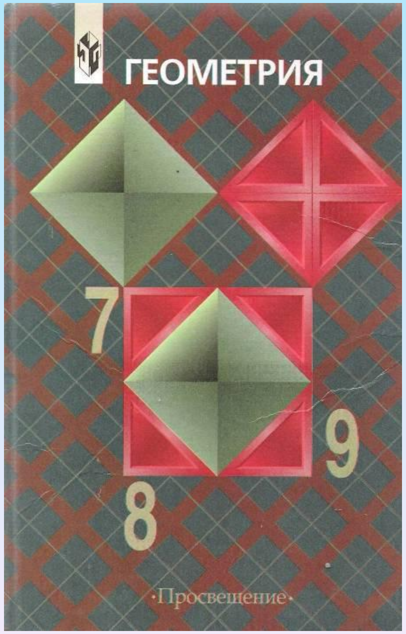
8 класс

Геометрия

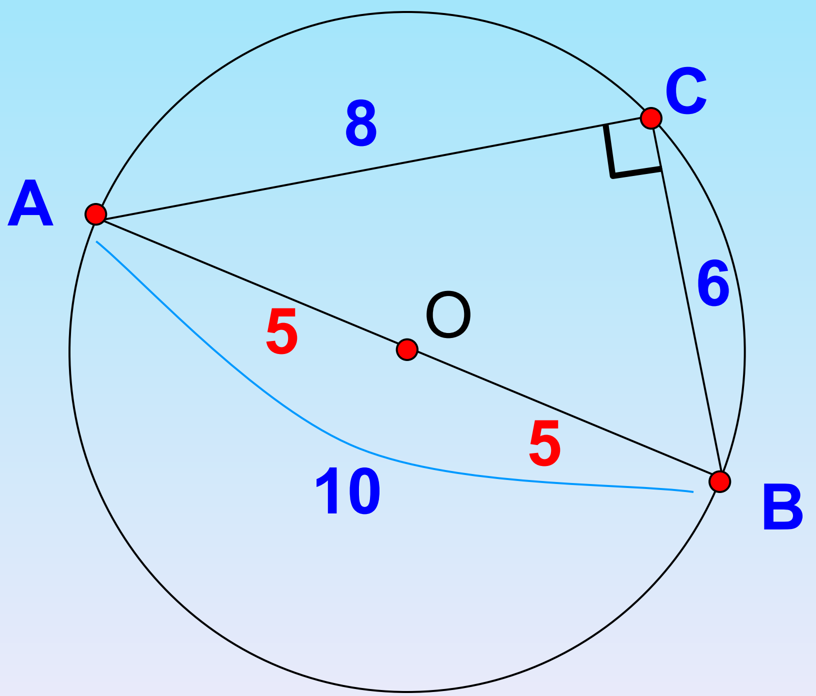


Домашнее задание

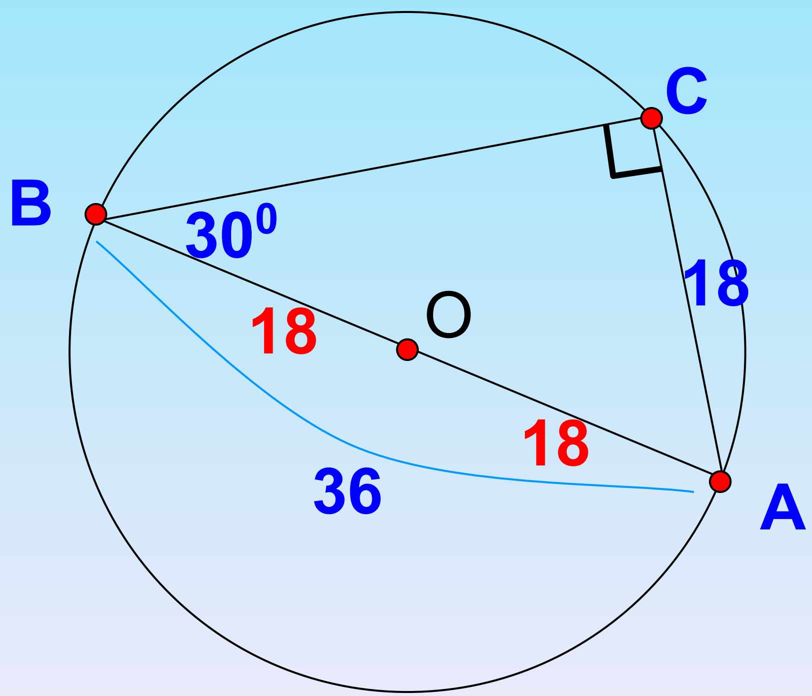
В треугольнике ABC $BC = \sqrt{55}$, угол C равен 90°. Радиус окружности, описанной около этого треугольника, равен 4. Найдите AC.

Около прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C описана окружность. Найдите радиус этой окружности, если AC=8 см, BC=6 см.

Около прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C описана окружность. Найдите радиус этой окружности, если AC=18 см, Около прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C описана окружность. Найдите радиус этой окружности, если AC=8 см, BC=6 см.



Около прямоугольного треугольника АВС с прямым углом С описана окружность. Найдите радиус этой окружности, если АС=18 см, $\angle B = 30^0$.

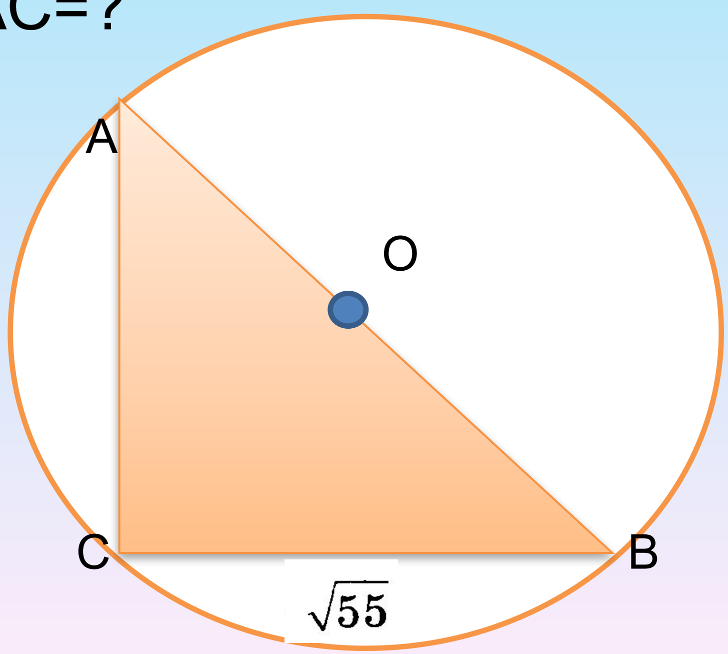


В треугольнике ABC $BC = \sqrt{55}$, угол C равен 90°. Радиус окружности, описанной около этого треугольника, равен 4. Найдите AC.

$BC = \sqrt{55}$

R=4

AC=?



Решение

AB=2R, AB= 4 ▪ 2= 8

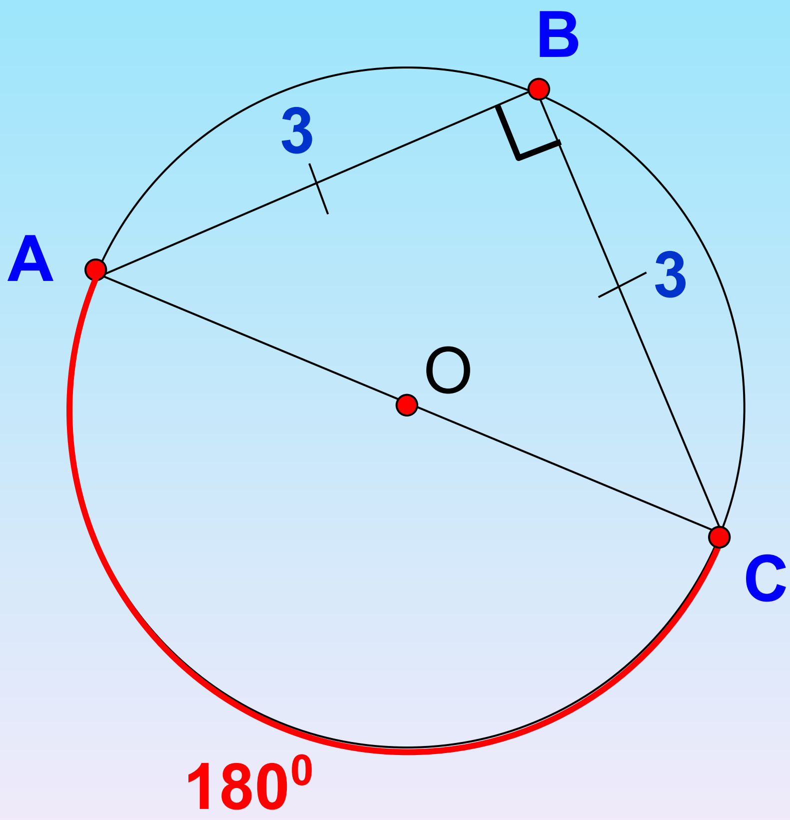
$$AC^2 + CB^2 = AB^2$$

$$AC^2 = AB^2 - CB^2 =$$

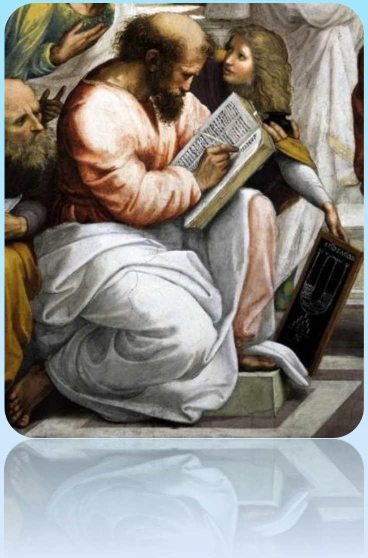
= 64-55= 9 , AC =3

Ответ: 3.

Боковые стороны треугольника, изображенного на рисунке, равны 3 см. Найти радиус описанной около него окружности.



Итоговое повторение курса геометрии 8 класса



Многоугольники

Задача **Сумма углов выпуклого многоугольника $(n – 2)\cdot180°$**

Сколько сторон имеет многоугольник, если каждый угол которого равен 120°.

Решение

Обозначим n – количество вершин многоугольника.

Так как сумма углов выпуклого многоугольника

$$(n - 2) \cdot 180°.$$

То следовательно $(n - 2) \cdot 180° = 120° \cdot n$

$$180° \cdot n - 360° = 120° \cdot n$$

$$60° \cdot n = 360°$$

$$n = 360° : 60°$$

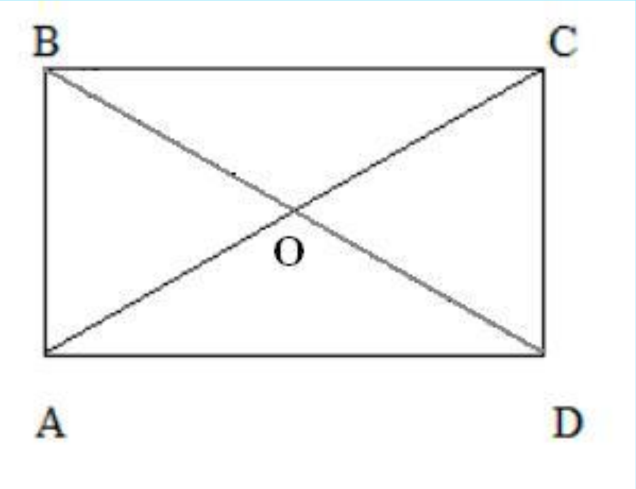
$$n = 6$$

Ответ: 6 сторон.

Четырехугольники

Параллелограмм
Прямоугольник
Ромб
Квадрат
Трапеция

Прямоугольник, его свойства и признаки



1. Определение

Параллелограмм, у которого все углы прямые.

$\angle A = 90°; \quad \angle B = 90°;$

$\angle C = 90°; \quad \angle D = 90°.$

2. Свойства

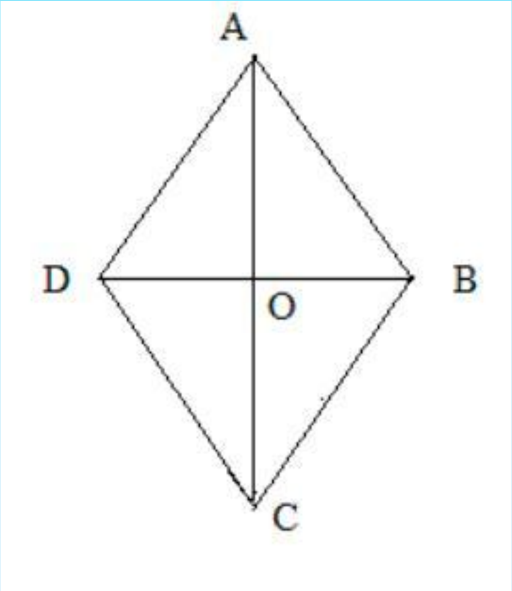
- Диагонали равны
BD = AC.

Обратное утверждение

3. Признаки

- Если в параллелограмме диагонали равны, то он прямоугольник.

Ромб, его свойства и признаки



Определение

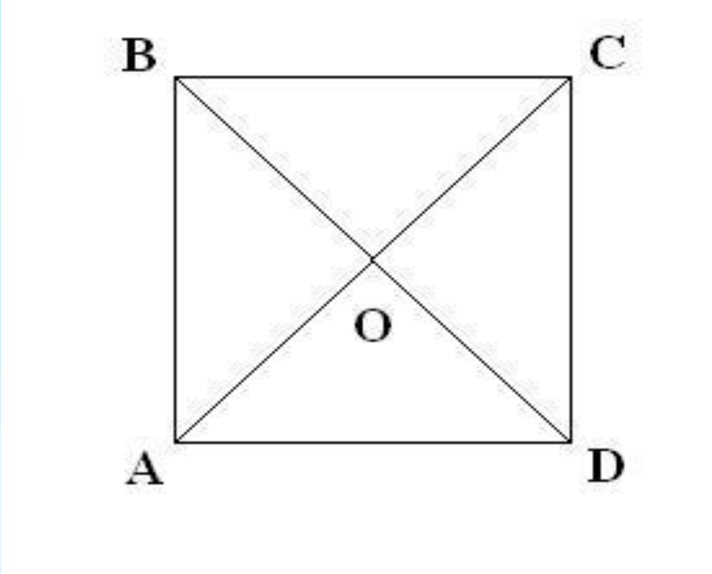
Параллелограмм, у которого все стороны равны.

$AB = BC = CD = AD$

Свойства

- Диагонали взаимно перпендикулярны и делят углы пополам.

Квадрат, его свойства и признаки



Свойства

• Диагонали равны, взаимно перпендикулярны , точкой пересечения делятся пополам и делят углы пополам.

Определение

Прямоугольник, у которого все стороны равны.

$\angle A = 90°; \quad \angle B = 90°; \quad \angle C = 90°; \quad \angle D = 90°.$

$AB = BC = CD = AD.$

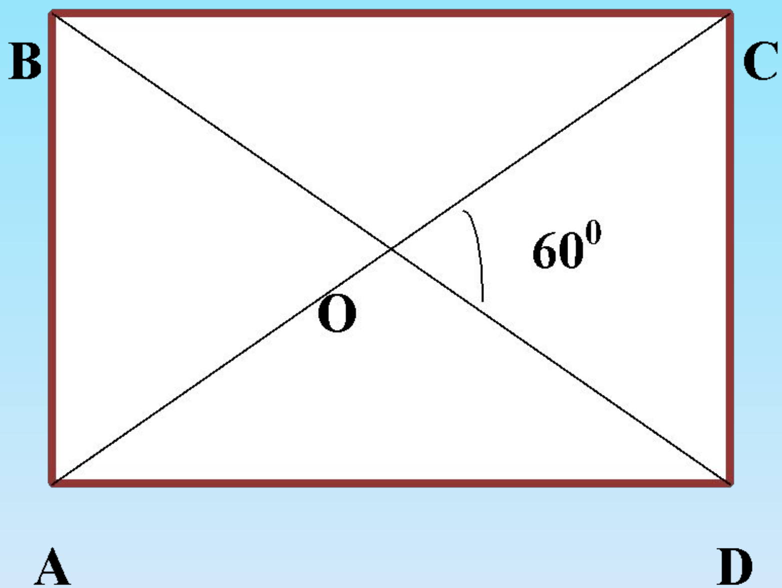
- **Признаки**
- Если в ромбе все углы равны, то он квадрат.
- Если в ромбе диагонали равны, то он квадрат.

$AC \perp BD, \; AC = BD;$

$\angle BAO = \angle DAO; \quad \angle BCO = \angle DCO;$

$\angle ABO = \angle CBO; \quad \angle ADO = \angle CDO.$

Задача



Дано: ABCD – прямо-угольник; ∠COD=60°.

Найти: ∠AOB, ∠BOC.

Ответ: ∠AOB = 60 °, ∠BOC= 120 °.

Задача

Дано: ABCD – прямоугольник;
$\angle ABD$ больше $\angle CBD$ на 20°.
Найти: углы треугольника AOD.

Ответ: $\angle A = 35°$, $\angle O = 110°$, $\angle D = 35°$

Задача

В ромбе угол между диагональю и стороной равен 25°. Найдите углы ромба.

Ответ: 50°; 130°

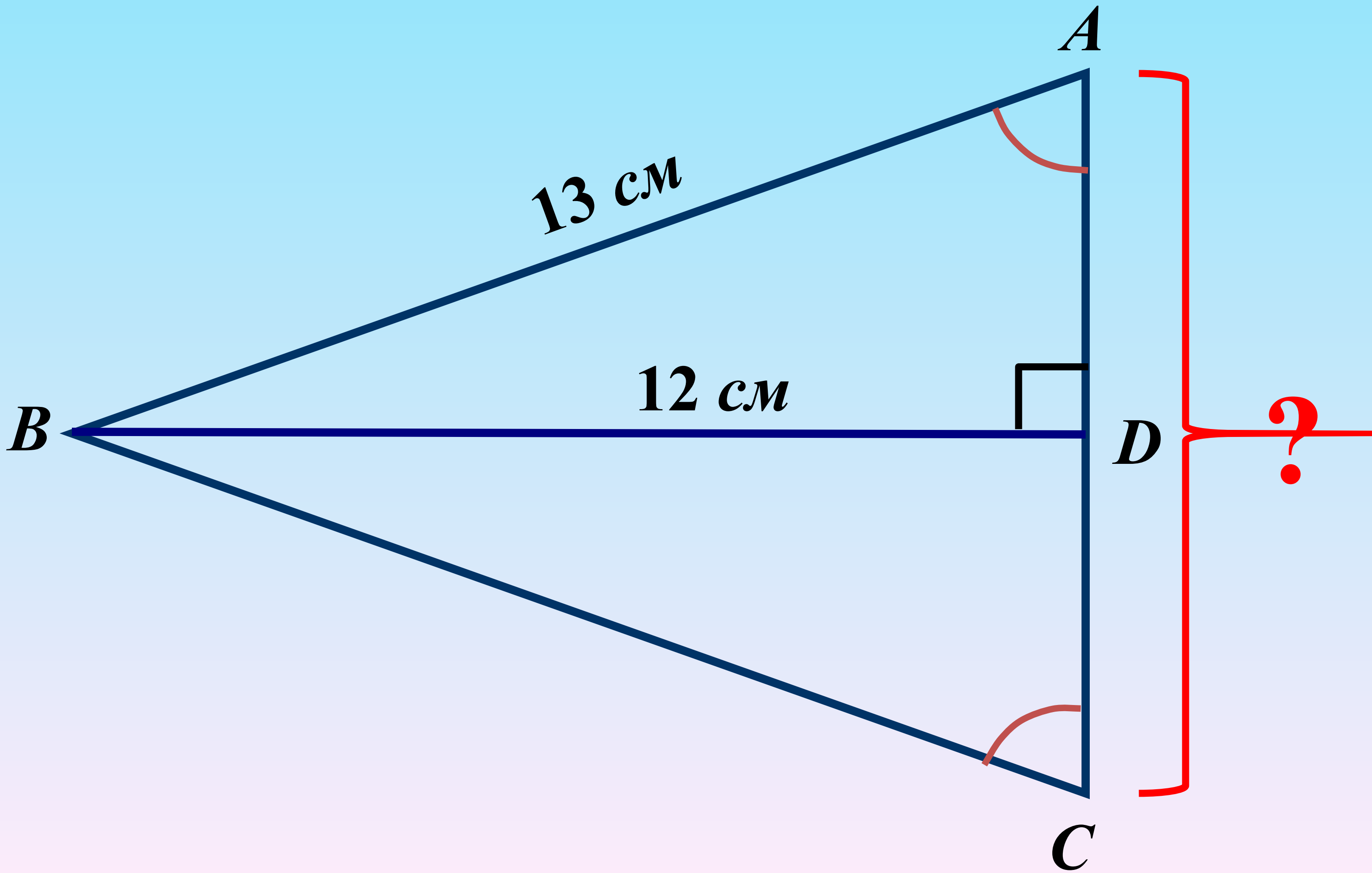
Теорема Пифагора

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

Это простота - красота - значимость

Дано: ΔABC

Найти: AC

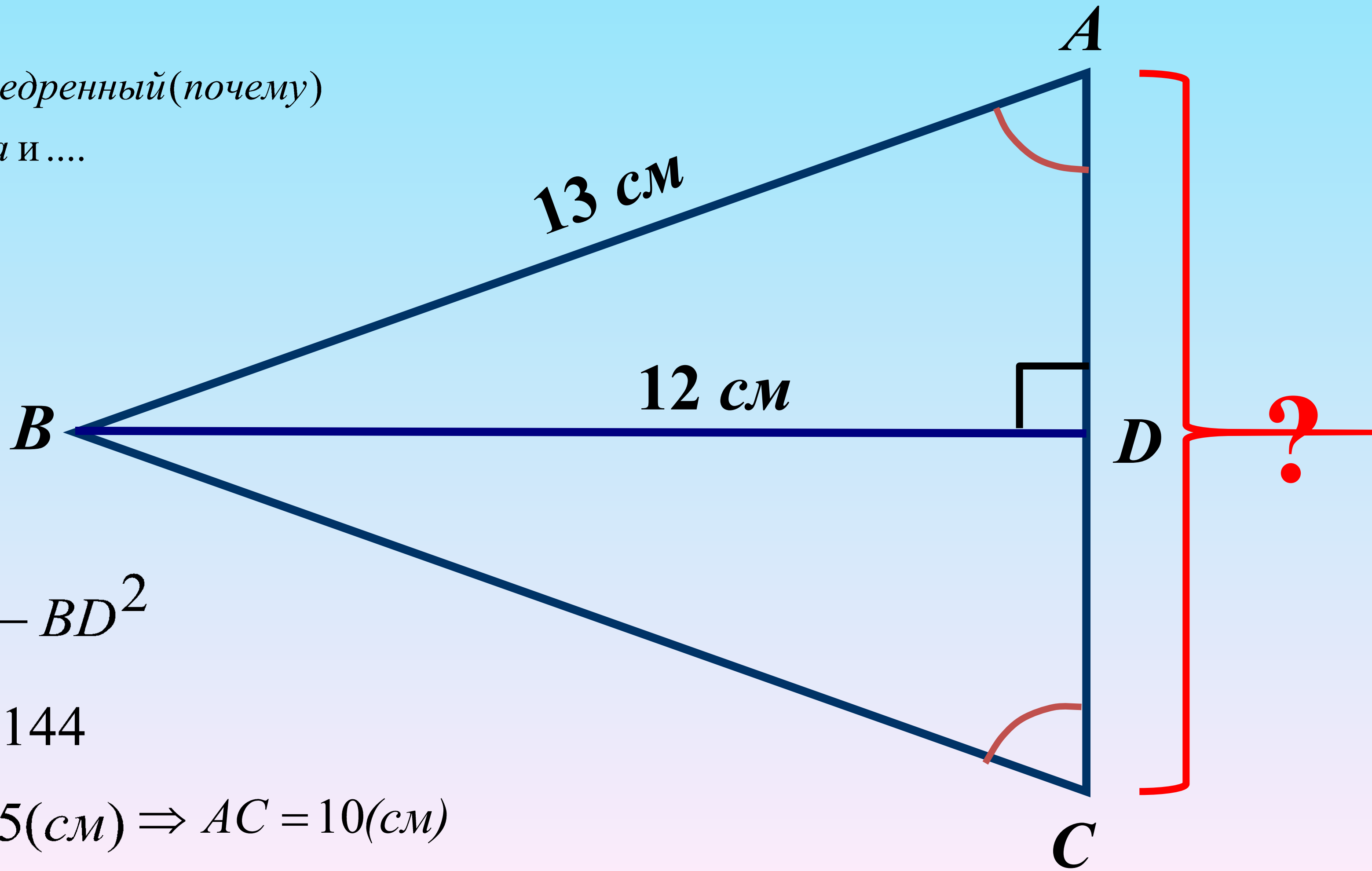


Дано: ΔABC

Найти: AC

ΔABC – равнобедренный (почему)

$\Rightarrow BD$ – высота и ….



$$AC = 2AD$$

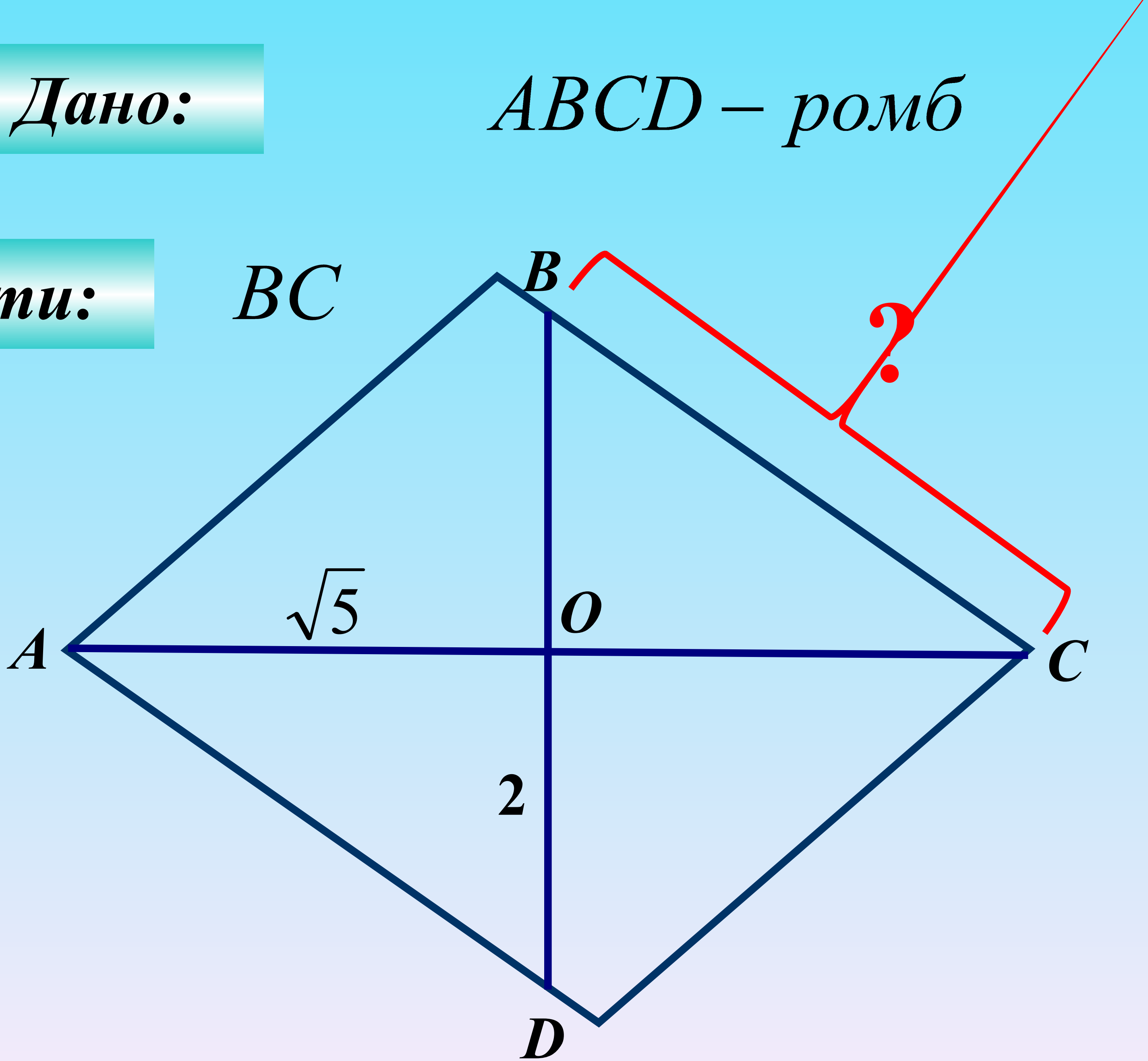
$$AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$AD^2 = 169 - 144$$

$$AD = \sqrt{25} = 5(см) \Rightarrow AC = 10(см)$$

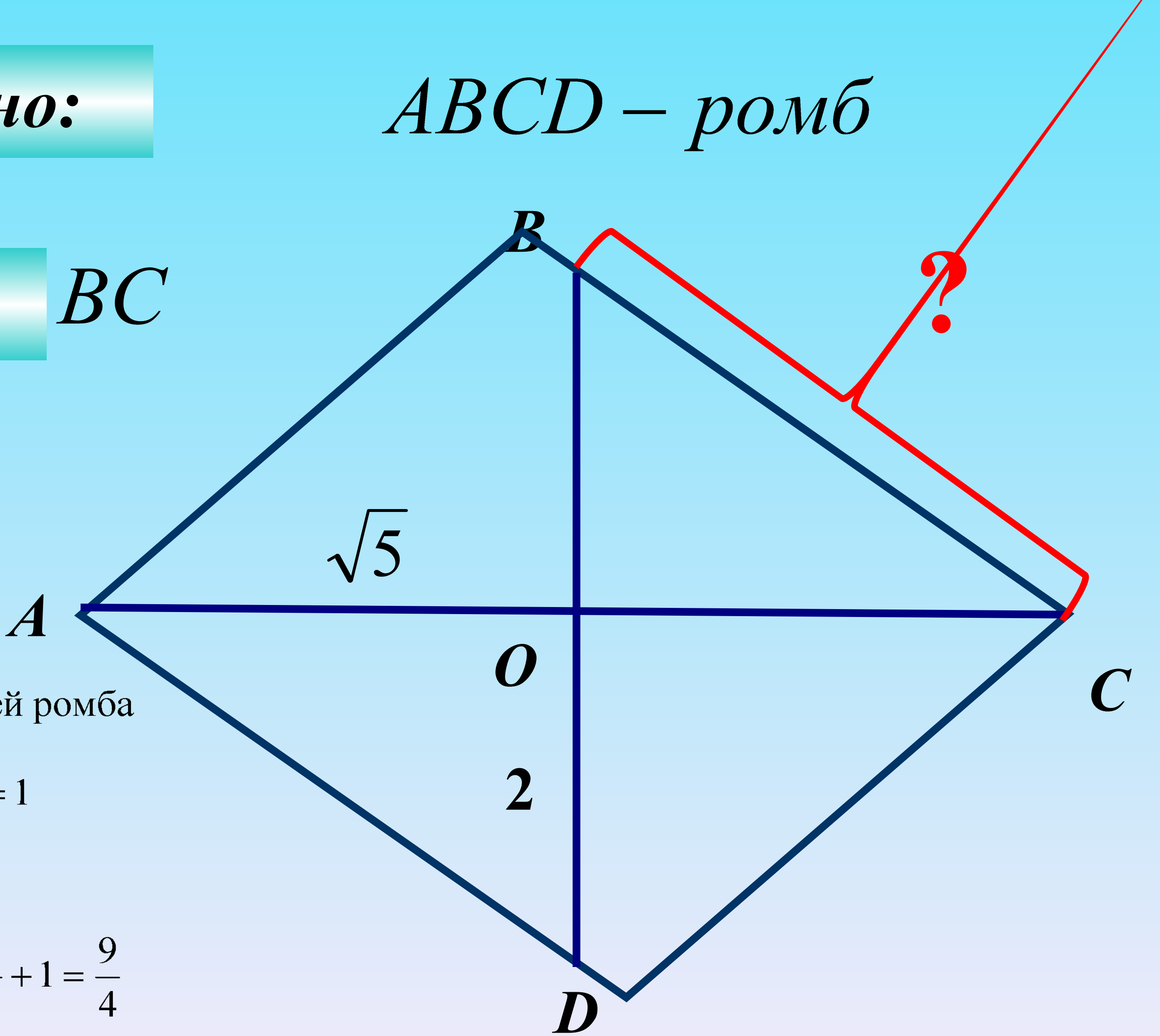
Дано: $ABCD$ – ромб

Найти: BC



Дано: $ABCD$ – ромб

Найти: BC



Решение:

1. Свойство диагоналей ромба

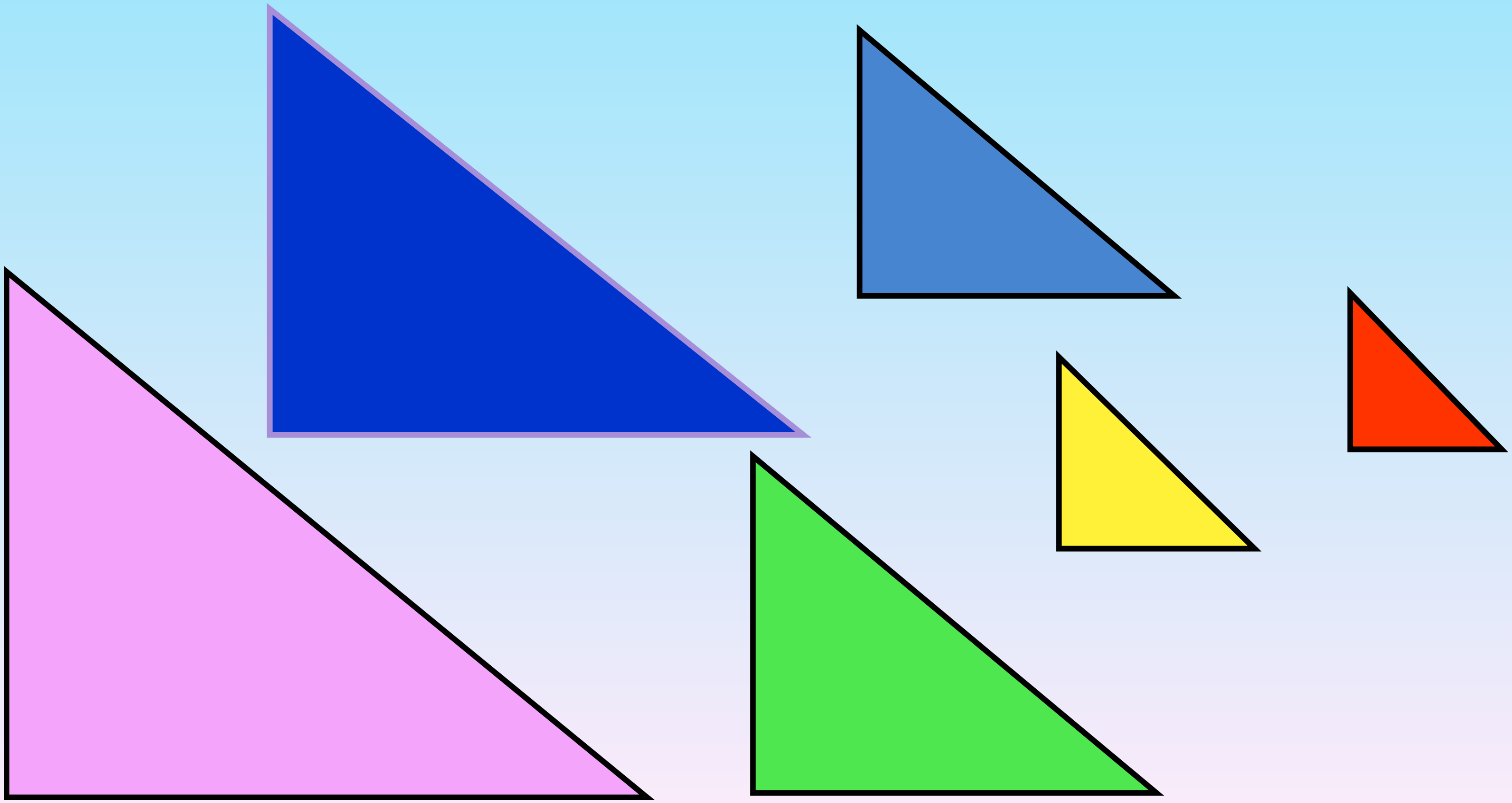
2. $OC = \dfrac{\sqrt{5}}{2}, OB = \dfrac{2}{2} = 1$

3. $BC^2 = OB^2 + OC^2$

$$BC^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1^2 = \frac{5}{4} + 1 = \frac{9}{4}$$

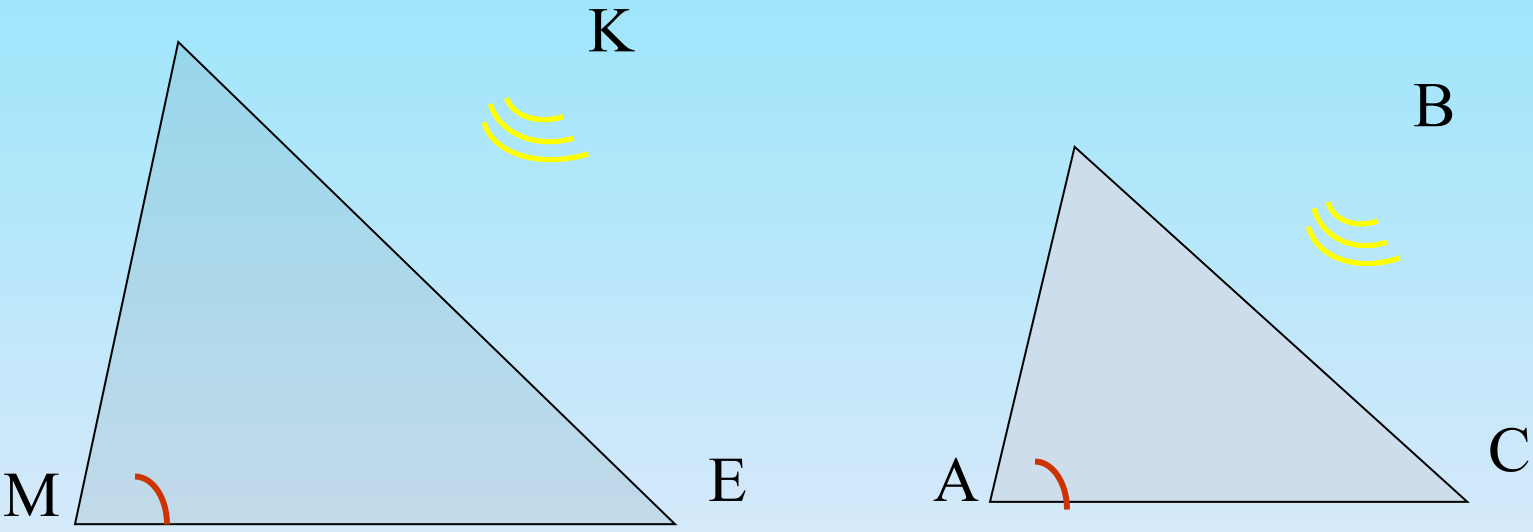
$$BC = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

Первый признак подобия треугольников



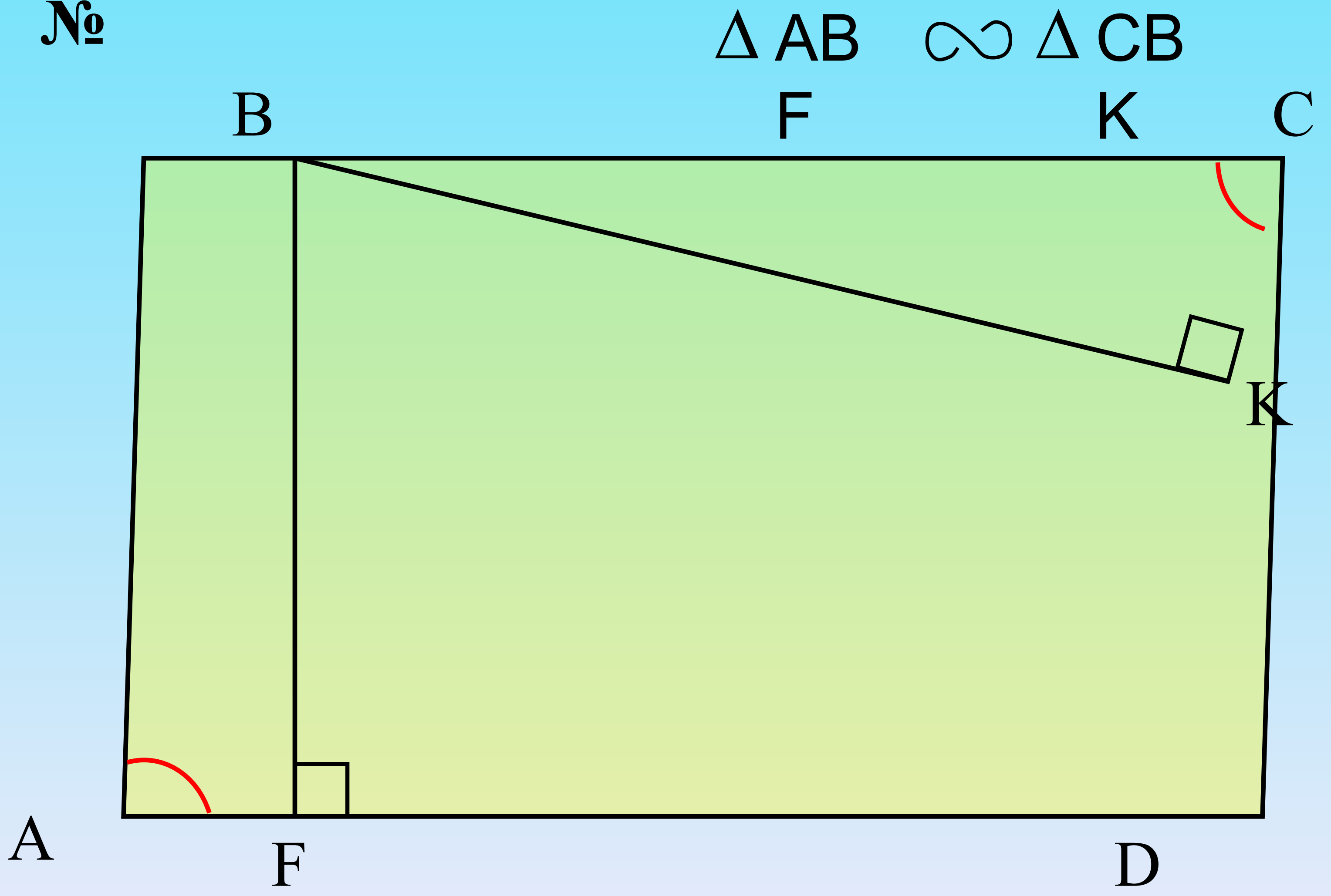
Теорема (первый признак подобия треугольников).

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.



Если $\angle M = \angle A,\ \angle K = \angle B,$ **то** $\Delta\, \boldsymbol{MKE} \sim \Delta\, \boldsymbol{ABC}$**.**

№



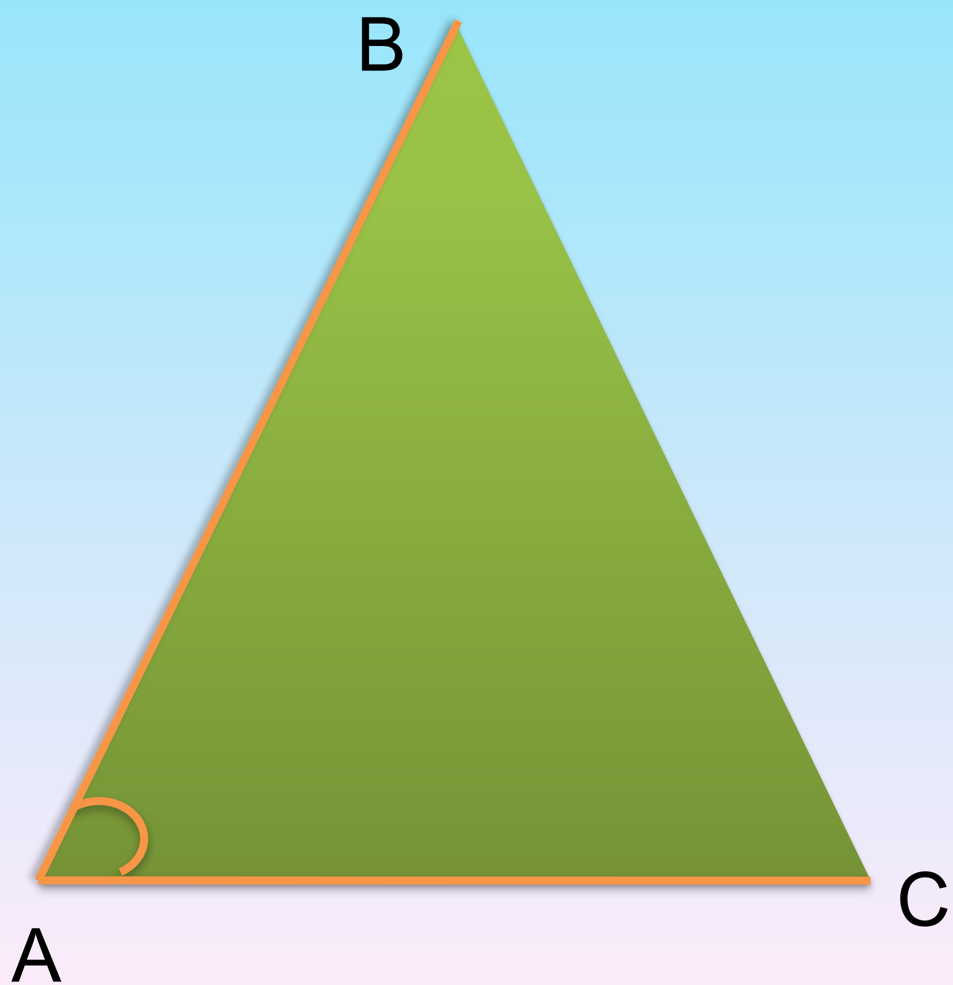
ABCD - параллелограмм

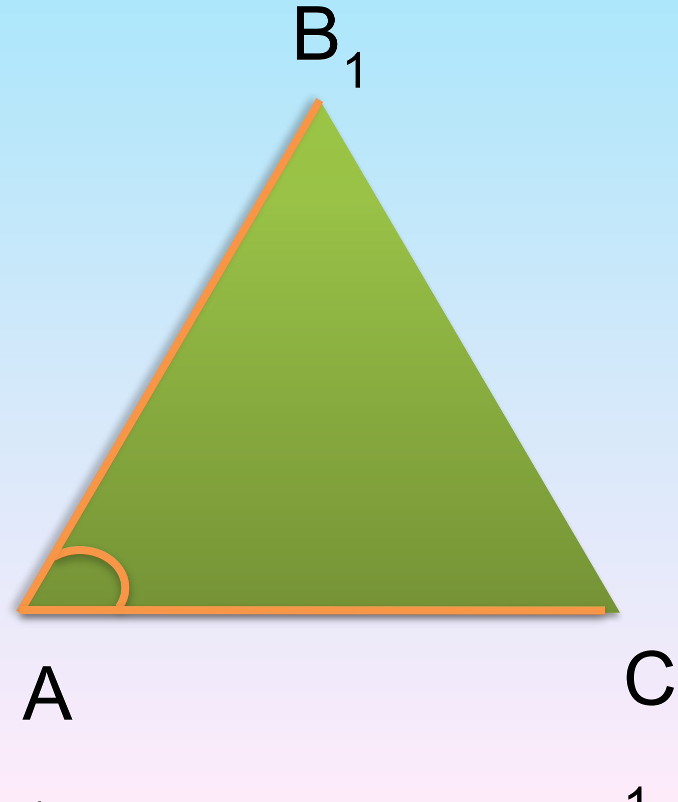
Второй признак подобия треугольников

II признак подобия треугольников. **Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.**

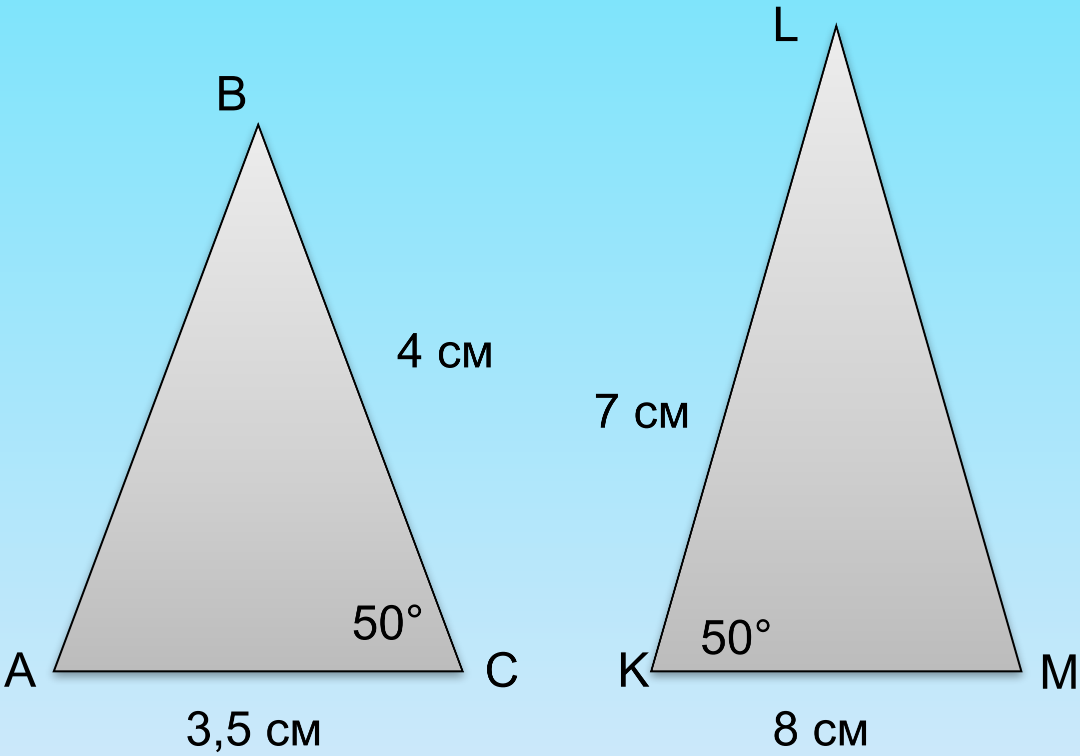
$$\angle A = \angle A_1, \quad \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$





Докажите подобие треугольников



Решение

AB=2R, AB= 4▪ 2= 8

$AC^2 + CB^2 = AB^2$

$AC^2 = AB^2 - CB^2 =$

= 64-55= 9 , AC =3

Ответ: 3.

Решение

AB=2R, AB= 4▪ 2= 8

$AC^2 + CB^2 = AB^2$

$AC^2 = AB^2 - CB^2 =$

= 64-55= 9 , AC =3

Ответ: 3.

Решение

AB=2R, AB= 4▪ 2= 8

$AC^2 + CB^2 = AB^2$

$AC^2 = AB^2 - CB^2 =$

= 64-55= 9 , AC =3

Ответ: 3.

Решение

AB=2R, AB= 4▪ 2= 8

$AC^2 + CB^2 = AB^2$

$AC^2 = AB^2 - CB^2 =$

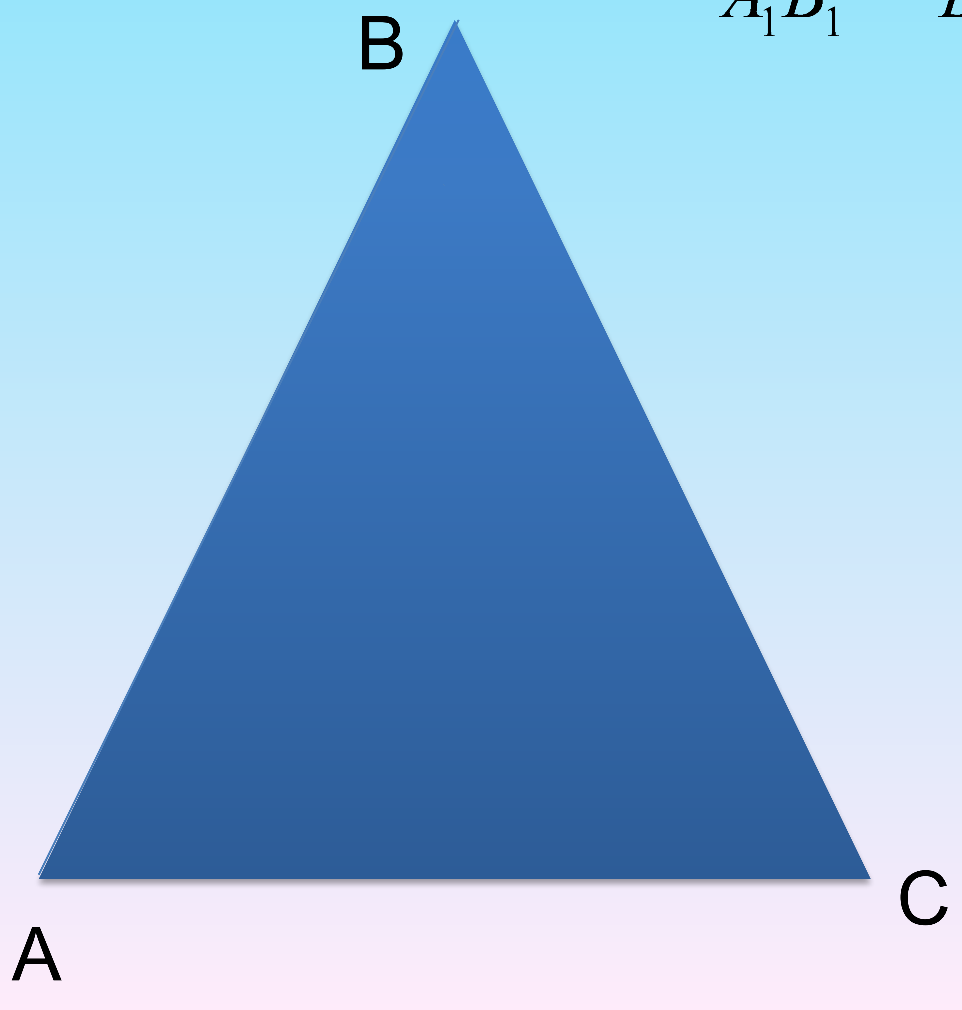
= 64-55= 9 , AC =3

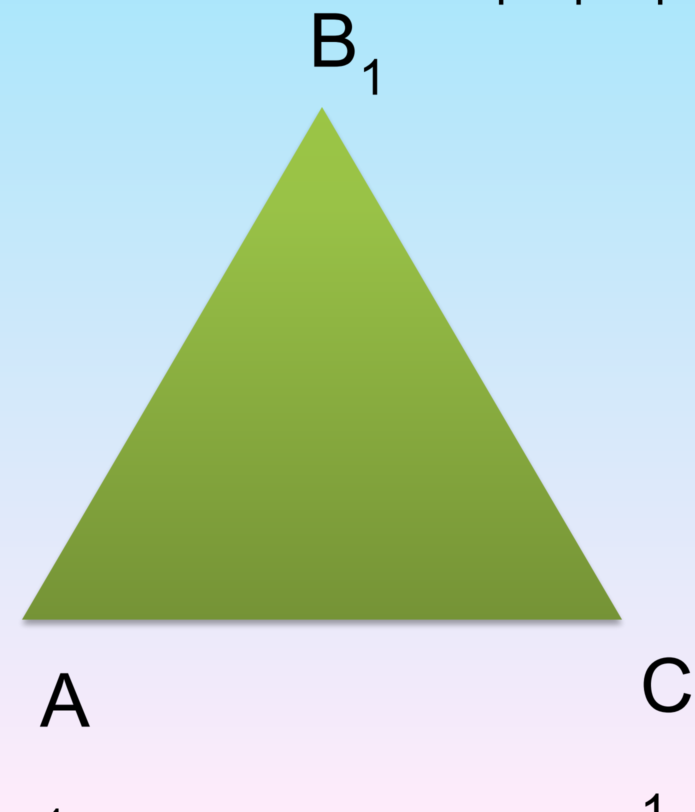
Ответ: 3.

III признак подобия треугольников. **Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.**

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

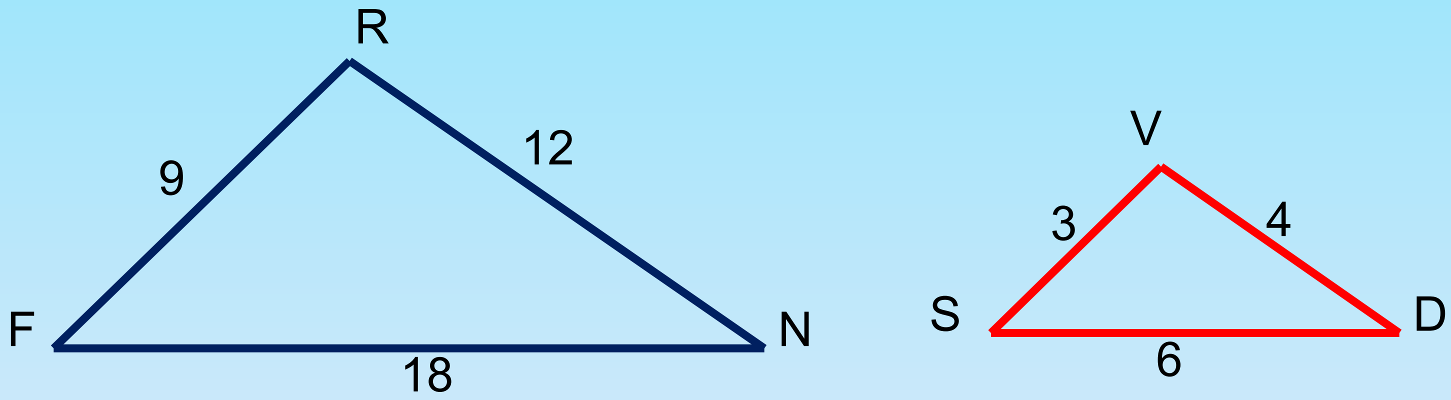
$$\Delta\,ABC \sim \Delta\,A_1B_1C_1$$





Задачи

Являются ли треугольники подобными ?



$$\frac{9}{3}=\frac{12}{4}=\frac{18}{6}=\frac{3}{1}$$

ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОКРУЖНОСТИ

Свойство касательной:

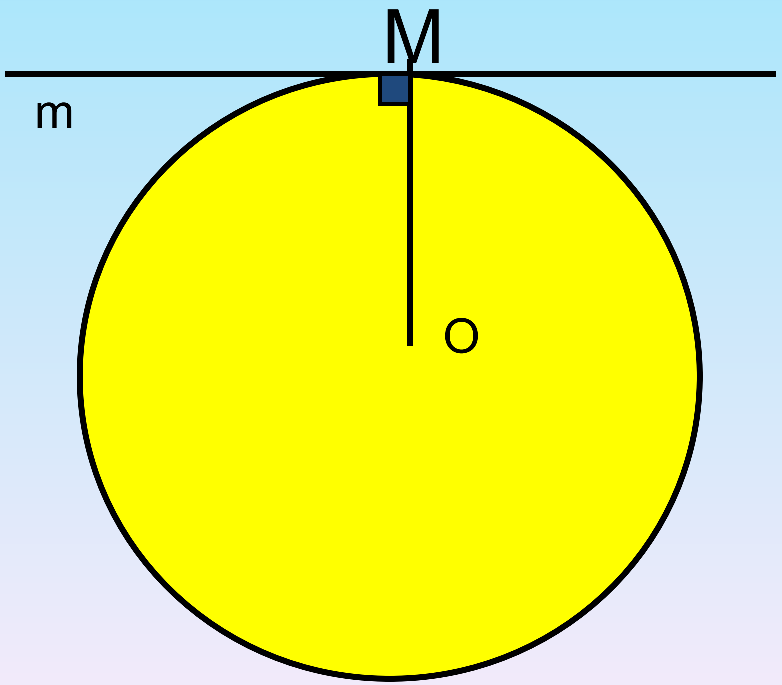
Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

m – касательная к окружности с центром **O**

M – точка касания

OM - радиус

$$m \perp OM$$



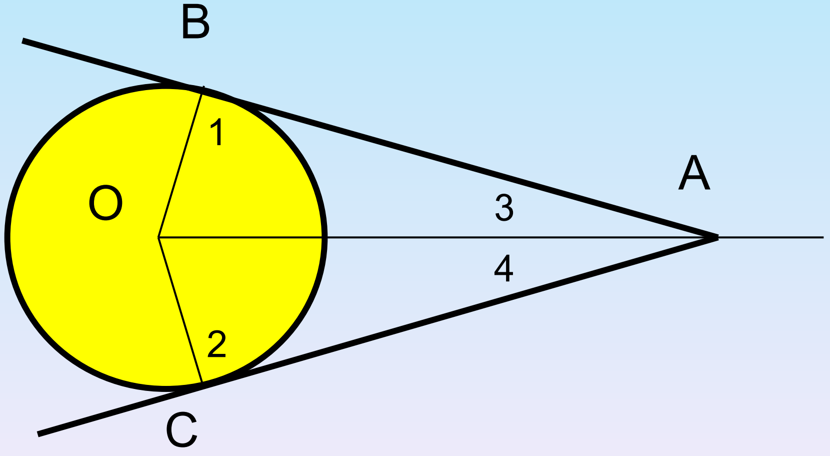
Свойство касательных, проходящих через одну точку:

Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

AB=AC

$$\angle 1 = 90^o, \angle 2 = 90^o.$$

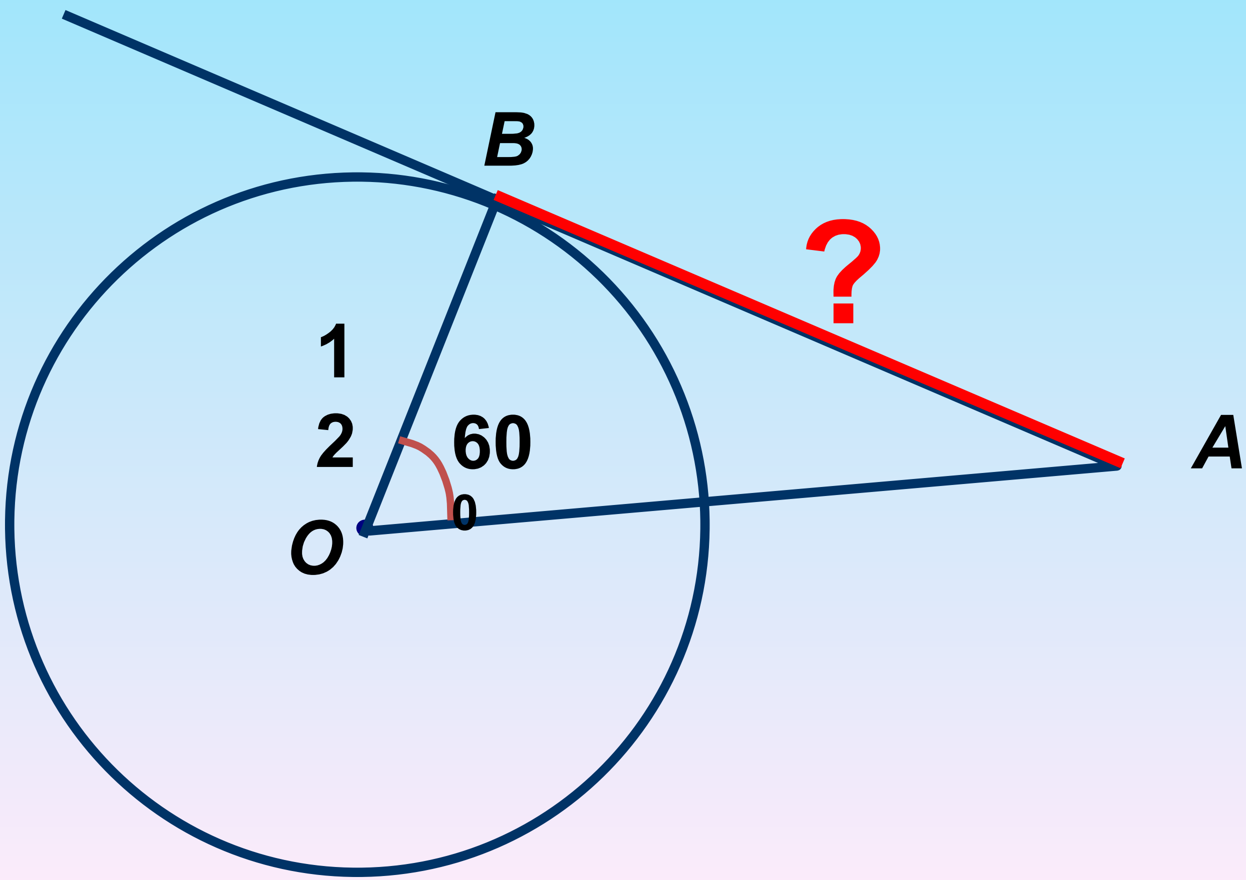
$$\angle 3 = \angle 4$$



№ Дано: Окружность

AB – касательная

Найти: AB



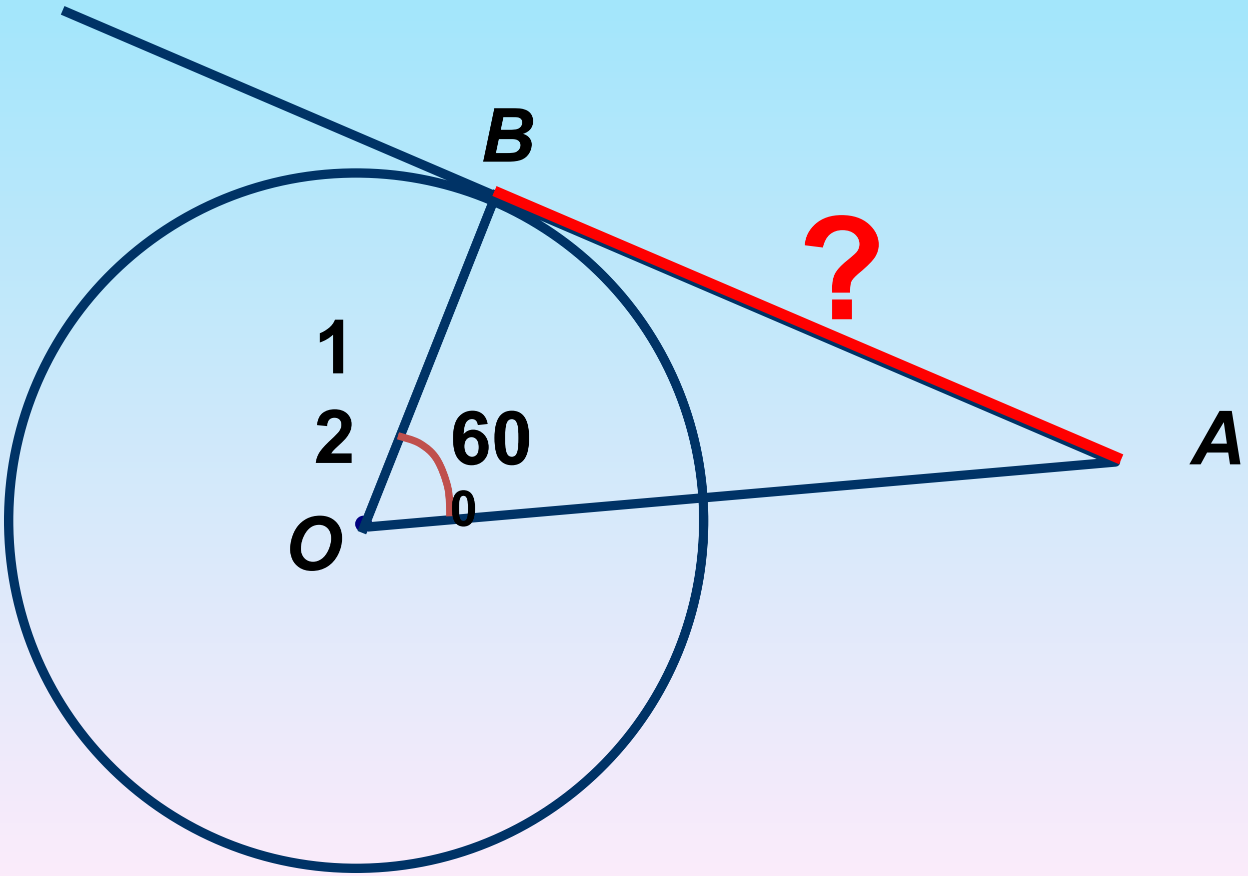
$$AB^2 = OA^2 - OB^2$$

$$AB = \sqrt{24^2 - 12^2} = 12\sqrt{3}$$

$$tg\angle A = \frac{OB}{AB}$$

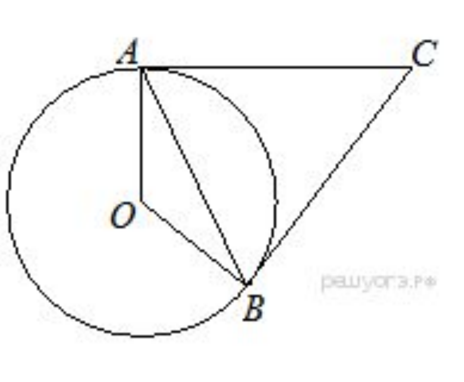
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{AB}$$

$$AB = 12\sqrt{3}$$



№

Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 72°. Найдите угол ABO. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Введём обозначение как показано на рисунке. Касательные, проведённые к окружности из одной точки равны, поэтому $AC = BC$, следовательно, треугольник ABC — равнобедренный. Откуда $\angle CAB = \angle CBA = \dfrac{180^\circ - \angle ACB}{2} = 54^\circ.$

Угол между касательной и хордой равен половине дуги, которую он заключает, значит, дуга AB равна 108°.

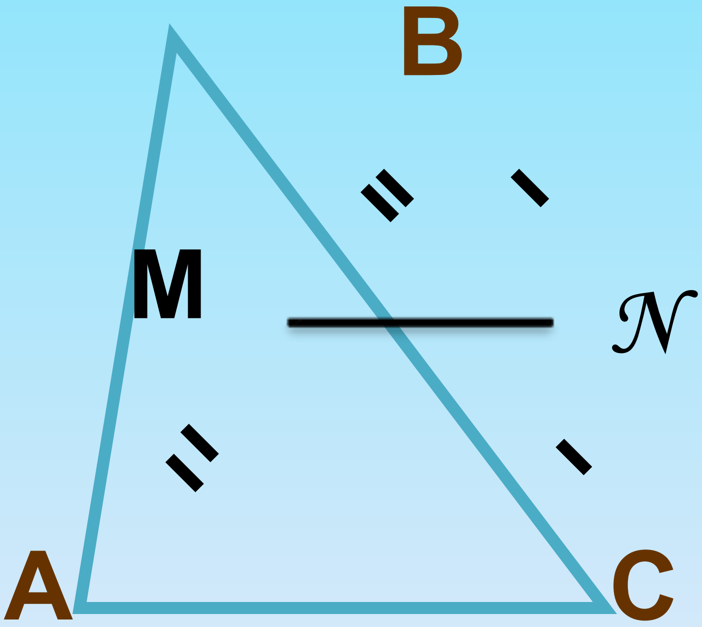
Угол AOB — центральный, поэтому он равен дуге, на которую опирается, следовательно, равен 108°.

Рассмотрим треугольник AOB, он равнобедренный, следовательно, $\angle OAB = \angle ABO = \dfrac{(180^\circ - 108^\circ)}{2} = 36^\circ.$

Ответ: 36.

Средняя линия треугольника

Определение: Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.



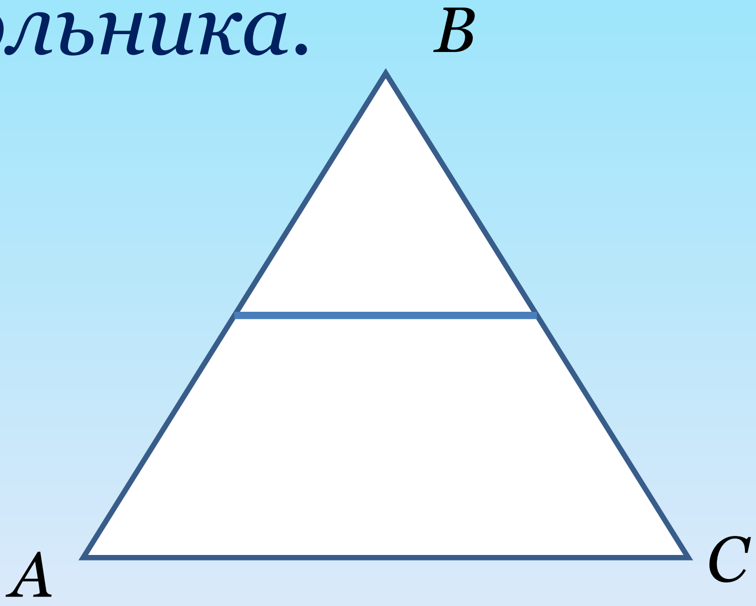
AM = MB

BN = NC

MN – средняя линия треугольника ABC.

Средняя линия треугольника

Средняя линия равностороннего треугольника ABC равна 8 см. Найти периметр этого треугольника.

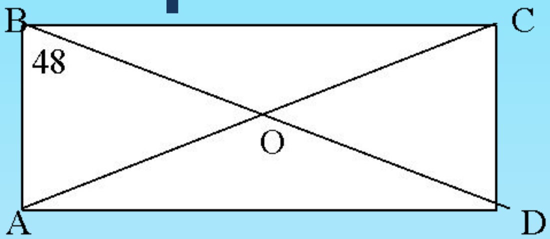


$$\boxed{a_3 = 16 \quad P = 3a_3}$$

$P_{\Delta ABC} = 48$ см

Домашнее задание

Вариант 1.

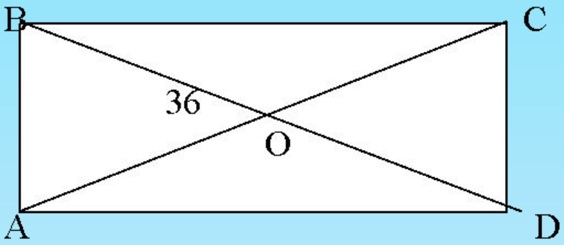


1.Дано: ABCD – прямо-угольник; ∠ABD=48°.

Найти: ∠COD, ∠CAD.

2.Угол ромба равен 32°. Найдите углы, которые образует его сторона с диагоналями.

Вариант 2.



1.Дано: ABCD – прямо-угольник; ∠BOA=36°.

Найти: ∠CAD, ∠BDC.

2. Дано: ABCD – прямоугольник; ∠ADB: ∠CDB = 4:5.

Найти: углы треугольника AOB.

Ответы к задачам

	Вариант 1	Вариант 2
1	$\angle COD = 84°$; $\angle CAD = 42°$	$\angle CAD = 18°$, $\angle BDC = 18°$
2	16°; 74°	50°; 50°; 80°