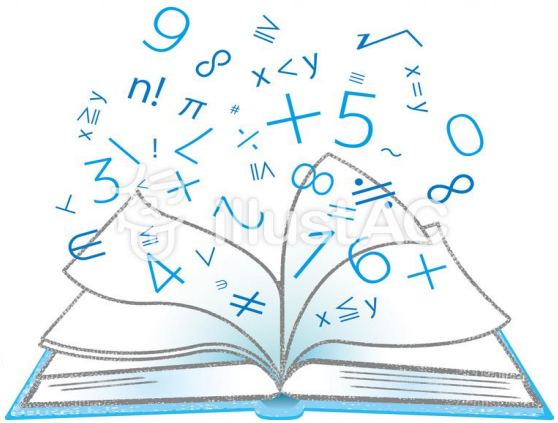
«Уравнение это золотой ключ, открывающий все математические сезамы.»

С.Коваль.



Актуальность выбранной темы

МНОГИЕ ЗАДАЧИ ЭКОНОМИКИ, ПРОМЫШЛЕННОСТИ, СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РЕШАЮТСЯ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ.

ГРАМОТНОЕ РЕШЕНИЕ ДАННЫХ ЗАДАЧ – ОДНА ИЗ ПРОБЛЕМ 21 ВЕКА

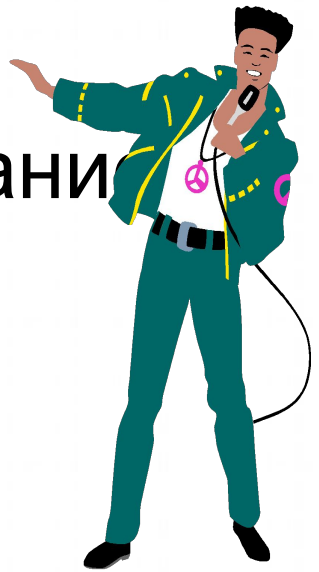
Математик
а

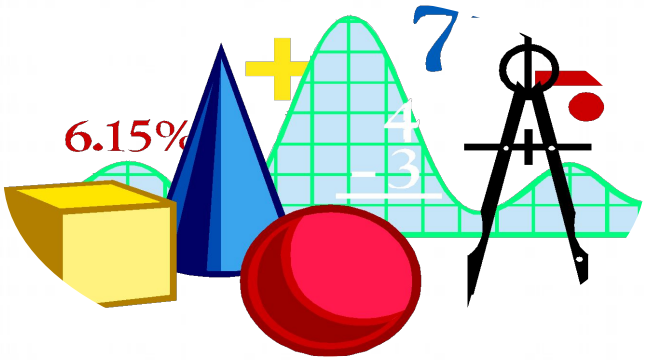
Мастер-класс

« Решение квадратных уравнений»

Цель урока:

- Профессиональное самосовершенствование



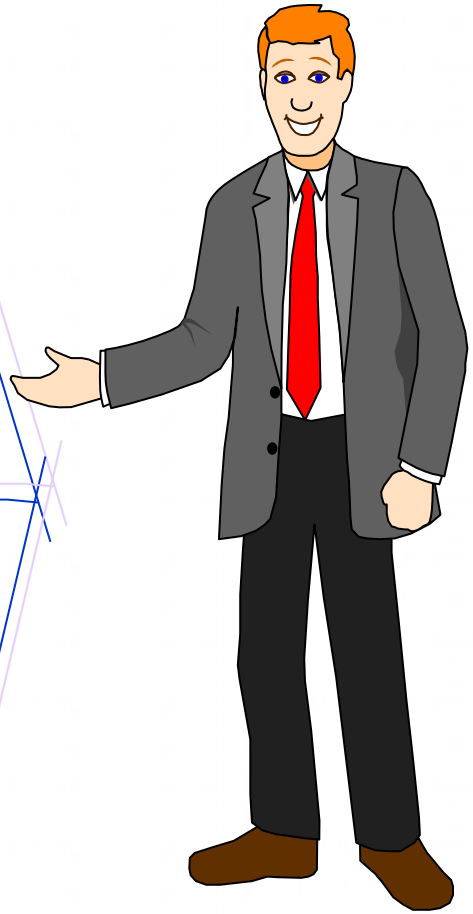


Задачи:

Зачем? Распространение опыта

Что? Способы решения квадратных уравнений

Как? Правила ,теоремы



Квадратным уравнением называется уравнение вида

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

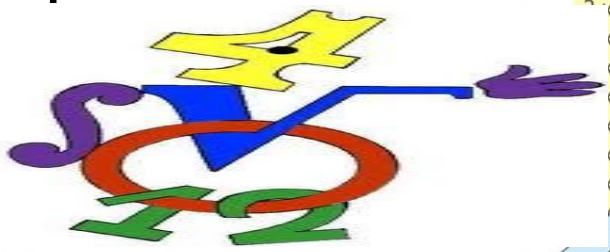
где *x*- переменная,

a,b и *c*-некоторые числа, причем, $a \neq 0$.

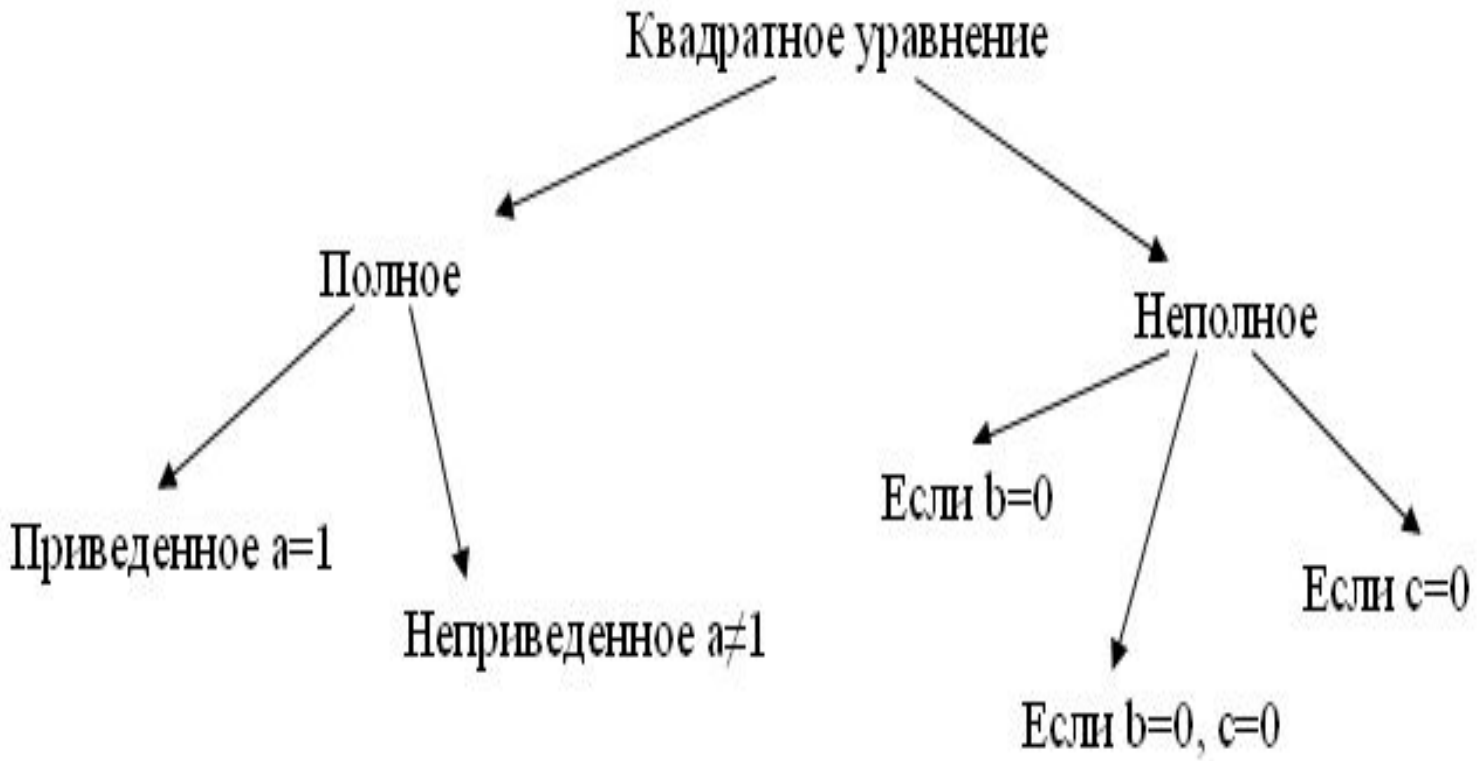
Коэффициенты a, b, c, различают по названиям: a – первый или старший коэффициент;

b – второй или коэффициент при x;

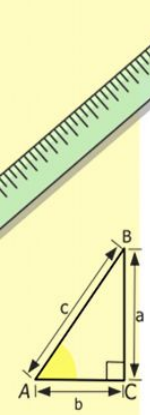
c – свободный член, свободе переменной x.

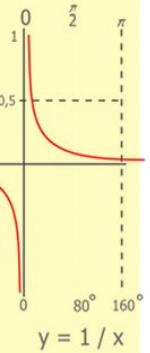


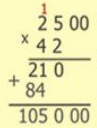
Виды квадратных уравнений

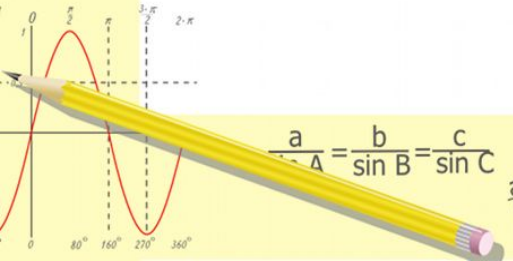


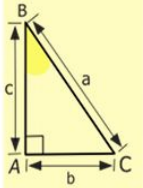
- Квадратное уравнение называют приведенным, если старший коэффициент равен 1;
- квадратное уравнение называют неприведенным, если старший коэффициент отличен от 1.
- $x^2+px+q=0$ – стандартный вид приведенного квадратного уравнения

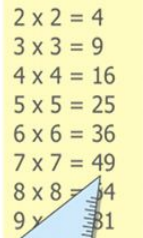




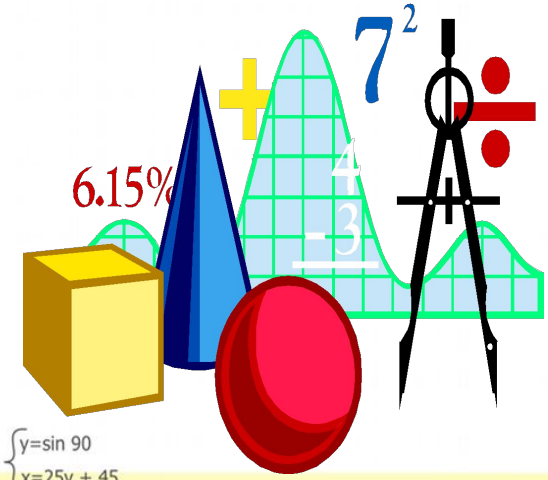








- Неполное квадратное уравнение – это уравнение, в котором присутствуют не все три слагаемых; иными словами, это уравнение, у которого хотя бы один из коэффициентов b и c равен нулю.
- 1) $ax^2 + c = 0$, где $c \neq 0$;
- 2) $ax^2 + bx = 0$, где $b \neq 0$;
- 3) $ax^2 = 0$



Решить квадратное уравнение – это значит найти все его корни или установить, что их нет.

$ax^2 + c = 0$, $ax^2 = -c$, $x^2 = -c/a$

Если $-c/a \geq 0$, то уравнение имеет 2 корня $x = \pm\sqrt{-c/a}$,

Если $-c/a < 0$, то уравнение корней не имеет.

$ax^2 + bx = 0$,

$x(ax + b) = 0$,

$x = 0$, $ax + b = 0$;

$x = -b/a$.

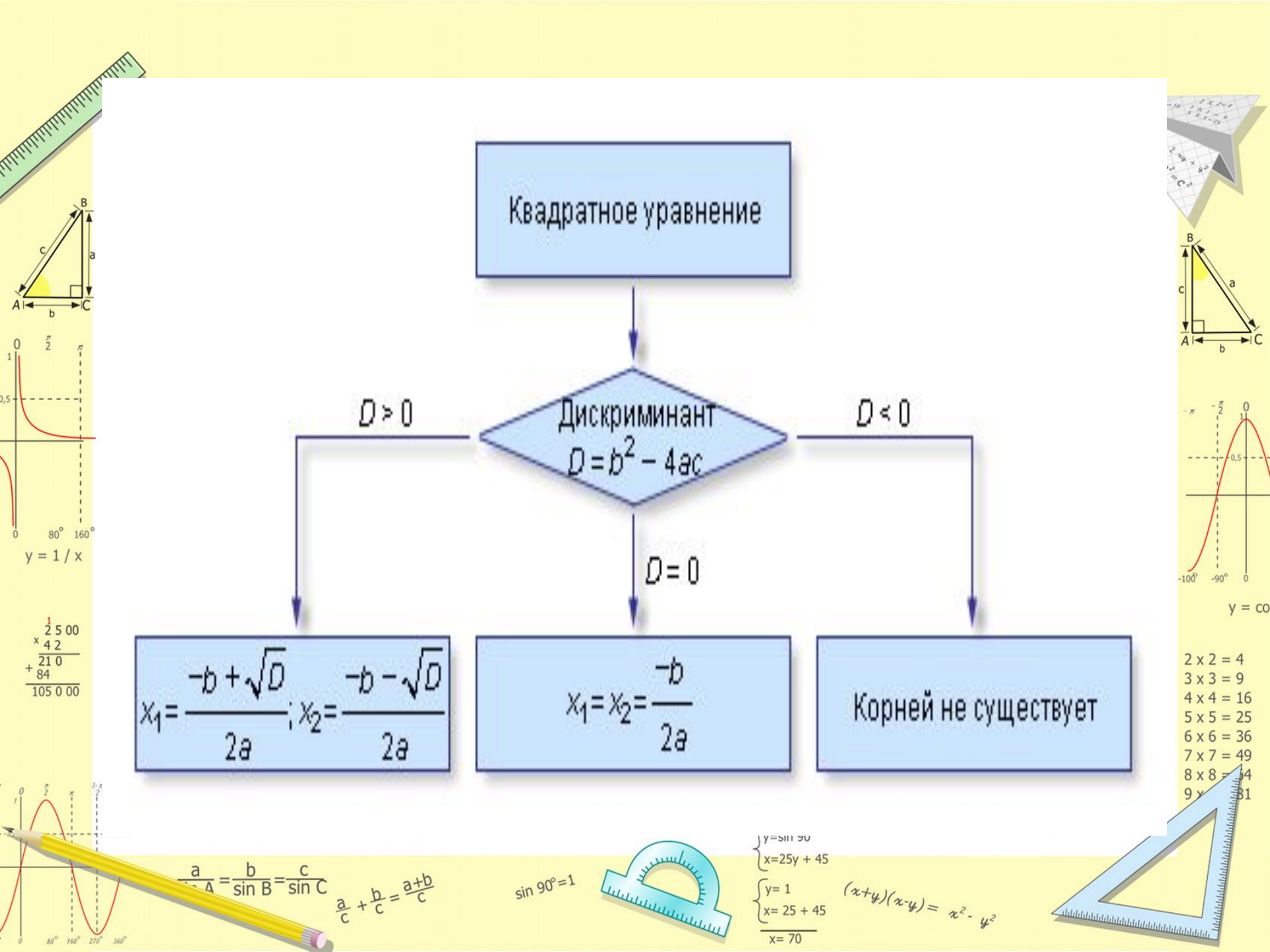
$ax^2 = 0$,

$x^2 = 0$,

$x = 0$.

Способы решения квадратных уравнений

- 1) Разложение левой части уравнения на множители.
- 2)Метод выделения полного квадрата.
- 3)Решение квадратных уравнений по формуле.
- 4) Решение уравнений с использованием теоремы Виета.
- 5) Решение уравнений с использованием теоремы Виета (обратной)
- 6) Решение уравнений способом «переброски».
- 7) Свойства коэффициентов квадратного уравнения.
- 8) Графическое решение квадратного уравнения.
- 9) Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки.
- 10) Решение квадратных уравнений с помощью номограммы.
- 11) Геометрический способ решения квадратных уравнений.
- 12) Способ решения квадратных уравнений по теореме Безу.


Квадратное уравнение
Дискриминант
$D = b^2 - 4ac$
$D > 0$
$D = 0$
$D < 0$
$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$
$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$
Корней не существует

Решение квадратных уравнений по формуле

- **а)$4x^2 - 4x + 1 = 0$, D=0**
- Уравнение имеет один корень

$$x = -\frac{b}{2a}, \quad x = -\frac{b}{2a}, \quad x = -\frac{-4}{2 \cdot 4}, \quad x = \frac{1}{2}.$$

- **б) $2x^2 + 3x + 4 = 0$,**
- D = b2 - 4ac = 9 - 4 •2 •4 = 9 - 32 = -13 ,
- D<0
- Данное уравнение корней не имеет.

в) Решим уравнение: $4x^2 + 7x + 3 = 0$.

- D = b2 - 4ac = 49 - 4 • 4 • 3 = 49 - 48 = 1,
  - D >0, два разных корня;

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \quad x = \frac{-7 \pm 1}{8}; \quad x_1 = \frac{-7+1}{8}, \quad x_1 = -\frac{3}{4},$$

$$x_2 = \frac{-7-1}{8}, \quad x_2 = -1.$$

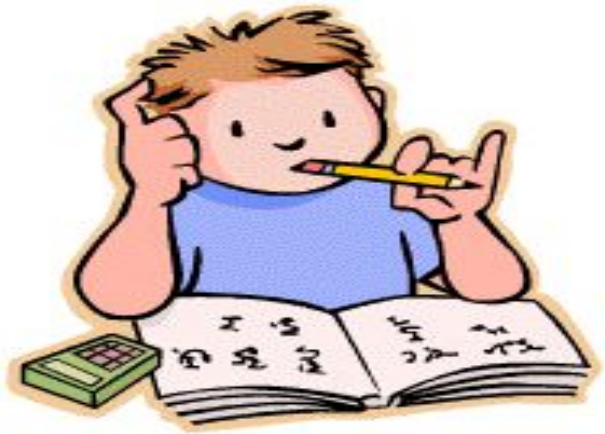
Свойства коэффициентов квадратного уравнения.

А. Пусть дано квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, где $a \neq 0$.

- 1) Если, $a + b + c = 0$
- (т.е. сумма коэффициентов равна нулю),
- то $x1 = 1$, $x2 = c/a$.
- Решим уравнение а) $132x2 - 247x + 115 = 0.$
- Решение. Так как $a + b + c = 0$
- $(132 - 247 + 115 = 0)$,
- то $x1 = 1$, $x2 = c/a = 115/132$.
- Ответ: 1; 115/132.
- б)$2x^2 + 3x - 5 = 0$, $x1 = 1$, $x2 = -5/2$

Свойства коэффициентов квадратного уравнения.

- *Б.* $ax^2 + bx + c = 0$, где a ≠ 0
- если $a - b + c = 0$,
- то x1 = -1 и x2 = - c/a,
- *Пример:* $7x^2 + 2x - 5 = 0$
- (7-2-5=0)
- x1=-1, x2=5/7



Нахождение корней приведенного квадратного уравнения

$X^2+PX+g=0$,где p-четное число

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

Пример:$X^2+4X-77=0$,

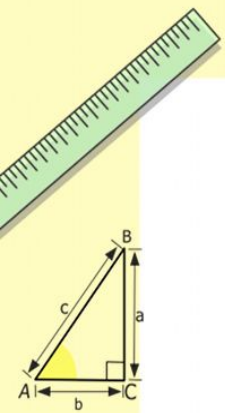
$x1=-2+9=7$

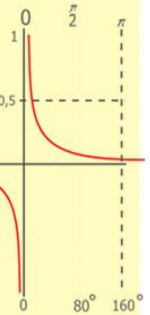
$x2=-2-9=-11$

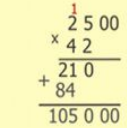
Впервые зависимость между корнями и кооэффициентами квадратного уравнения установил знаменитый французский учёный Франсуа Виет.

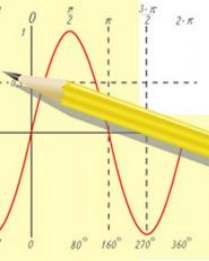
Теорема Виета

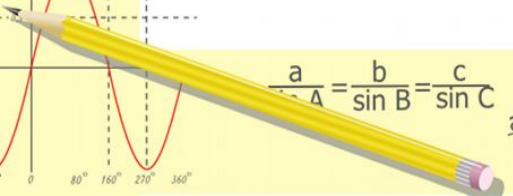
Поэтом по праву должна быть воспета
О свойствах корней теорема Виета.
Что лучше скажи , постоянства такого?
Умножишь ты корни , и дробь уж готова:
в числителе с ,в знаменателе а.
И сумма корней тоже дроби равна .
Хоть с минусом дробь та , что за беда :
в числителе в , в знаменателе а .

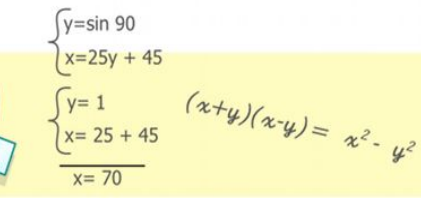


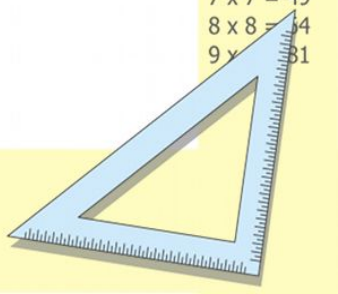


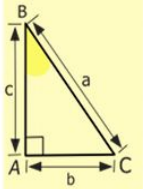


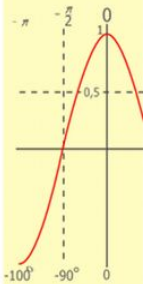


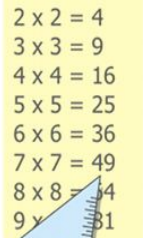












$ax^2+bx+c=0$, при $a \neq 1$;

$$*X1+x2= -\frac{в}{a} \qquad x1\times x2= \frac{c}{a}$$

$X^2+PX+g=0$-приведенное квадратное уравнение

$$X1+X2=-P \qquad X1\times X2= g$$

Решим квадратное уравнение

а)$x^2+9x+20=0$

б)$x^2-8x-20=0$

в)$x^2+12x+20=0$

г)$x^2-19x-20=0$

д)$x^2+21x+20=0$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

$$y = 1 / x$$

$$\begin{array}{r} 2\,5\,00 \\ \times\ 4\,2 \\ \hline 21\,0 \\ +\ 84 \\ \hline 105\,0\,00 \end{array}$$

$$y = co$$

2 x 2 = 4
3 x 3 = 9
4 x 4 = 16
5 x 5 = 25
6 x 6 = 36
7 x 7 = 49
8 x 8 = 64
9 x 9 = 81

Алгоритм

отыскания корней приведенного квадратного уравнения $X^2 + pX + g = 0$

1.Найти множители свободного члена , для которых действие указанное последним знаком уравнения , дает второй коэффициент;

2.Расставить знаки у найденных множителей по следующим правилам:

А)если в уравнении два «плюса», то в ответе два « минуса» ;

Б)если последний знак уравнения «минус» , то меньшему корню присваивается второй знак уравнения .

(больший корень имеет противоположный знак)

Используя алгоритм найдем подбором корни уравнения

1) $x^2-11x+28=0$

2) $x^2+11x+28=0$

3) $x^2-3x-28=0$

4) $x^2-12x-28=0$

5) $x^2+16x+28=0$

Решите уравнения

1) x^2-13x+36=0

2) x^2-15x+36=0

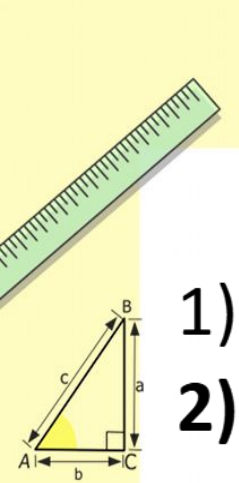
3) x^2+20x+36=0

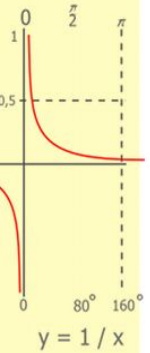
4) x^2+37x+36=0

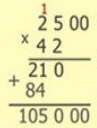
5) x^2-12x+36-0

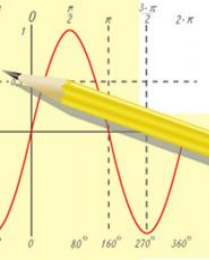
6) x^2+9x-36=0

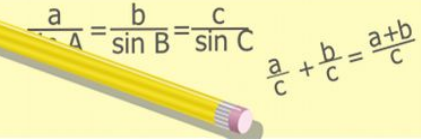
7) x^2-5x-36=0

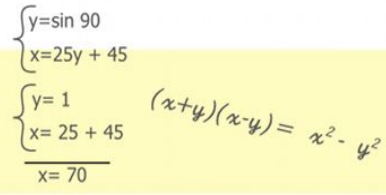


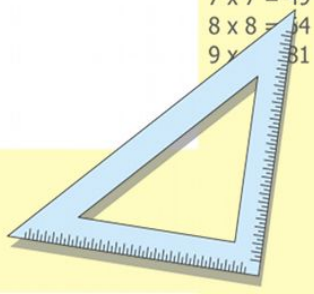


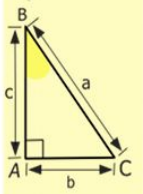


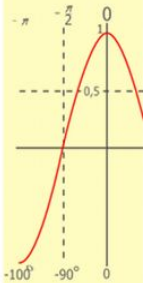


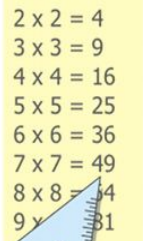












Решите уравнения

1) $x^2 + 17x - 18 = 0$

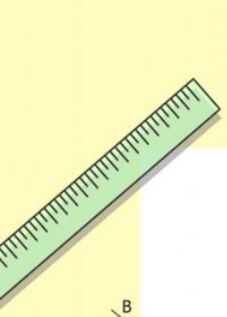
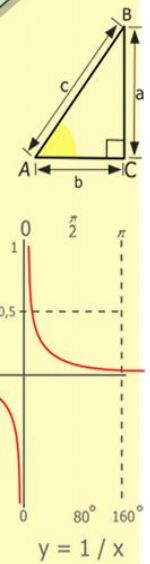
2) $x^2 - 17X - 18 = 0$

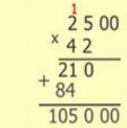
3) $x^2 - 11X + 18 = 0$

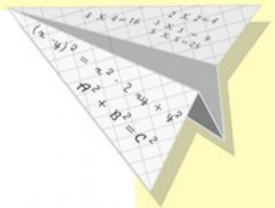
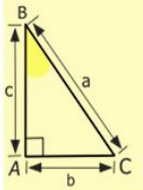
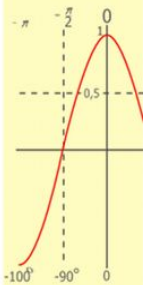
4) $x^2 + 7X - 18 = 0$

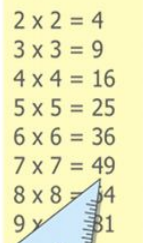
5) $x^2 + 9X + 18 = 0$

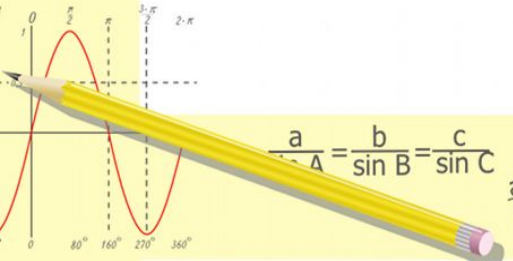
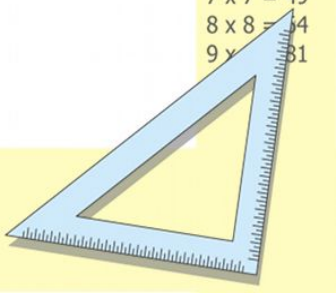
6) $x^2 - 3X - 18 = 0$





Самостоятельная работа

I

$X^2+3X-10=0$

II

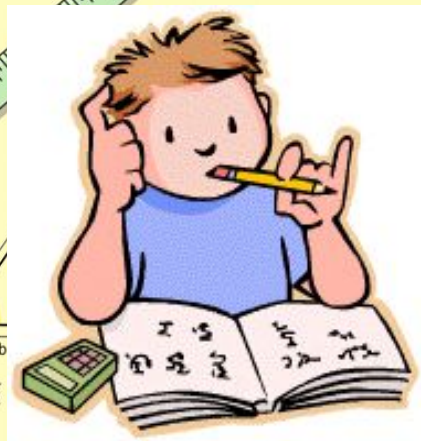
$X^2+5X—6=0$

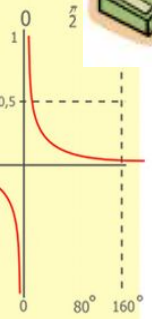
III

$X^2+ 3X +2=0$

IV

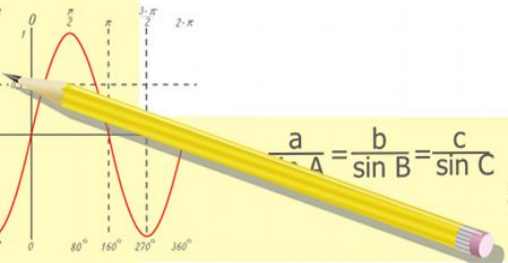
$X^2-8X+15=0$





y = 1 / x

$$\begin{array}{r} 2\,5\,00 \\ \times\ 4\,2 \\ \hline 21\,0 \\ +\ 84 \\ \hline 105\,0\,00 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

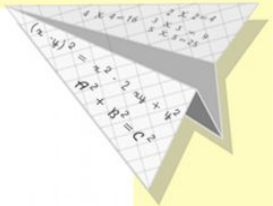
$\sin 90° = 1$

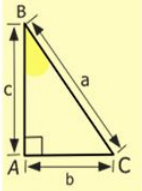
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

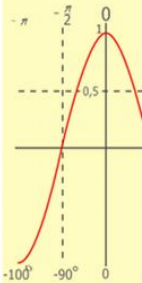
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$x = 70$

$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$

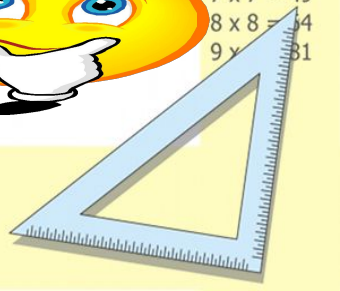




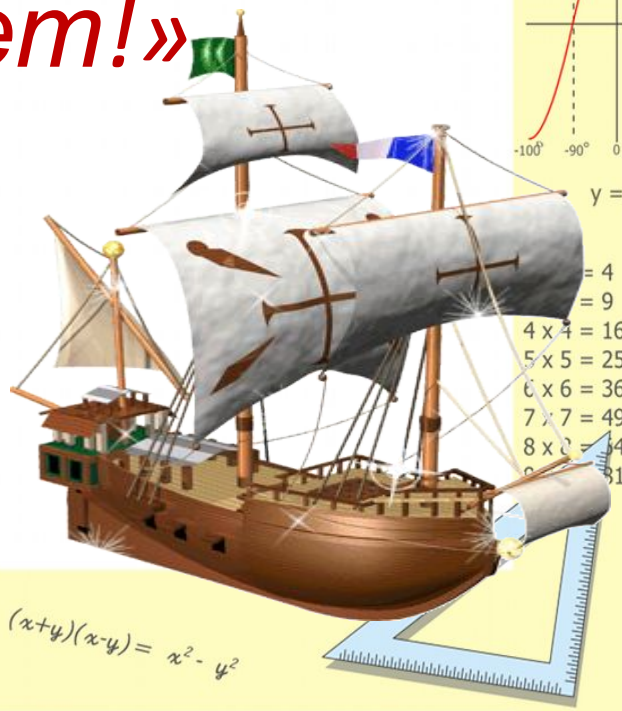


y = co

2 x 2 = 4
3 x 3 = 9
4 x 4 = 16
5 x 5 = 25
6 x 6 = 36
7 x 7 = 49
8 x 8 = 64
9 x 9 = 81



«Да, мир познания не гладок.
И знаем мы со школьных лет
Загадок больше ,чем разгадок
И поискам предела нет!»



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

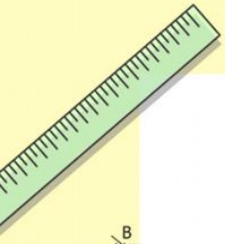
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

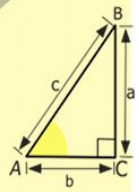
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

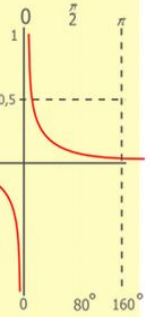
$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

2 x 2 = 4
3 x 3 = 9
4 x 4 = 16
5 x 5 = 25
6 x 6 = 36
7 x 7 = 49

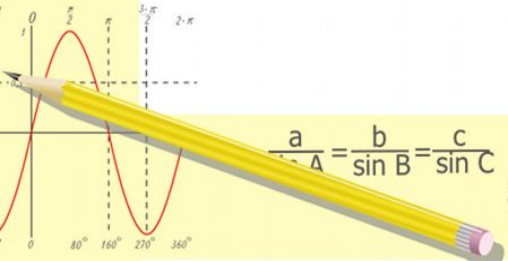






y = 1 / x

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1} \\ 2\,5\,00 \\ \times\ 4\,2 \\ \hline 21\,0 \\ +\ 84 \\ \hline 105\,0\,00 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

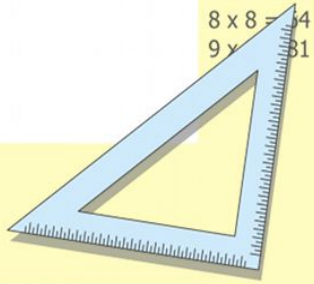
$\sin 90° = 1$

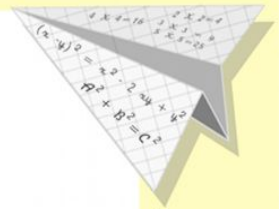
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

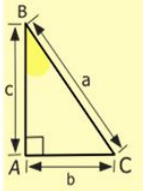
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

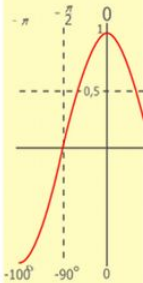
$x = 70$

$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$



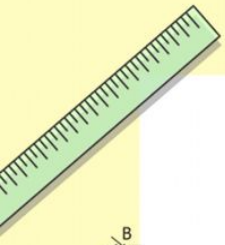


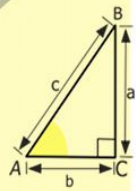


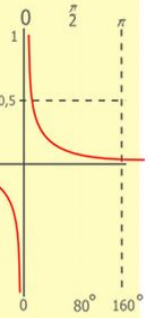


y = co

2 x 2 = 4
3 x 3 = 9
4 x 4 = 16
5 x 5 = 25
6 x 6 = 36
7 x 7 = 49
8 x 8 = 64
9 x 9 = 81

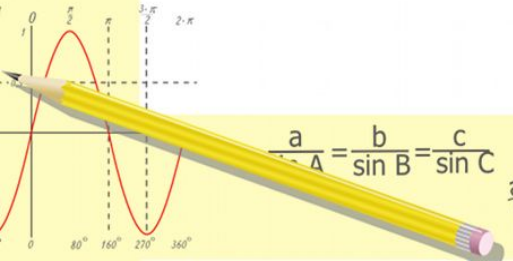






y = 1 / x

$$\begin{array}{r} 2\,5\,00 \\ \times\ 4\,2 \\ \hline 21\,0 \\ +\ 84 \\ \hline 105\,0\,00 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

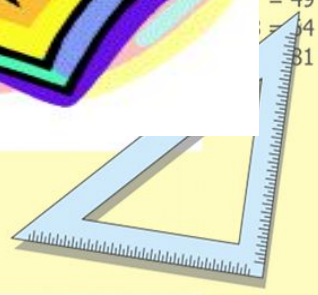
$\sin 90° = 1$

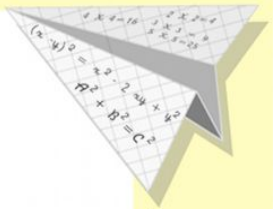
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

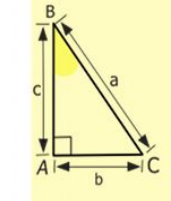
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

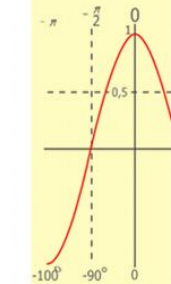
$x = 70$

$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$









y = co

= 4
= 9
= 16
= 25
= 36
= 49
= 64
= 81