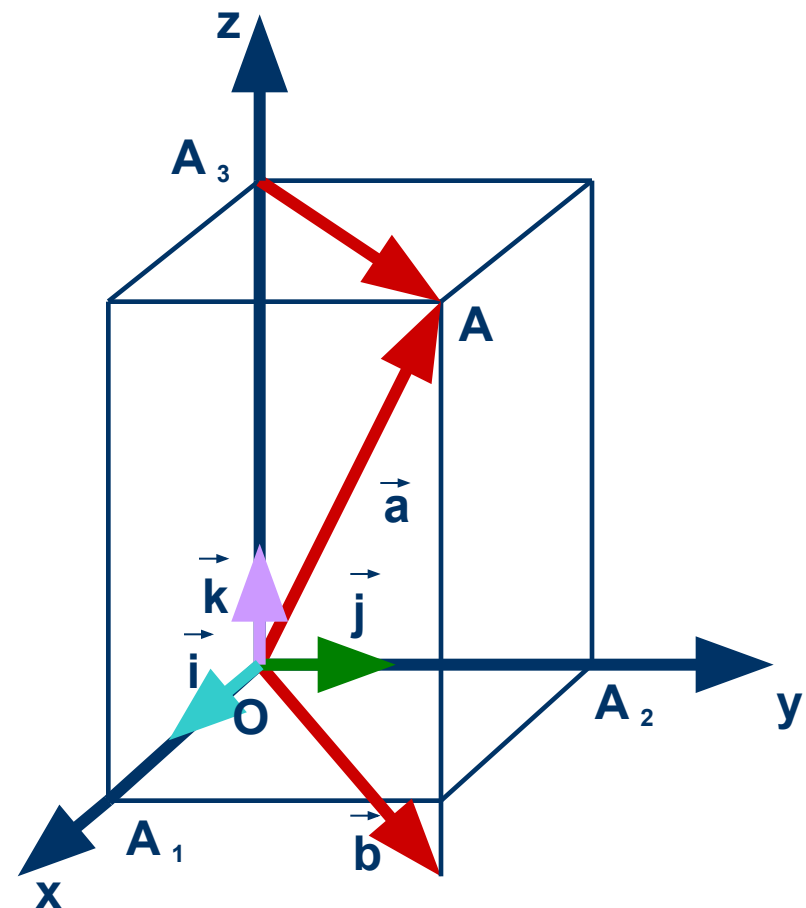
- Любой вектор \vec{a} можно разложить по координатным векторам, т.е. представить в виде

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Причем коэффициенты разложения x , y , z определяются единственным образом.

Запись координат вектора.

- ❑ Координаты вектора \vec{a} будут записываться в фигурных скобках после обозначения вектора: $\vec{a} \{x; y; z\}$.
- ❑ На рисунке справа изображен прямоугольный параллелепипед имеющий измерения: $OA_1=2$, $OA_2=2$, $OA_3=3$.
- ❑ Координаты векторов изображенных на этом рисунке, таковы:
 $\vec{a} \{2; 2; 4\}$, $\vec{b} \{2; 2; -1\}$,
 $\vec{AA} \{2; 2; 0\}$, $\vec{i} \{1; 0; 0\}$,
 $\vec{j} \{0; 1; 0\}$, $\vec{k} \{0; 0; 1\}$



Нулевой вектор и равные вектора

- Так как нулевой вектор можно представить в виде $0 = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$, то все координаты нулевого вектора равны нулю.
- Координаты равных векторов соответственно равны, т.е. если векторы $\vec{a} \{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b} \{x_2; y_2; z_2\}$ равны, то $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$ и $z_1 = z_2$.

Правила нахождения суммы, разности и произведения на данное число.

1. Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов. Если $\vec{a} \{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b} \{x_2; y_2; z_2\}$ – данные векторы, то вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты

$$\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$$

Правило №2

2. Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов. Если $\vec{a} \{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b} \{x_2; y_2; z_2\}$ – данные векторы, то вектор $\vec{a} - \vec{b}$ имеет координаты

$$\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$$

Правило №3

3. Каждая координата произведения вектора на число равна произведение соответствующей координаты вектора на это число. Если $\vec{a} \{x; y; z\}$ – данный вектор, α - данное число, то вектор $\alpha\vec{a}$ имеет координаты

$$\{\alpha x; \alpha y; \alpha z\}$$

Связь между координатами векторов и координатами точек.

- ❑ Вектор, конец которого совпадает с данной точкой, а начало – с началом координат, называется **радиус-вектором** данной точки.
- ❑ Координаты любой точки равны соответствующим координатам её радиус-вектора.
- ❑ Каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его конца и начала.

Простейшие задачи в координатах

- Каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.
- Длина вектора $a \{x; y; z\}$ вычисляется по формуле

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Расстояние между точками

- Расстояние между точка $M_1(x_1; y_1; z_1)$ и $M_2(x_2; y_2; z_2)$ вычисляется по формуле

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

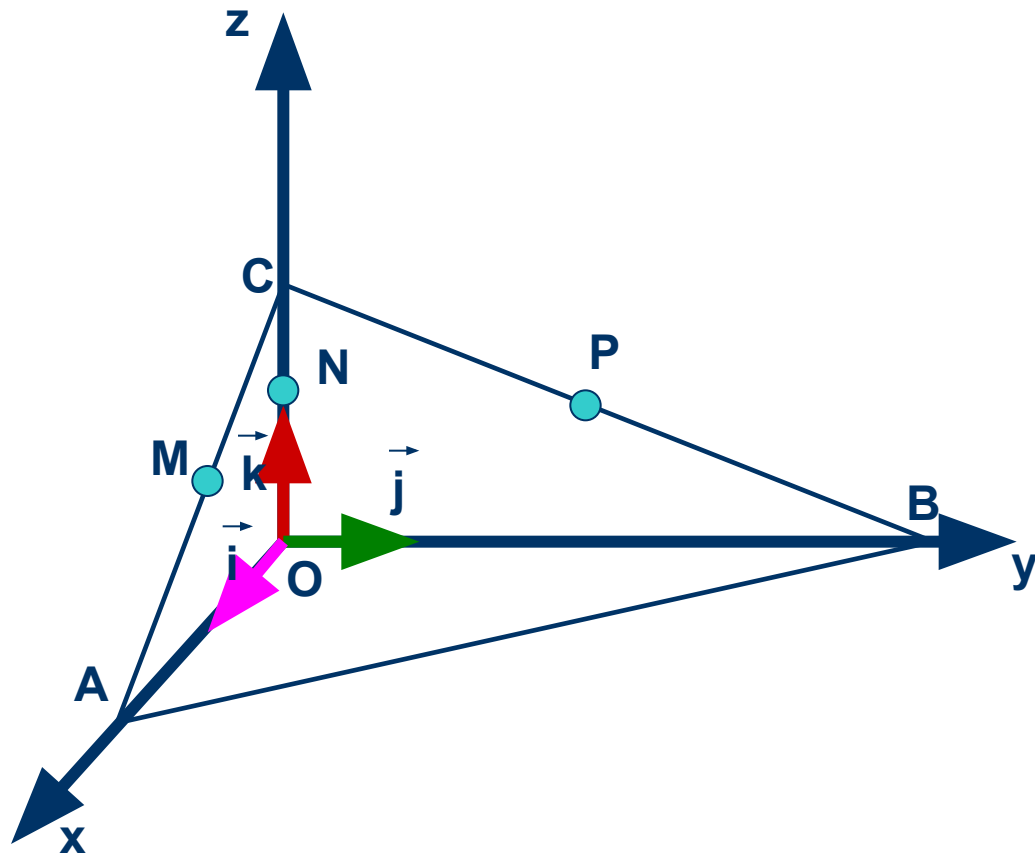
Задача

Дано:

$$OA=4, OB=9, OC=2$$

М, N и P – середины отрезков AC, OC и CB.

Найти по рисунку справа координаты векторов \vec{AC} , \vec{CB} , \vec{AB} .



Решение:

1. $\vec{AC} = \vec{AO} + \vec{OC} = 4\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{AC} \{-4; 0; 2\}$
2. $\vec{CB} = \vec{CO} + \vec{OB} = 2\vec{k} + 9\vec{j}$, $\vec{CB} \{0; 9; 2\}$
3. $\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB} = -4\vec{i} + 9\vec{j}$, $\vec{AB} \{-4; 7; 0\}$



Спасибо за внимание!!!

10 -11 класса

Авторы: Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, Л. С. Киселёва, Э. Г. Позняк

Издание подготовлено под научным руководством академика А. Н. Тихонова.