

ОСНОВЫ

Алгебра логики (**булева алгебра**) - **ЛОГИКИ** - это раздел математики, изучающий высказывания, рассматриваемые со стороны их логических значений (истинности или ложности) и логических операций над ними.




Логическое высказывание — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Истинность – 1, ложь - 0

Так, например, предложение "*Трава зеленая*" следует считать высказыванием, так как оно истинное.

Предложение "*Лев - птица*" тоже высказывание, так как оно ложное.



Употребляемые в обычной речи слова и словосочетания **"не"**, **"и"**, **"или"**, **"если... , то"**, **"тогда и только тогда"** и другие позволяют из уже заданных высказываний строить новые высказывания.

Такие слова и словосочетания называются **логическими**
связками.

- Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются составными.
Высказывания, не являющиеся составными, называются элементарными.
- Так, например, из элементарных высказываний "*Петров — врач*", "*Петров — шахматист*" при помощи связки "*и*" можно получить составное высказывание "*Петров — врач и шахматист*", понимаемое как "*Петров — врач, хорошо играющий в шахматы*".

Операции над логическими высказываниями

- Логическая операция – способ построения сложного высказывания из данных высказываний, при котором значение истинности сложного высказывания полностью определяется значениями истинности исходных высказываний



Логическое отрицание (инверсия)

Обозначение инверсии: НЕ А; \bar{A} ; A; NOT A

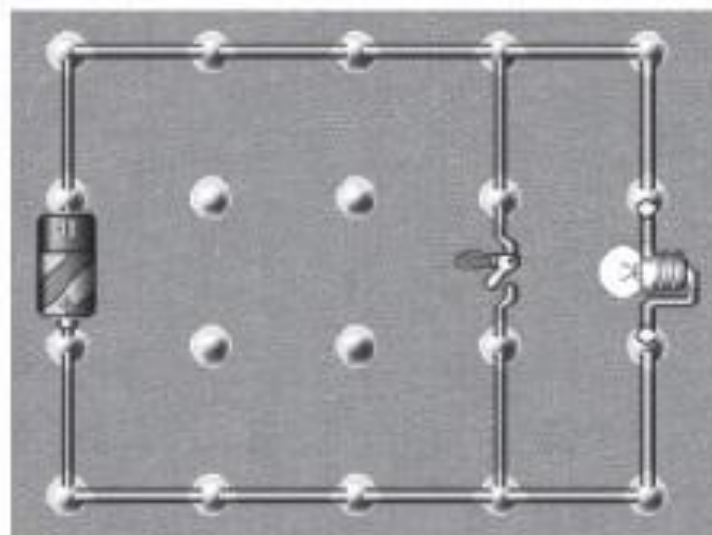
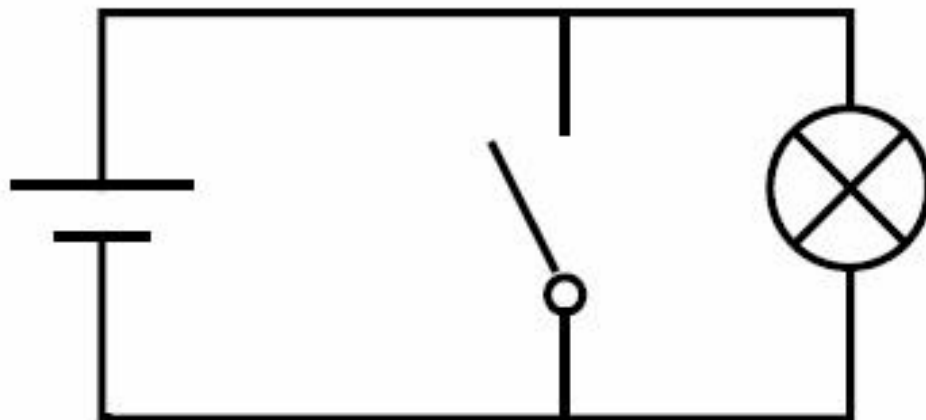
A	\bar{A}
0	1
1	0

Логическое отрицание образуется из высказывания с помощью добавления частицы «не» к сказуемому или использования оборота речи «неверно, что ...».



Логическая схема: 

Логический элемент **НЕ** инвертор



Логическое умножение (конъюнкция)

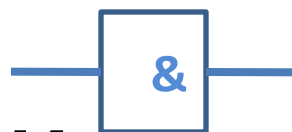
Обозначение конъюнкции: $A \text{ И } B$; $A \wedge B$; $A \& B$; $A \text{ AND } B$.

Логическое умножение образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза «и».

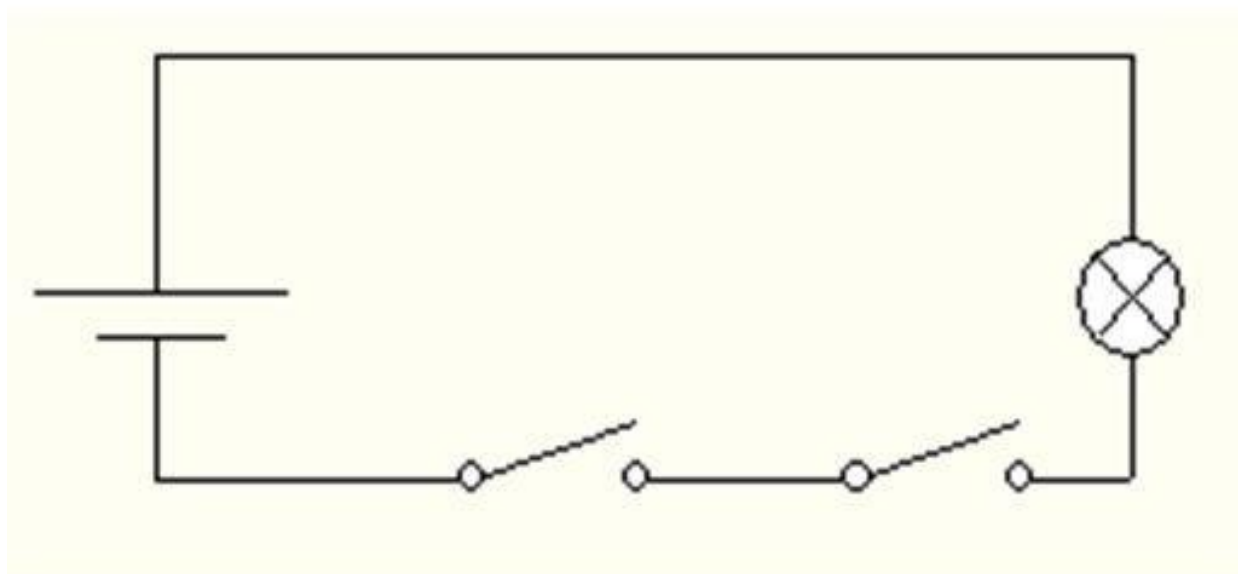
A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Из таблицы истинности следует, что конъюнкция двух высказываний истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны, и ложна, когда хотя бы одно высказывание ложно.

Логическая схема:



Логический элемент **И** конъюнктор



Электрическая схема модели
логического элемента «И»

Логическое сложение (ДИЗЪЮНКЦИЯ)

Обозначение конъюнкции: A ИЛИ B ; $A \vee B$; $A | B$;
 A OR B ; $A+B$.

Логическое сложение образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза «или».

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Из таблицы истинности следует, что дизъюнкция двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны, и истинна, когда хотя бы одно высказывание

Логическая схема: 

Логический элемент **ИЛИ** дизъюнктор

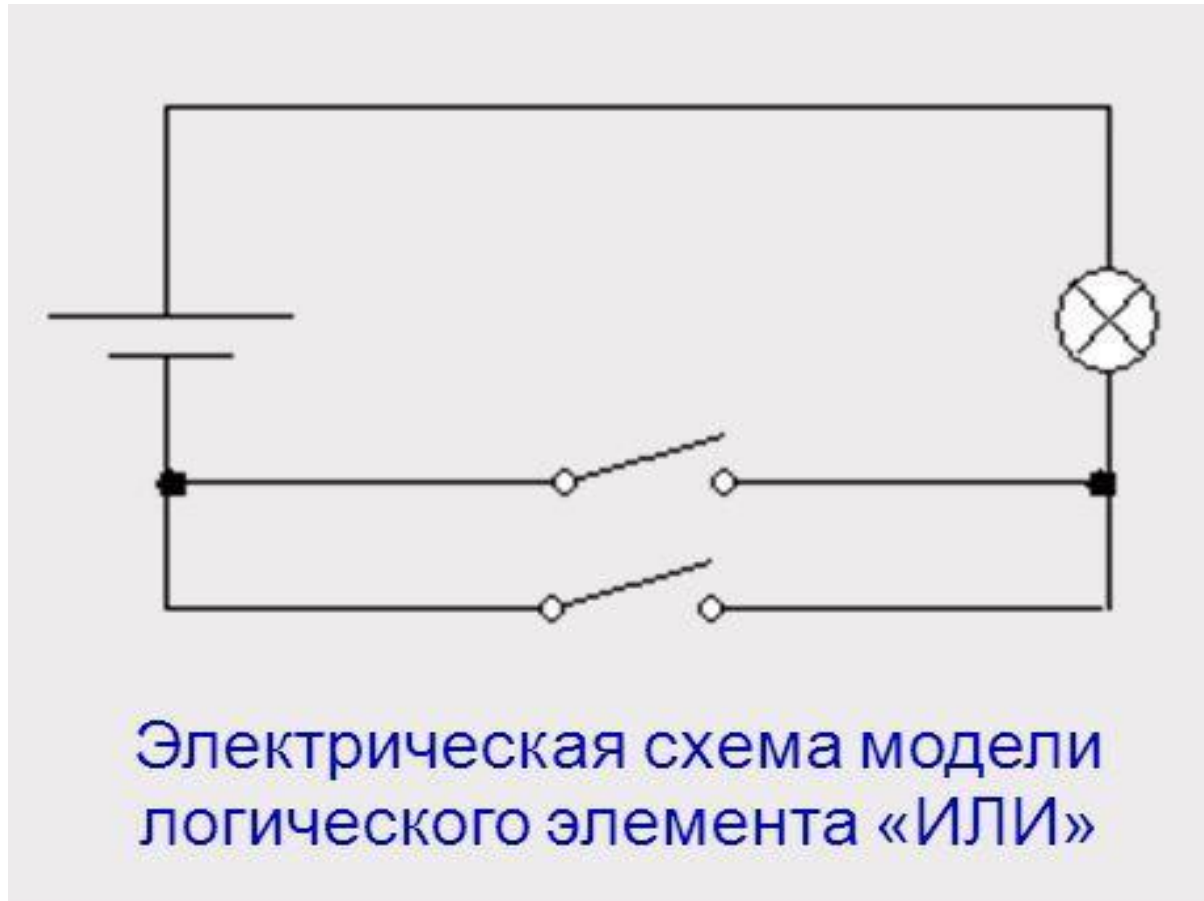


Схема И–НЕ

Схема И–НЕ состоит из элемента И и инвертора и осуществляет отрицание результата схемы И. Связь между выходом F и входами A и B схемы записывают следующим образом: $F = \overline{A \cdot B}$, где $A \cdot B$ читается как

"ИНЕ"

A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Логическая
схема:

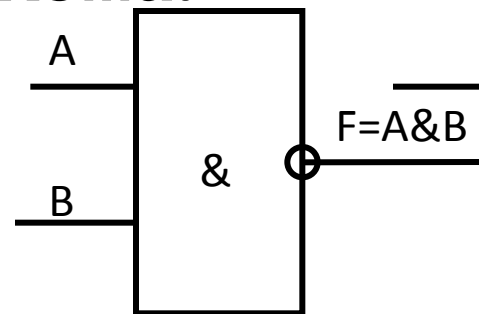
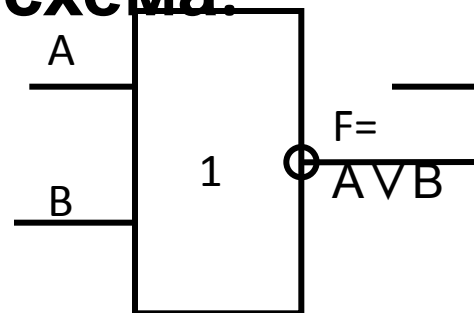


Схема ИЛИ–НЕ

Схема ИЛИ–НЕ состоит из элемента ИЛИ и инвертора и осуществляет отрицание результата схемы ИЛИ. Связь между выходом F и входами A и B схемы записывают следующим образом: $F = \overline{A \vee B}$, где $A \vee B$ читается как "инверсия A или B ".

A	B	$\overline{A \vee B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Логическая
схема:



Логическое следование (импликация)

Обозначение импликации: $A \rightarrow B$; $A \Rightarrow B$;
если A , то B ; A влечет B ; B следует из A .

Логическое следование образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «если ..., то»

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Из таблицы истинности следует, что импликация двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда из истинного высказывания следует ложное.

Логическое равенство (эквивалентность)

Обозначение эквивалентности: $A \equiv B$; $A \Leftrightarrow B$; $A \leftrightarrow B$
Логическое равенство образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «...тогда и только тогда, когда ...».

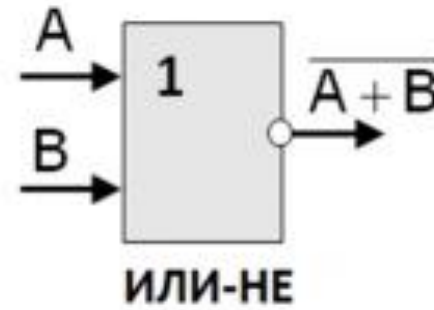
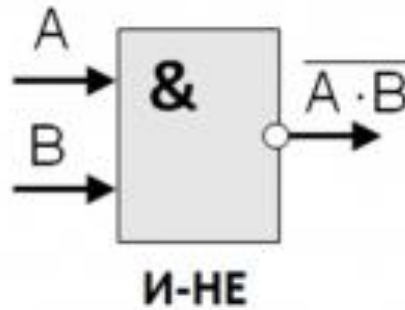
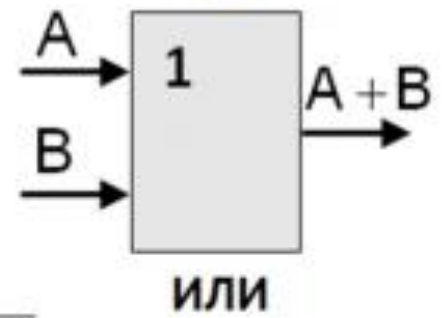
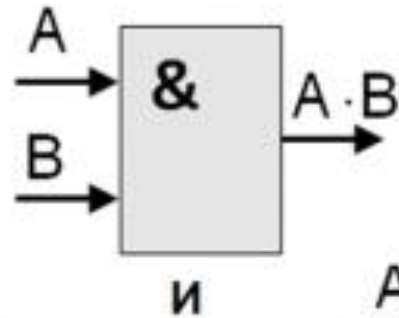
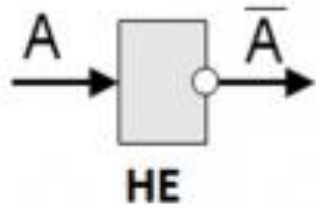
A	B	$A \Leftrightarrow B$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Из таблицы истинности следует, что эквивалентность двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны или оба ложны.

Опорный конспект «Свойства логических операций»

Инверсия истинна	Тогда	Высказывание ложно	
Дизъюнкция ложна		и	ложны
Конъюнкция истинна	только		оба высказывания
Дизъюнкция истинна		тогда,	хотя бы одно высказывание
конъюнкция ложна	ложно		
Импликация ложна	когда	Из истинного высказывания следует ложное высказывание	
Эквивалентность истинна		Оба высказывания ложны или оба истинны	

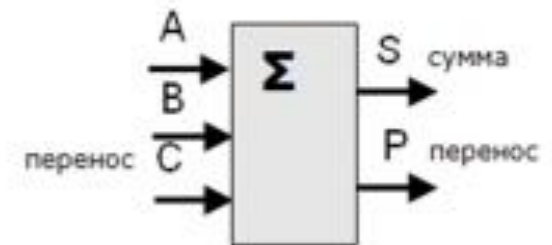
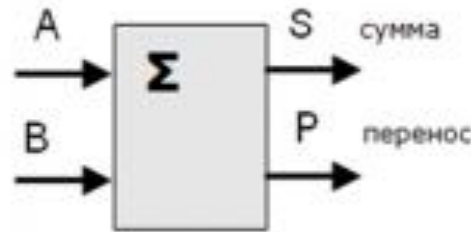
Логические элементы компьютера



Триггер - это логическая схема, способная хранить 1 бит информации (1 или 0). Строится на 2-х элементах **ИЛИ-НЕ** или на 2-х элементах **И-НЕ**.

Полусумматор - это логическая схема, способная складывать два одноразрядных двоичных числа.

Сумматор - это логическая схема, способная складывать два одноразрядных двоичных числа с переносом из предыдущего разряда.

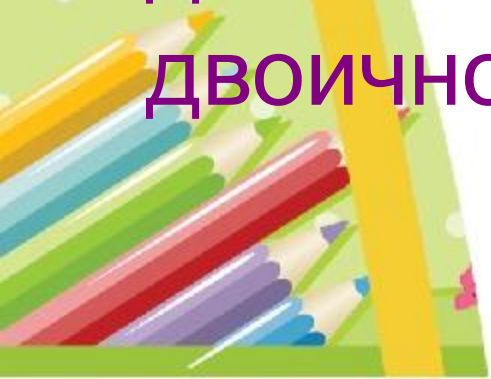


Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении:

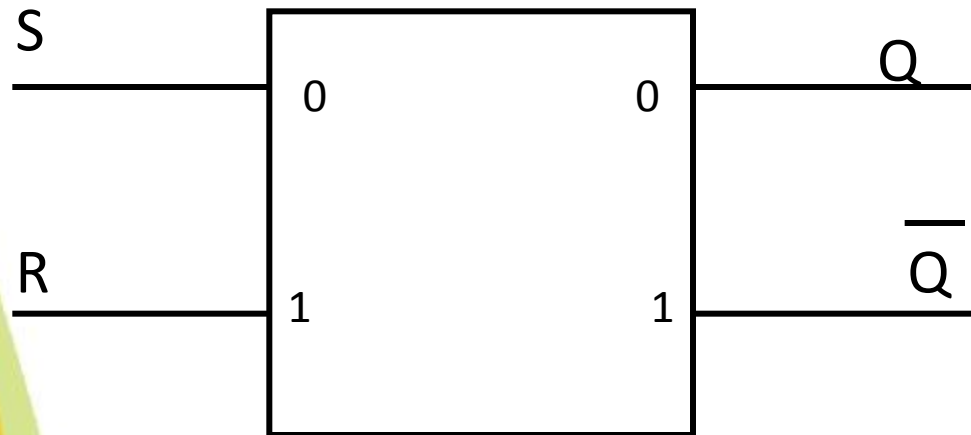
- 1. инверсия**
- 2. конъюнкция**
- 3. дизъюнкция**
- 4. импликация**
- 5. эквивалентность**

**Для изменения указанного порядка
выполнения операций используются скобки.**

Триггер — это электронная схема, широко применяемая в регистрах компьютера для надёжного запоминания одного разряда двоичного кода. Триггер имеет два устойчивых состояния, одно из которых соответствует двоичной единице, а другое — двоичному нулю.



Самый распространённый тип триггера — так называемый RS-триггер (S и R, соответственно, от английских *set* — установка, и *reset* — сброс).



Сумматор — это электронная логическая схема, выполняющая суммирование двоичных чисел.

Сумматор служит, прежде всего, центральным узлом арифметико-логического устройства компьютера, однако он находит применение также и в других устройствах машины.

Многоразрядный двоичный сумматор

