

20.04.2023

9 класс

Повторение по теме

«Решение неравенств»

Число a больше числа b ,
если разность $a - b$ – положительное число
 $a > b$, если $a - b > 0$

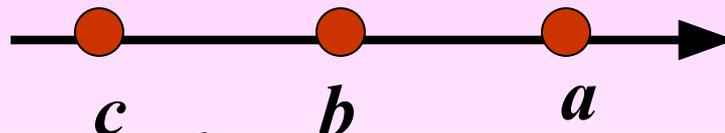
Число a меньше числа b ,
если разность $a - b$ – отрицательное число
 $a < b$, если $a - b < 0$

Если $a - b = 0$, то $a = b$

**На координатной прямой большее число
изображается точкой, лежащей правее, а меньшее
– точкой, лежащей левее.**

Свойства числовых неравенств:

Если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$



Если $a > b$, c любое число, то $a+c > b+c$

Если к обеим частям верного неравенства прибавить одно и то же число, то получится верное неравенство

Если $a > b$ и c - положительное число ($c > 0$), то $ac > bc$

Если обе части верного неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получится верное неравенство

Если $a > b$ и c - отрицательное число ($c < 0$), то $ac < bc$

Если обе части верного неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, и изменить знак неравенства на противоположный, то получится верное неравенство

Какие неравенства соответствуют промежуткам?

$$[0; +\infty) \quad x < 5$$

$$(-\infty; 5) \quad x \leq -5$$

$$[-3; 5) \quad x \geq 0$$

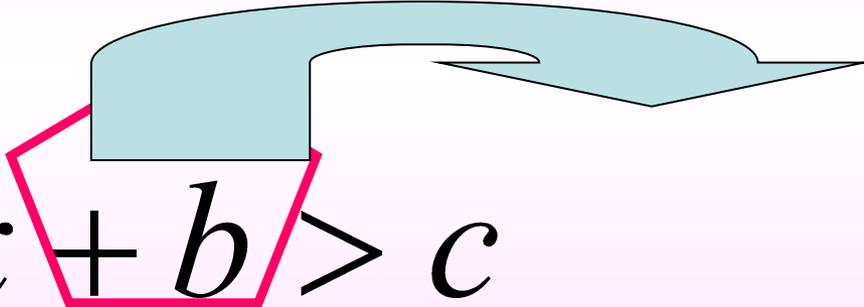
$$(-\infty; -5] \quad -3 \leq x < 5$$

Определения

1. *Линейные неравенства – неравенства вида $ax+b>0$ (<0 , ≥ 0 , ≤ 0), где x – переменная, a и b – числа.*
2. *Квадратные неравенства – неравенства вида $ax^2+bx+c>0$ (<0 , ≥ 0 , ≤ 0), где x – переменная, a , b и c – числа, $a \neq 0$.*

**При решении неравенств
используются следующие свойства:**

Свойство 1. Если из одной части неравенства перенести в другую слагаемое с противоположным знаком, то получится равносильное ему неравенство.


$$ax + b > c$$

$$ax > c - b$$

Свойство 2. Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получится равносильное ему неравенство.

$$ax > b \quad | \quad \cdot a$$
$$a > 0 \quad \longrightarrow \quad x > \frac{b}{a}$$

Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный, то получится равносильное ему неравенство.

$$ax > b \quad | \quad \begin{matrix} \bullet \\ \bullet \\ a \end{matrix}$$

$a < 0 \quad \longrightarrow \quad x < \frac{b}{a}$

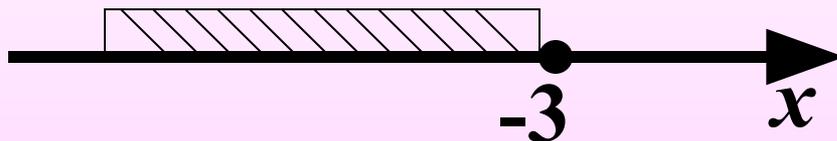
Решаем неравенство

$$6x + 2 \leq 3x - 7$$

$$6x - 3x \leq -7 - 2$$

$$3x \leq -9 \quad | \quad : 3$$

$$x \leq -3$$



Ответ: $(-\infty; -3]$

Решите неравенство

$$5(x - 1) + 7 \leq 1 - 3(x + 2)$$

$$5x - 5 + 7 \leq 1 - 3x - 6$$

$$5x + 3x \leq 5 - 7 + 1 - 6$$

$$8x \leq -7$$

$$x \leq -\frac{7}{8}$$

Ответ: $(-\infty; -\frac{7}{8}]$

вернуться

Алгоритм решения квадратного неравенства

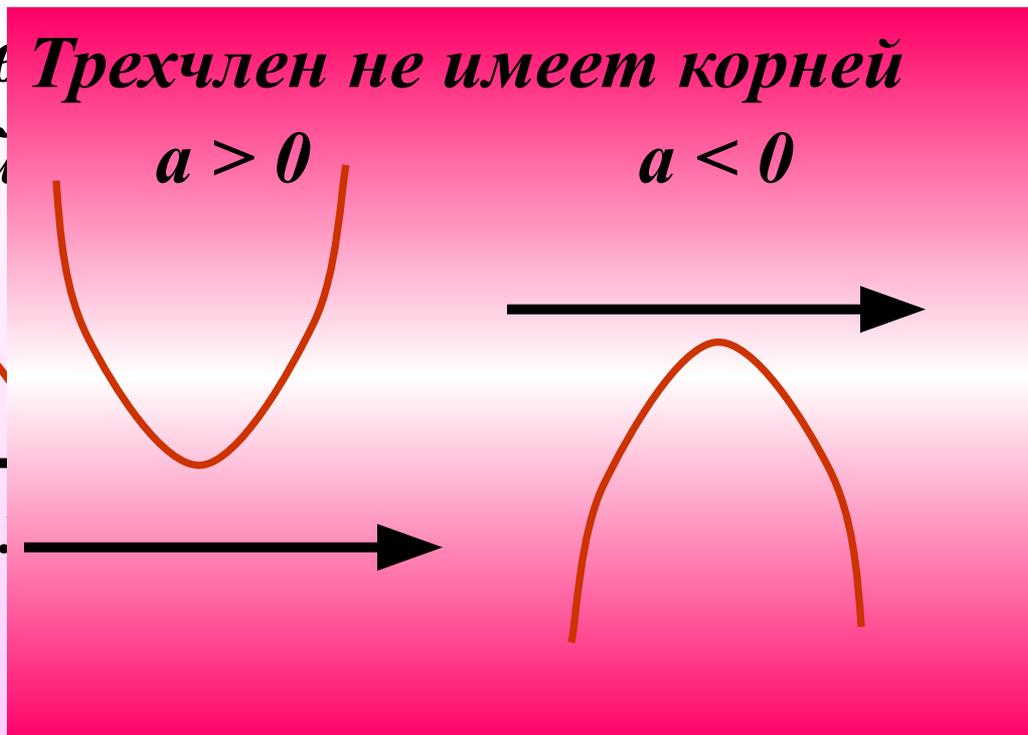
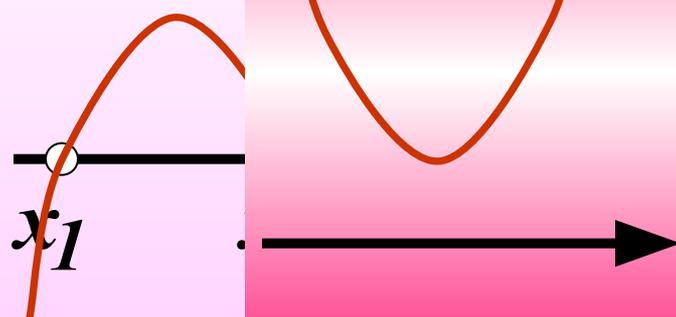
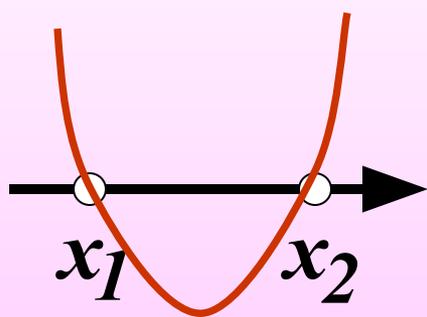
1) Находят дискриминант квадратного трехчлена ax^2+bx+c и выясняют, имеет ли трехчлен корни;

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad D > 0, \text{ два корня } x_1 \text{ и } x_2$$

$$D = b^2 - 4ac \quad D = 0, \text{ один корень } x$$

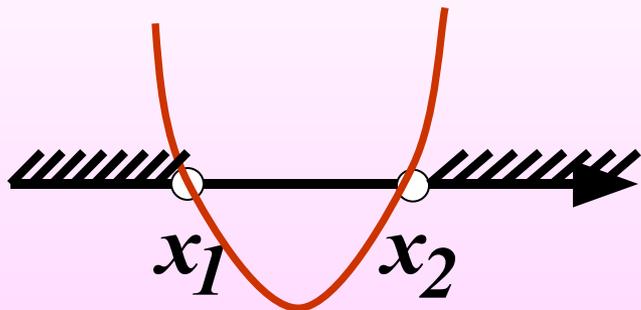
$$x_{1, 2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad D < 0 \text{ корней нет}$$

2) Если трехчлен имеет корни, то отмечают их на оси x и через отмеченные точки проводят схематически параболу, ветви которой направлены вверх при $a > 0$ или вниз при $a < 0$; если трехчлен не имеет корней, то схематически изображают параболу, расположенную в верхней или в нижней

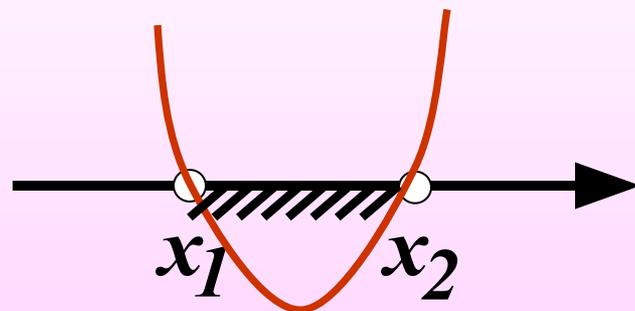


3) Находят на оси x промежутки, для которых точки параболы расположены выше оси x (если решают неравенство $ax^2+bx+c>0$) или ниже оси x (если решают неравенство $ax^2+bx+c<0$)

$$ax^2 + bx + c > 0$$



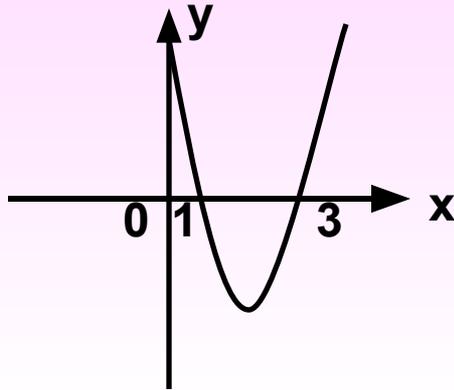
$$ax^2 + bx + c < 0$$



Устная работа

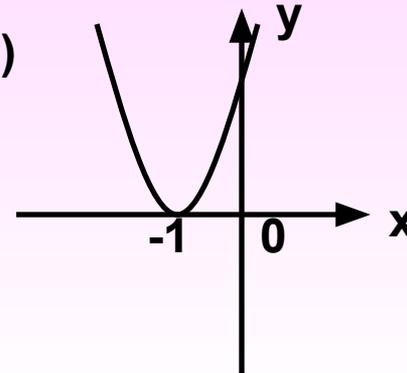
На рисунках изображен график функции $y=ax^2+bx+c$, определите знаки коэффициента a и дискриминанта D

1)



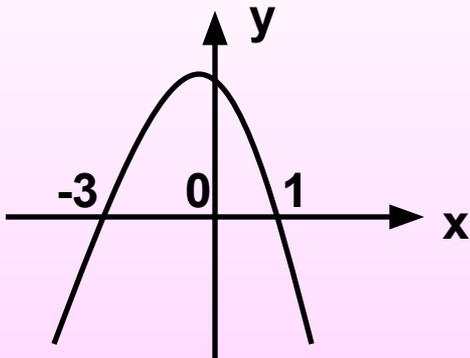
$$a > 0, \\ D > 0$$

2)



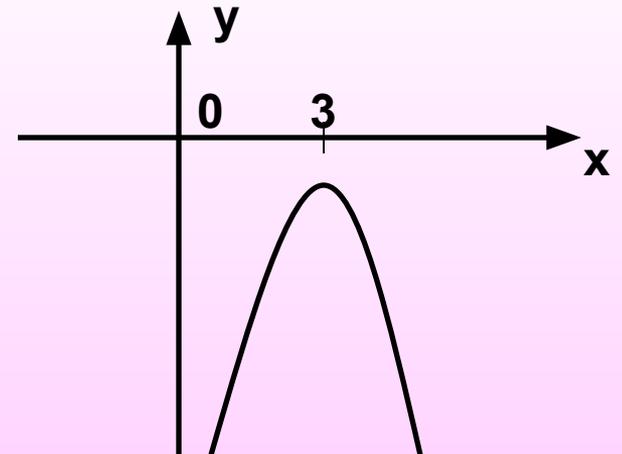
$$a > 0, \\ D = 0$$

3)



$$a < 0, \\ D > 0$$

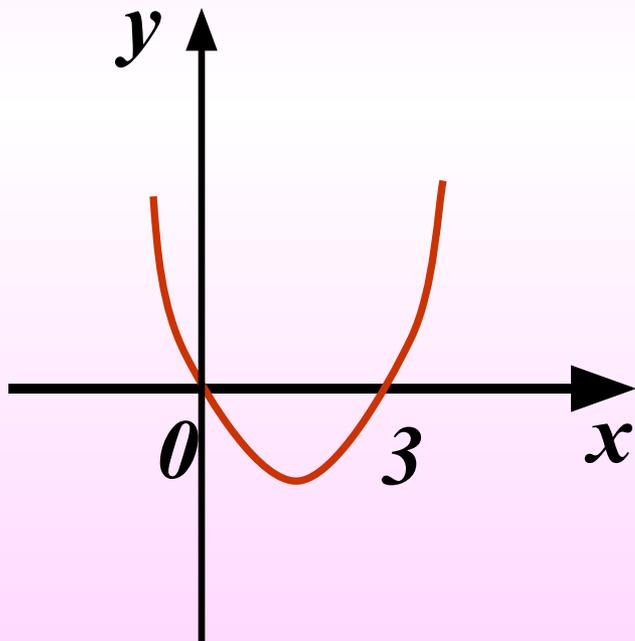
4)



$$a < 0, \\ D < 0$$

На рисунке изображен график функции
 $y = x^2 - 3x$.

Используя этот график, решите неравенство
 $x^2 - 3x \geq 0$



Ответ: $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$

Укажите неравенство, которое не имеет решений:

1. $x^2 - 64 \leq 0$

Решите неравенство:

$$x^2 - 8x + 15 > 0$$

а) $(3; 5)$

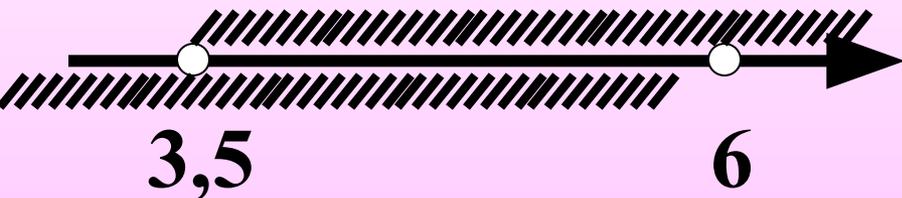
б) $[3; 5]$

в) $(-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$

г) $(-\infty; 3] \cup [5; +\infty)$

Решаем систему неравенств

$$\begin{cases} 2x - 1 > 6, \\ 5 - 3x > -13 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x > 7, \\ -3x > -18 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 3,5, \\ x < 6 \end{cases}$$



Ответ: $3,5 < x < 6$

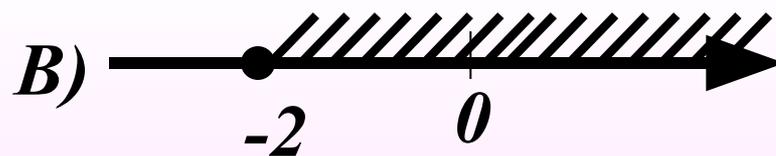
Примеры заданий из ОГЭ

Решите неравенство

$$3x + 5 \leq 7x - 3$$

и укажите, на каком рисунке изображено множество его решений.

ВЕРНО



НЕВЕРНО

НЕВЕРНО

НЕВЕРНО

Решите неравенство

$$5x + 20 < 2(4x - 5)$$

A) (-10; +∞) НЕВЕРНО

Б) (-∞; -10) НЕВЕРНО

В) (10; +∞) ВЕРНО

Г) (-∞; 10) НЕВЕРНО

Домашнее задание:

1. Решить неравенства:

$$17 - (x + 2) > 12x - 11;$$

$$5(x + 10)(5x - 2)(1 + x) > 0$$

$$x^2 - 10x < 0 ;$$

$$3x^2 - 2x - 1 \leq 0.$$

2. Решить двойное неравенство: $0 < 2x - 4 < 14$;

3. Решить системы неравенств:

$$1) \begin{cases} 2 + x < 0 \\ 2x + 1 < 0 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x^2 + 5x + 6 < 0 \end{cases}$$