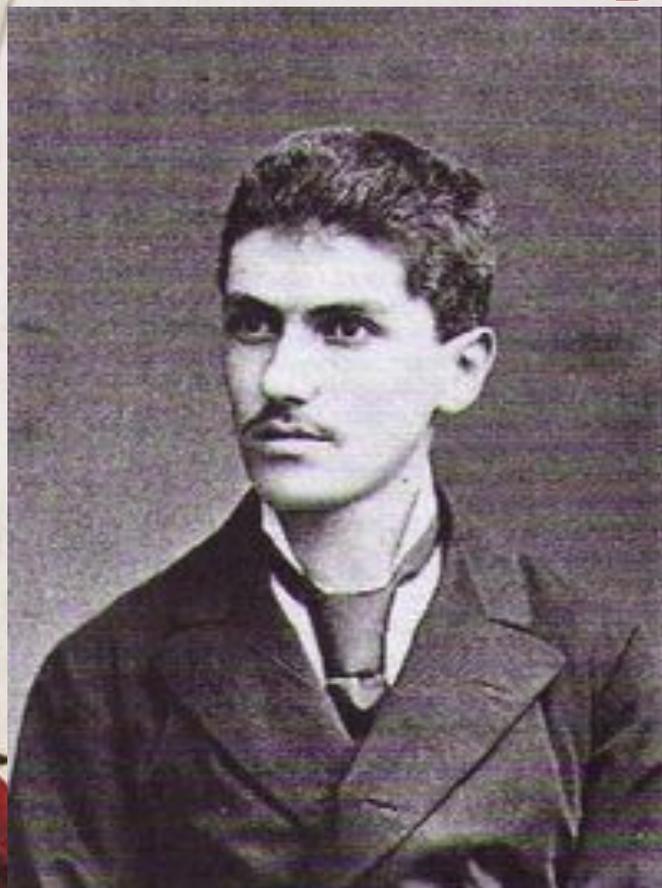


**Как определить площадь  
многоугольника,  
изображенного на клетчатой  
основе**



# Георг Пик



Свою первую работу опубликовал в возрасте 17 лет.

Круг его математических интересов был чрезвычайно широк. 67 его работ посвящены многим разделам математики, таким как: линейная алгебра, интегральное исчисление, геометрия, функциональный анализ, теория потенциала.

# Теорема Пика



Теорема появилась в сборнике работ Пика в 1899 году. Теорема привлекла довольно большое внимание и начала вызывать восхищение своей простотой и элегантностью.

**По теореме Пика площадь многоугольника равна:**

$$G : 2 + B - 1, \text{ где}$$

**G – число узлов решетки на границе многоугольника**

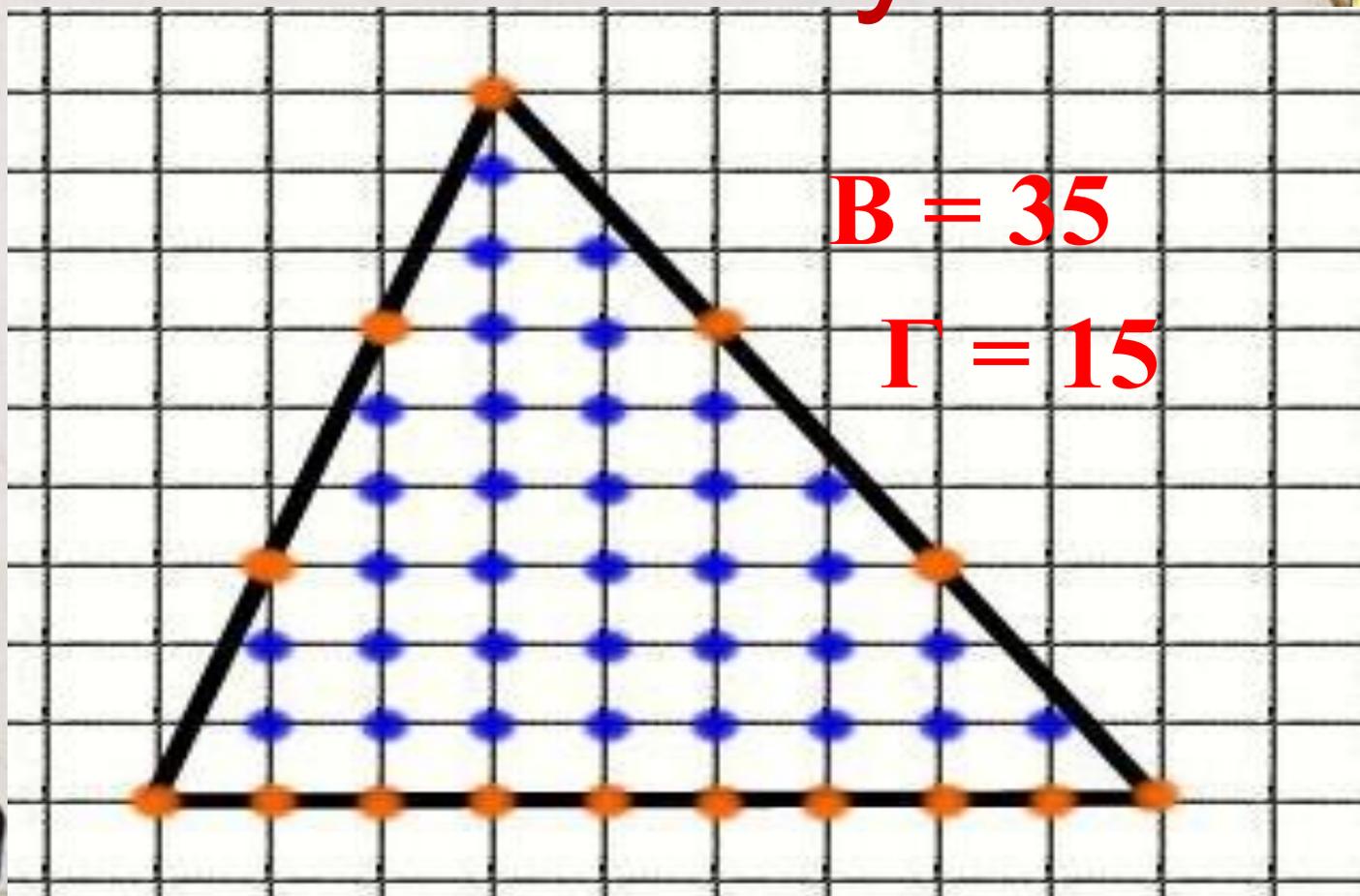
**B – число узлов решетки внутри многоугольника.**

Формула Пика, или как считать площади многоугольников, полезна при решении заданий ОГЭ и ЕГЭ.

Формула Пика — классический результат комбинаторной геометрии и геометрии чисел.

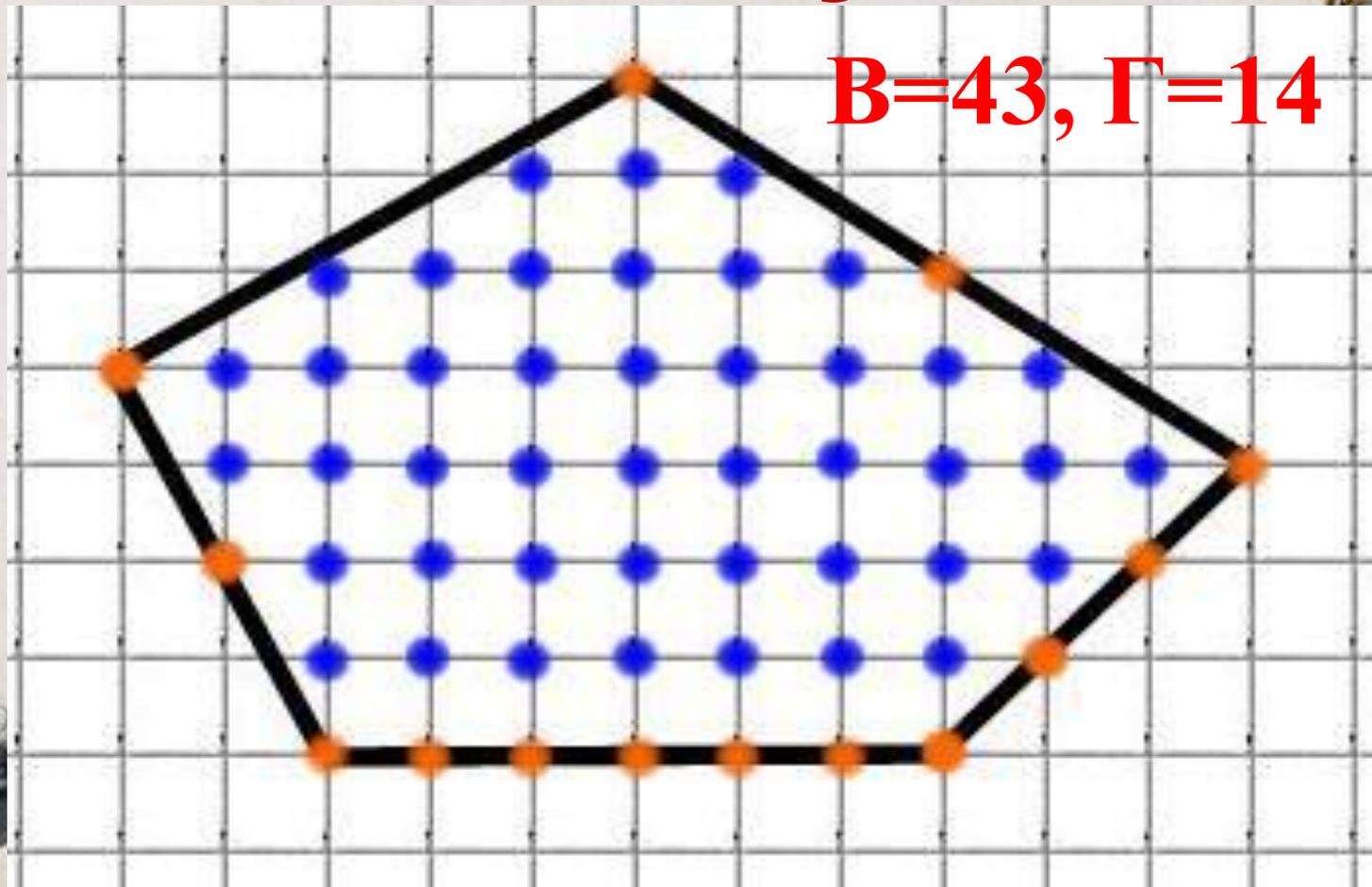


# Вычисление узлов.



# Вычисление узлов

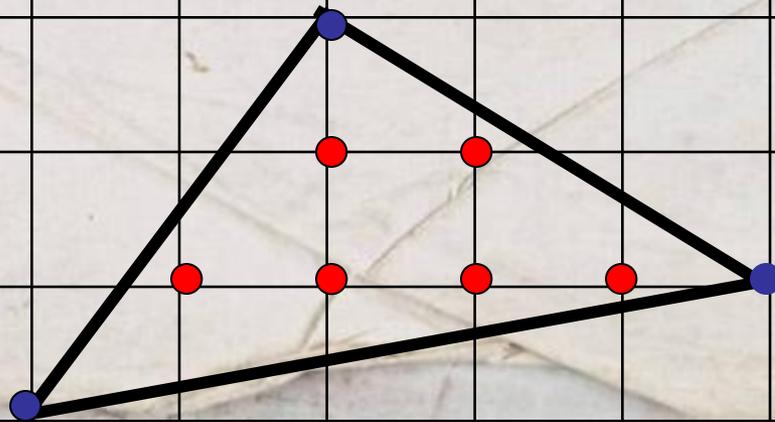
$V=43, \Gamma=14$



# Пример 1

$$B=6, \Gamma=3 \quad S = \Gamma/2 + B - 1$$

$$S = 3/2 + 6 - 1 = 6,5$$

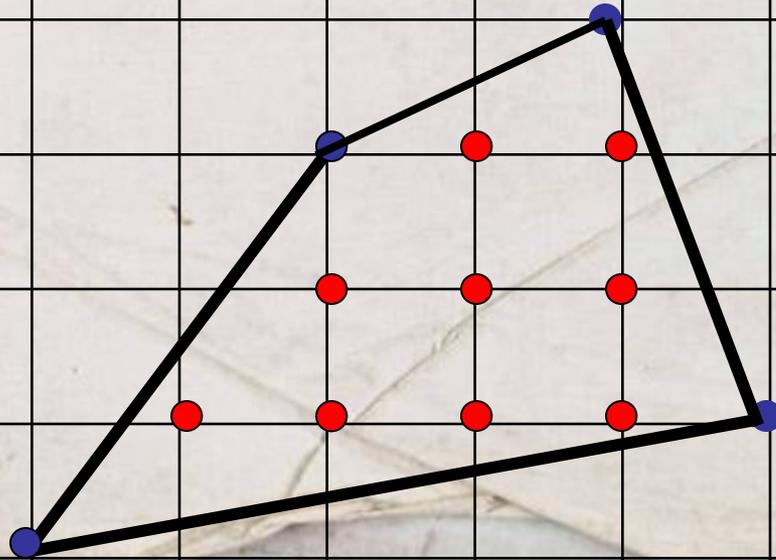


## Пример 2

$$B=9, \Gamma=4$$

$$S = \Gamma/2 + B - 1$$

$$S = 4/2 + 9 - 1 = 10$$



Возникает вопрос: получаются ли одинаковые результаты при вычислении площадей разными способами? Оказывается, все просто...



По формулам площади

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 7 = 3,5 \quad S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7 = 7$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 2 \quad S_4 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5 = 2,5$$

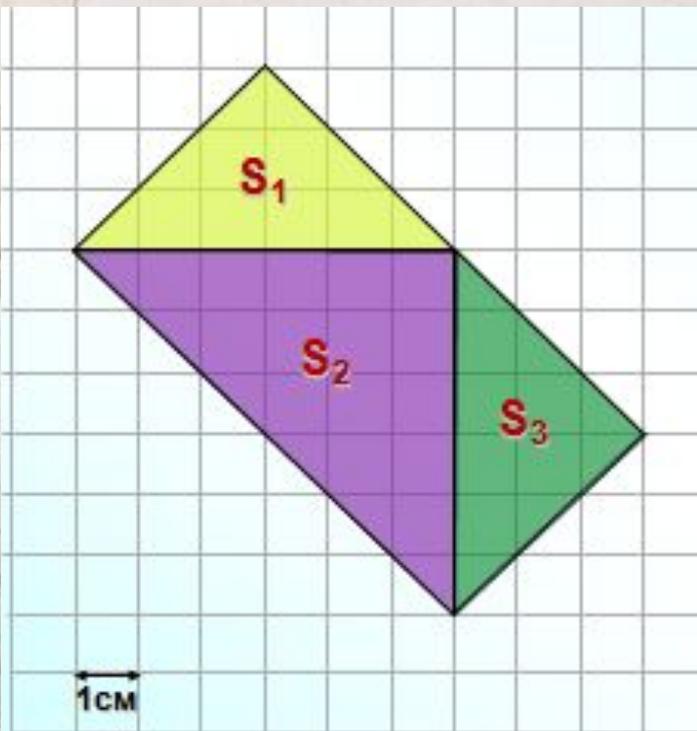
$$S_5 = 1^2 = 1 \quad S_{\text{кв}} = 7^2 = 49$$

$$S = 49 - (3,5 + 7 + 2 + 2,5 + 1) = 33 \text{ (см}^2\text{)}$$

По формуле Пика  $\Gamma = 4$ ;  $B = 32$

$$S = 32 + \frac{4}{2} - 1 = 33 \text{ см}^2$$

... быстро и легко...



По формулам площади

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = 18$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9$$

$$S = 9 + 18 + 9 = 36$$

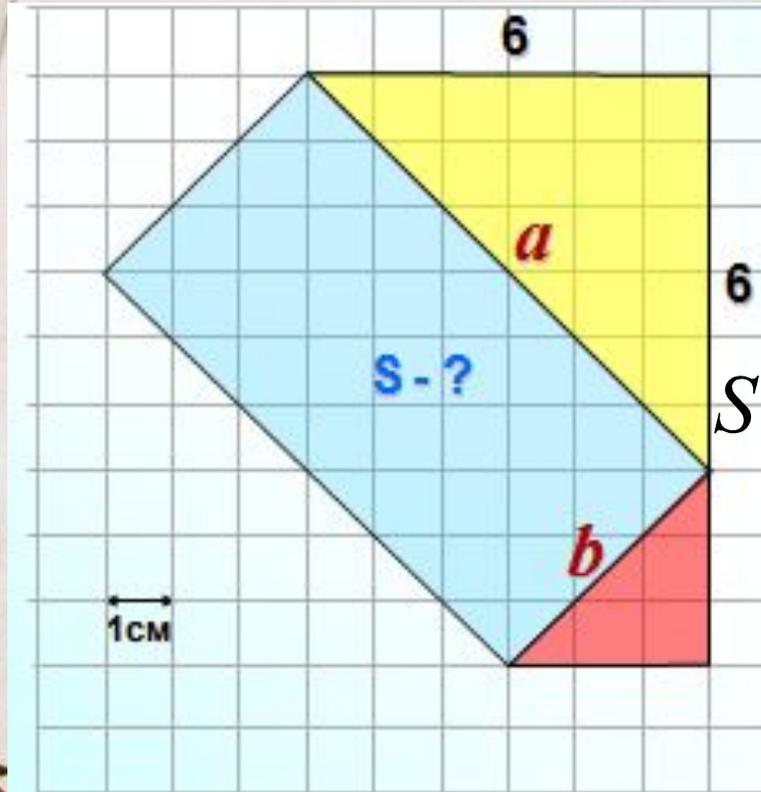
По формуле Пика

$\Gamma=18, B=28$

$$S = 28 + \frac{18}{2} - 1 = 36(\text{см}^2)$$



Попробуйте сами...



По формулам площади  
и теореме Пифагора

$$a = \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2}$$

$$b = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$$

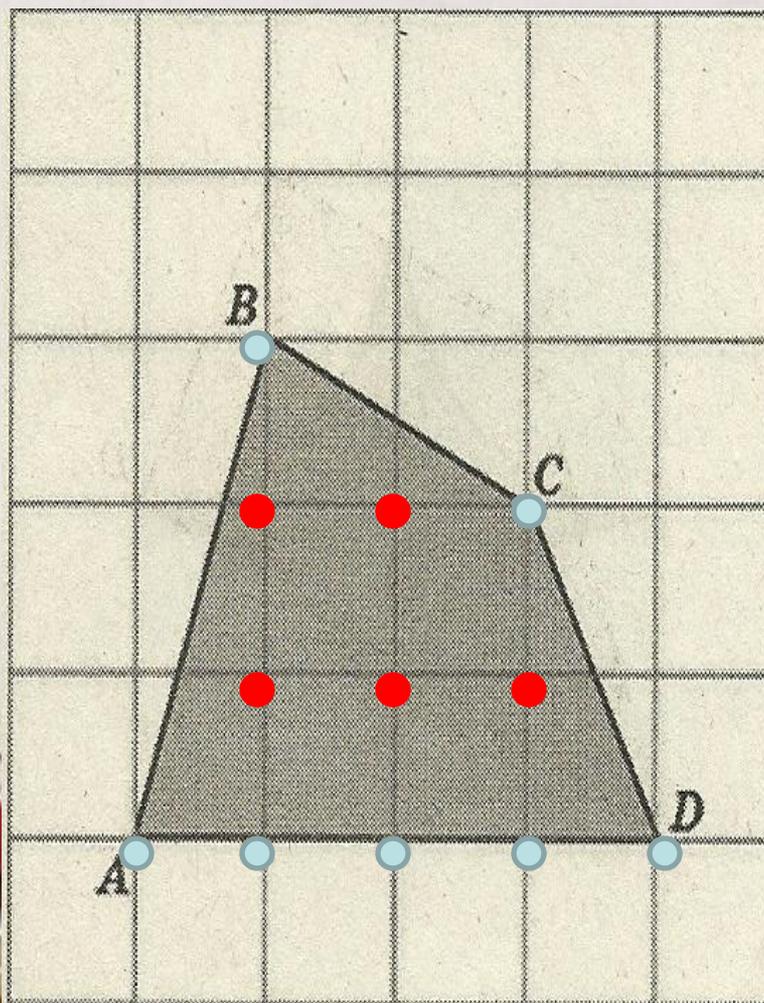
$$S = a \cdot b = 6\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 36 \text{ см}^2$$

По формуле Пика

$$\Gamma = 18, \quad B = 28$$

$$S = 28 + \frac{18}{2} - 1 = 36 \text{ см}^2$$

# Задание ОГЭ



Найдите площадь  
четырёхугольника  
ABCD

*Решение.*

По формуле Пика:

$$S = B + \Gamma/2 - 1$$

$$B = 5, \quad \Gamma = 7$$

$$S = 5 + 7/2 - 1 = 7,5 (\text{см}^2)$$

Ответ: 7,5 см<sup>2</sup>.

Таким образом, формула Пика имеет ряд преимуществ перед другими способами вычисления площадей многоугольников на клетчатой бумаге:

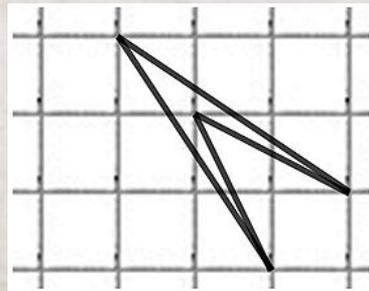
- Для вычисления площади многоугольника, нужно знать всего одну формулу:

$$S = \Gamma : 2 + B - 1.$$

- Формула Пика очень проста для запоминания.

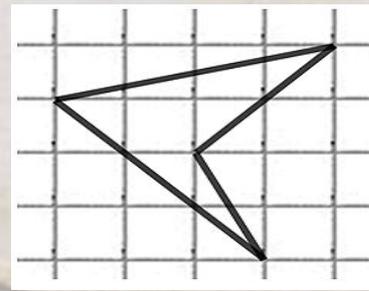
Формула Пика очень удобна и проста в применении.

- Многоугольник, площадь которого необходимо вычислить, может быть любой, даже самой причудливой формы.



$$B = 0, \Gamma = 4$$

$$S = 0 + 4/2 = 2$$



$$B = 2, \Gamma = 7$$

$$S = 2 + 7/2 = 5,5$$



Пользуясь формулой Пика, найдите  
площади треугольников:

