Основные определения

Механика – раздел физики, изучающий закономерности механического движения тел и причины, вызывающие или изменяющие его.

Механическое движение –изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени

Основная задача механики – определить характеристики движения тела в произвольный момент времени

Основные определения

Механика делится на три раздела: кинематику, динамику, статику.

Кинематика изучает движение тел, не рассматривая причин, которые это движение обусловливают.

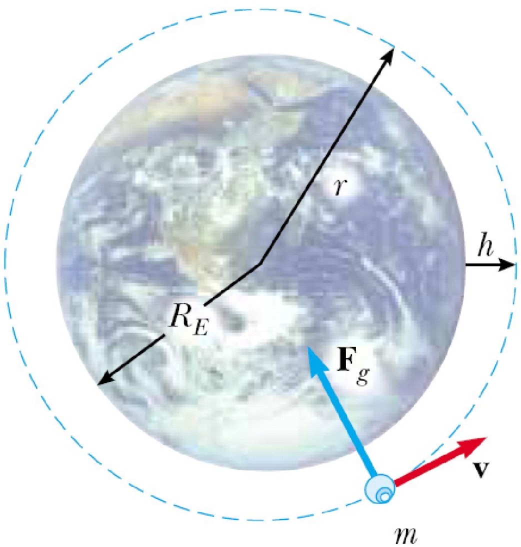
Динамика изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.

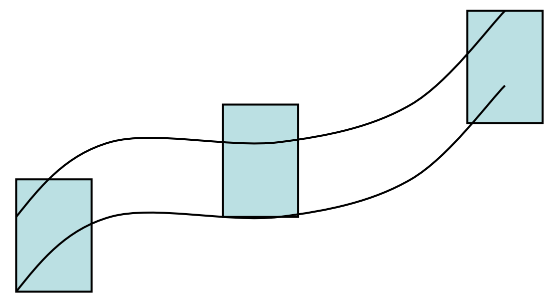
Статика изучает законы равновесия системы тел.

Идеальный объект движения

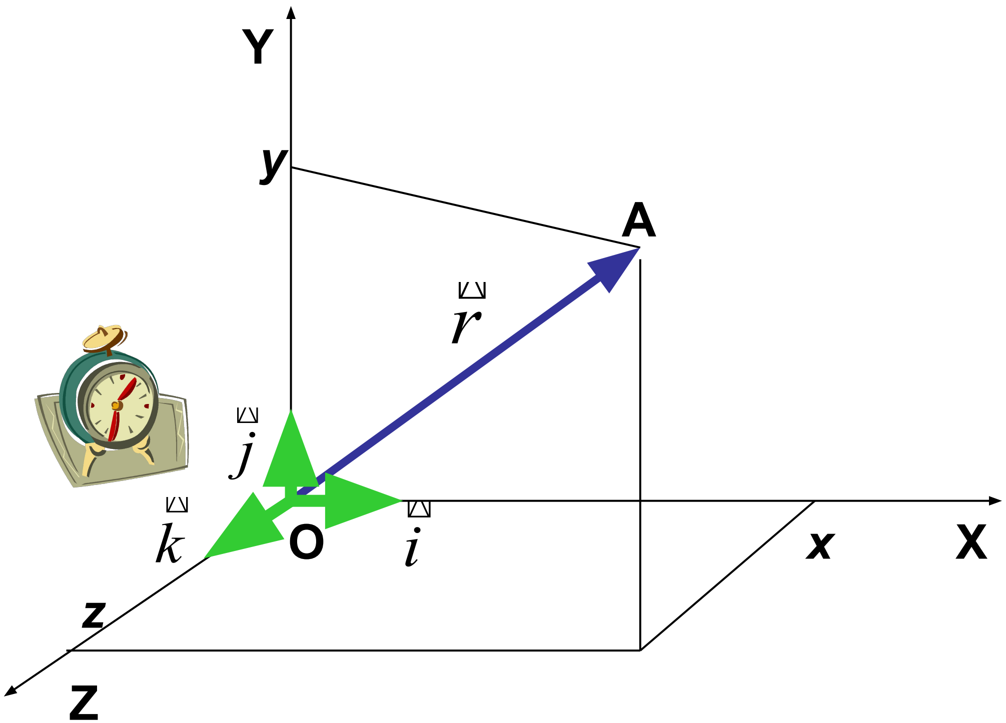
Идеальной моделью для описания поступательного движения тела является материальная точка.(2)

модель материальной точки используется в следующих условиях: когда можно пренебречь размерами тела; при рассмотрении движения центра масс; при рассмотрении поступательного движения.(1)





Система отсчёта



Движение тел происходит в пространстве и во времени и может рассматриваться относительно различных систем отсчёта

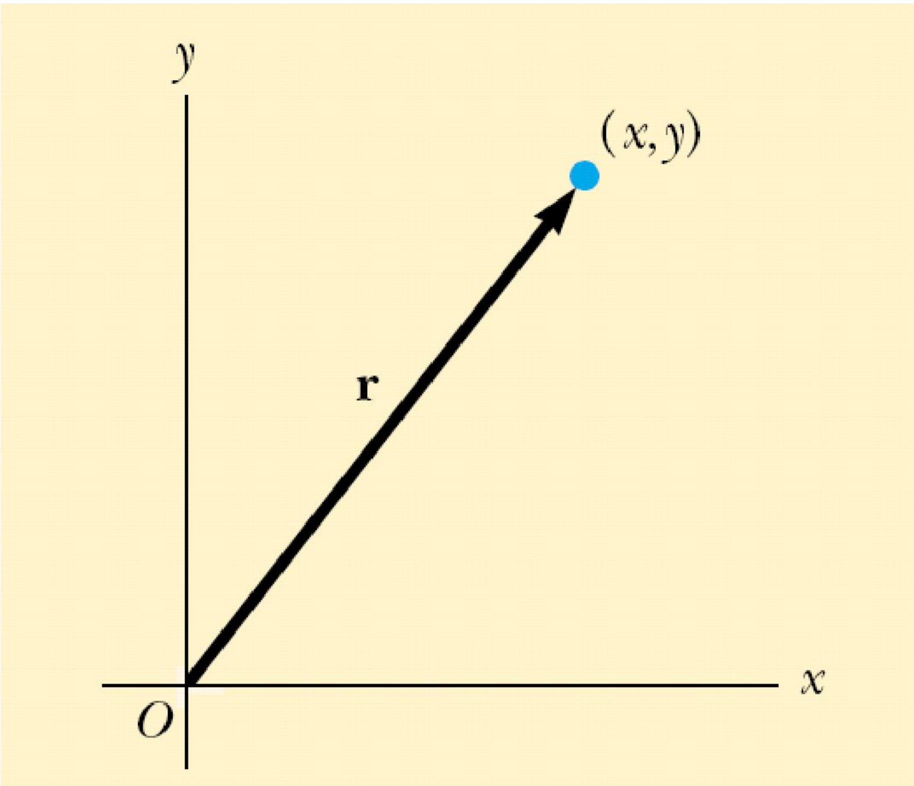
Система отсчёта представляет собой тело отсчёта и связанные с ним систему координат и часы

Векторный способ описания движения

При векторном способе описания движения используются следующие векторные величины:

- радиус- вектор точки $\vec{r}(t)$,
- вектор скорости точки $\vec{V}(t)$,
- вектор ускорения точки $\vec{a}(t)$

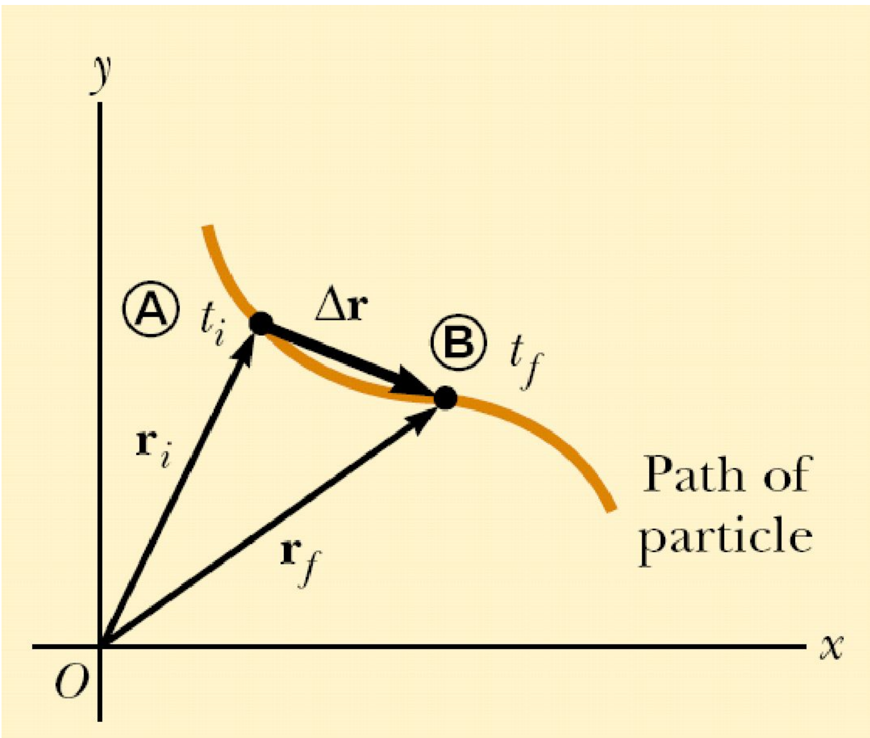
Векторный способ описания движения



Радиус-вектор – это вектор $\vec{r}$, направленный из начала отсчета к месту, где находится материальная точка

Радиус-вектор является функцией времени $\vec{r}(t)$: при движении точки он изменяется

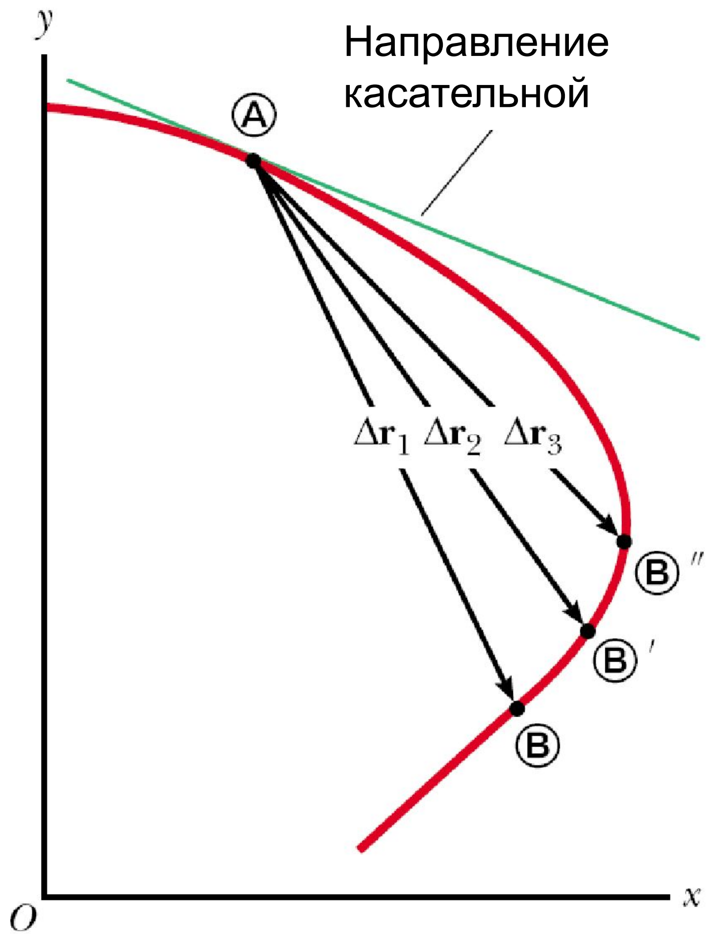
Векторный способ описания движения



- **Траектория** – линия, которую описывает при своём движении материальная точка
- **Перемещение** – вектор, направленный из $\vec{r}_i$ начального положения точки в конечное $\vec{r}_f$ положение точки

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$$

Векторный способ описания движения



При уменьшении промежутка времени направление перемещения стремится к направлению касательной к траектории, длина перемещения (длина хорды) – к длине участка траектории (длине дуги)

Векторный способ описания движения

Средней скоростью точки за некоторый промежуток времени называется отношение перемещения за этот промежуток к длительности промежутка

$$\vec{V}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i}$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением перемещения

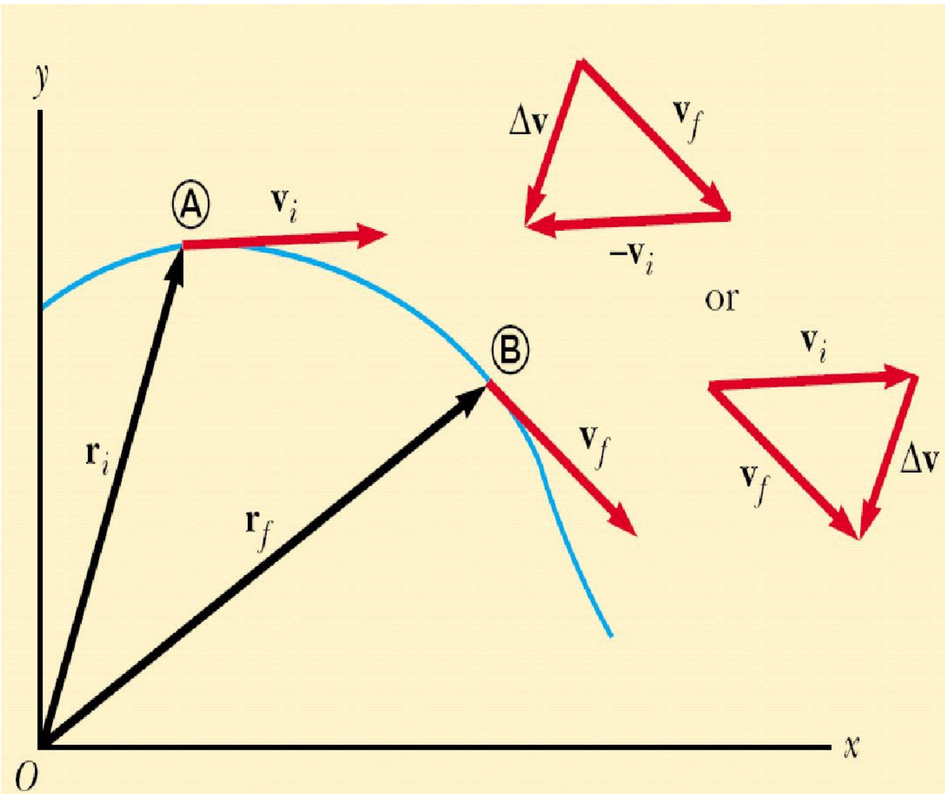
Векторный способ описания движения

Мгновенной скоростью точки в некоторый момент времени называется предел, к которому стремится средняя скорость при уменьшении промежутка времени (производная радиуса-вектора по времени)

$$\vec{V}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории

Векторный способ описания движения



При движении точки может изменяться не только её положение, но и скорость.

Причём изменение может быть как по величине, так и по направлению

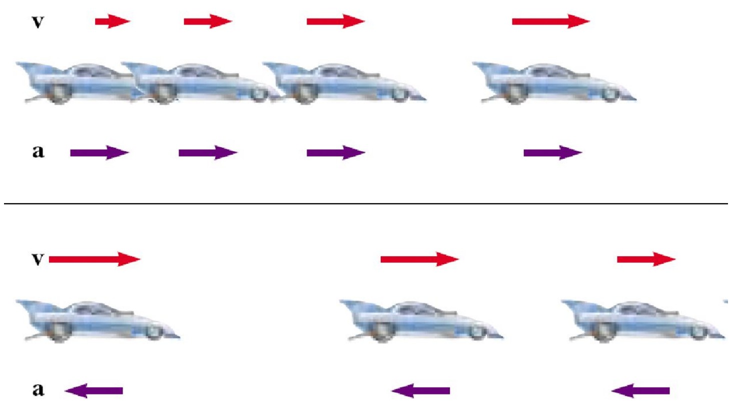
Векторный способ описания движения

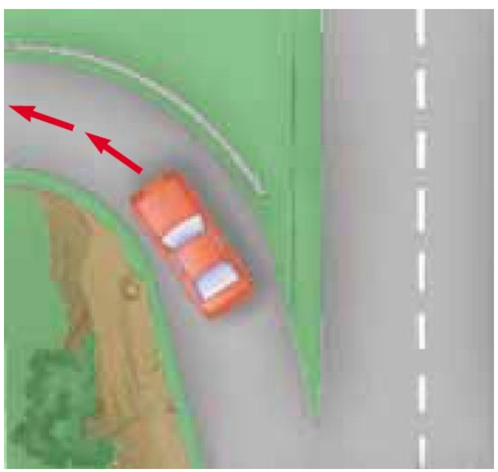
Два способа изменения скорости по величине и направлению можно проиллюстрировать :

- как изменение показаний спидометра (изменение по величине),

- как изменение положения штурвала (изменение направления движения).

Векторный способ описания движения





Приведенные слева рисунки показывают, что, как и любая векторная величина, скорость может изменяться:

- по величине,

- по направлению.

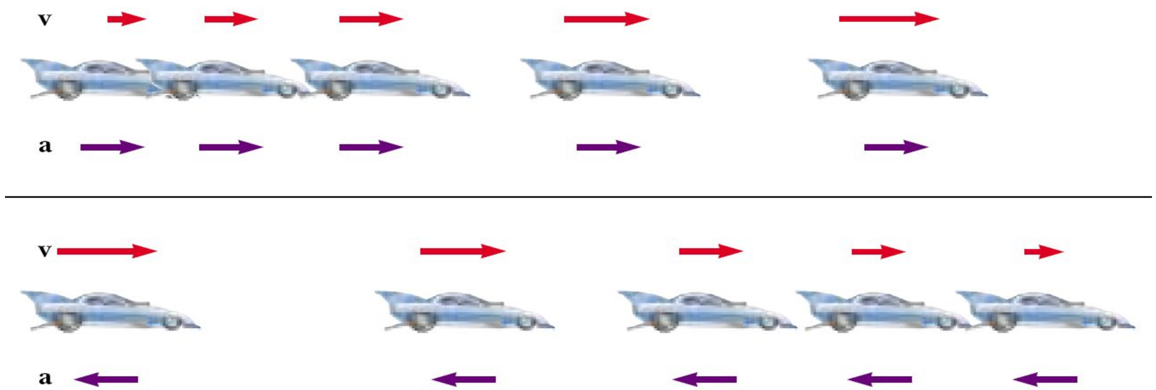
Векторный способ описания движения

Ускорение - физическая величина, характеризующая изменение скорости

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

Мгновенным ускорением точки в некоторый момент времени называется вектор равный пределу отношения изменения скорости за некоторый промежуток времени к продолжительности этого промежутка при устремлении промежутка времени к нулю (производная вектора скорости по времени). Ускорения бывают двух основных типов.

Векторный способ описания движения

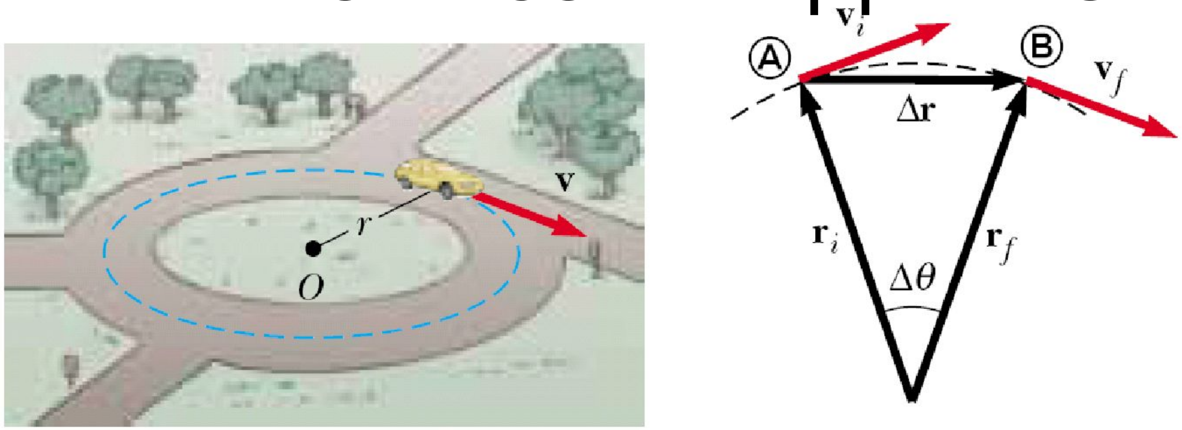


Ускорение, связанное с изменением величины скорости, называется тангенциальным (линейным, касательным).

$$a_\tau(t) = \frac{dV_\tau}{dt}$$

Оно направлено по касательной к траектории движения по направлению (при ускорении) или против направления (при замедлении) вектора мгновенной скорости

Векторный способ описания движения



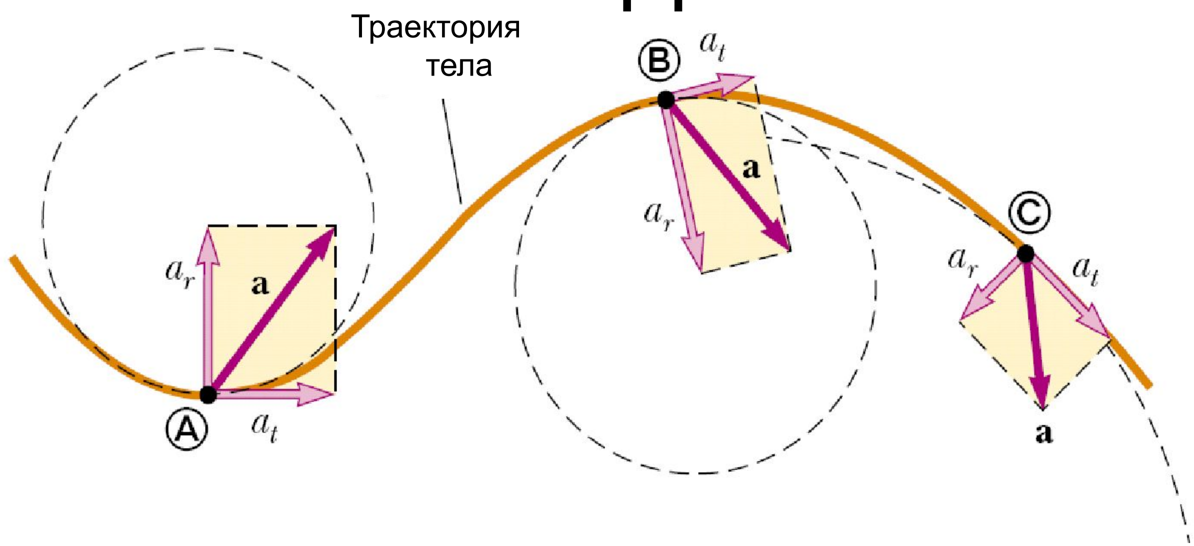
(a) (b) (c)

Ускорение, связанное с изменением направления скорости, называется нормальным (центростремительным, радиальным).

$$a_r(t) = \frac{(V(t))^2}{R(t)}$$

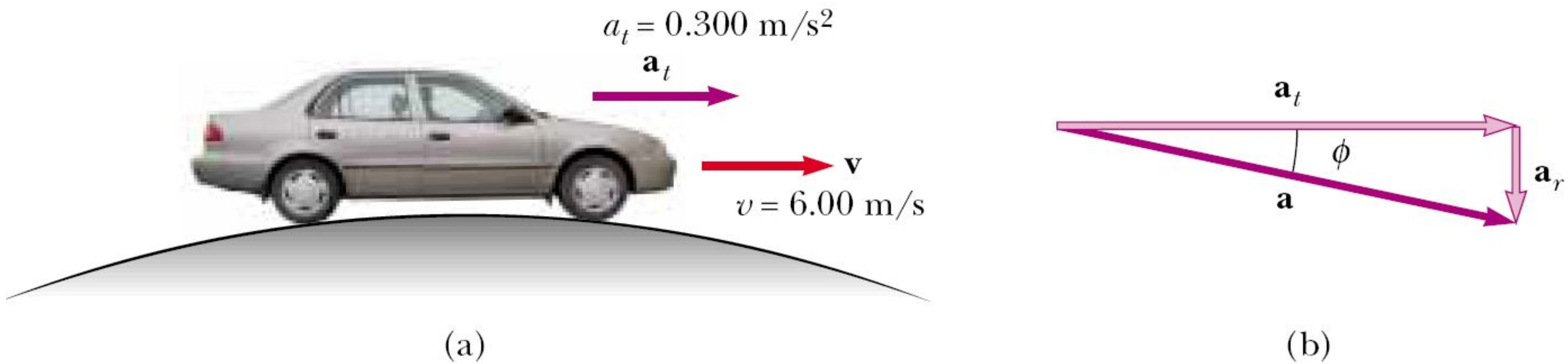
Оно направлено перпендикулярно направлению вектора мгновенной скорости к центру окружности радиуса R(t) вписанной локально на рассматриваемом участке в траекторию

Векторный способ описания движения



При движении точки с переменной скоростью по криволинейной траектории в каждый момент времени движение можно представить происходящим по дугам некоторых воображаемых окружностей вписанных локально на рассматриваемых участках в траекторию

Векторный способ описания движения



Таким образом,
полное ускорение при криволинейном движении с переменной скоростью может быть представлено в виде векторной суммы тангенциального (касательного) и радиального (нормального) ускорений

$$\vec{a}(t) = \vec{a}_\tau(t) + \vec{a}_r(t)$$

Векторный способ описания движения

При заданных ускорении и начальной скорости скорость в любой момент времени вычисляется по формуле

$$\vec{V}(t) = \vec{V}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)dt$$

При заданных скорости и начальном радиусе-векторе радиус-вектор в любой момент времени вычисляется по формуле

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{V}(t)dt$$

Векторный способ описания движения

В частном случае движения с постоянным ускорением $\vec{a} = const$:
скорость в любой момент времени вычисляется по формуле

$$\vec{V}(t) = \vec{V}(t_0) + \vec{a} \cdot (t - t_0)$$

Радиус-вектор в любой момент времени вычисляется по формуле

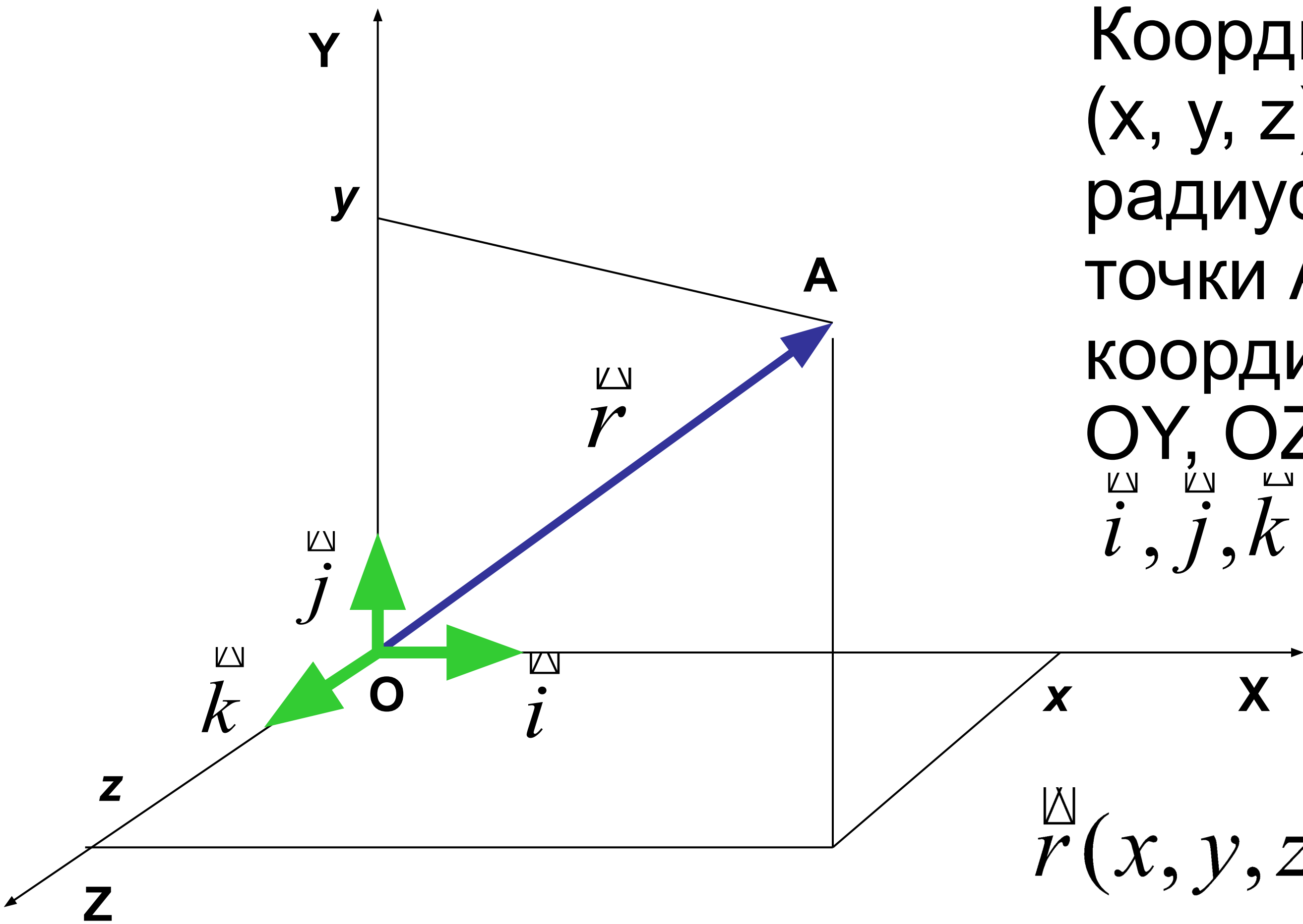
$$\vec{r}(t) = \vec{r}(t_0) + \vec{V}(t_0) \cdot (t - t_0) + \frac{\vec{a} \cdot (t - t_0)^2}{2}$$

Координатный способ описания движения

При координатном способе описания движения используются проекции следующих векторных характеристик движения на координатные оси.

- проекции радиуса- вектора (координаты),
- проекции вектора скорости,
- проекции вектора ускорения.

Координатный способ описания движения



Координаты точки А (x, y, z) – это проекции радиуса- вектора $\vec{r}$ точки А на координатные оси ОХ, OY, OZ.

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - орты осей

$$\vec{r}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Координатный способ описания движения

Связь между векторными характеристиками движения и координатными для декартовой прямоугольной системы координат

$$\vec{r}(x,y,z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{V}(t) = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$$

$$\vec{a}(t) = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

Нижними индексами в двух последних формулах отмечены проекции векторов скорости и ускорения на соответствующие оси координат

Координатный способ описания движения

Все формулы для координатного способа легко получаются из соответствующих векторных определений

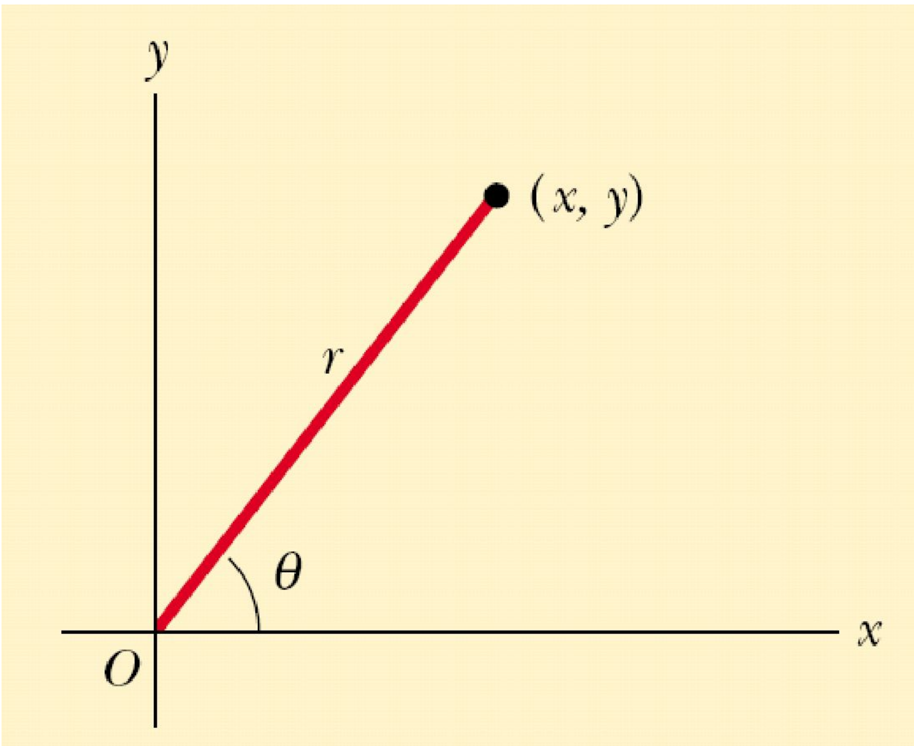
$$\vec{r}(x,y,z,t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

$$\frac{d\vec{r}(x,y,z,t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dz(t)}{dt}\vec{k}$$

$$\frac{d\vec{r}(x,y,z,t)}{dt} = \vec{V}$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = V_x \qquad \frac{dy(t)}{dt} = V_y \qquad \frac{dz(t)}{dt} = V_z$$

Координатный способ описания движения



Физические явления могут описываться в различных системах отсчёта и системах координат.

При этом характеристики движения точки в одной системе координат могут быть выражены через характеристики движения той же точки в другой системе координат.

Координатный способ описания движения

Существуют формулы, позволяющие преобразовать координаты точки в одной системе координат к координатам той же точки в другой системе координат. Например, для прямого и обратного преобразований от полярной к декартовой системе координат используются формулы

$$x = r\cos\theta \qquad tg\theta = y/x$$

$$y = r\sin\theta \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

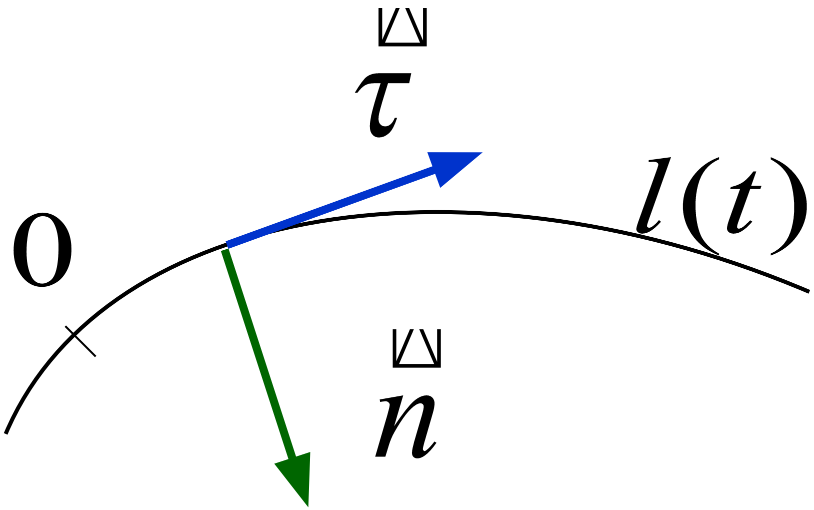
Естественный способ описания движения

При естественном способе задаётся удаление точки вдоль траектории от начала отсчёта (направленная длина дуги) и характеристики движения рассматриваются как функции этой длины дуги.

Основные характеристики при этом:

- \- путевая координата (вдоль траектории),
- \- проекция скорости на направление касательной к траектории (вдоль траектории),
- \- проекции ускорения на направления касательной и нормали к траектории

Естественный способ описания движения

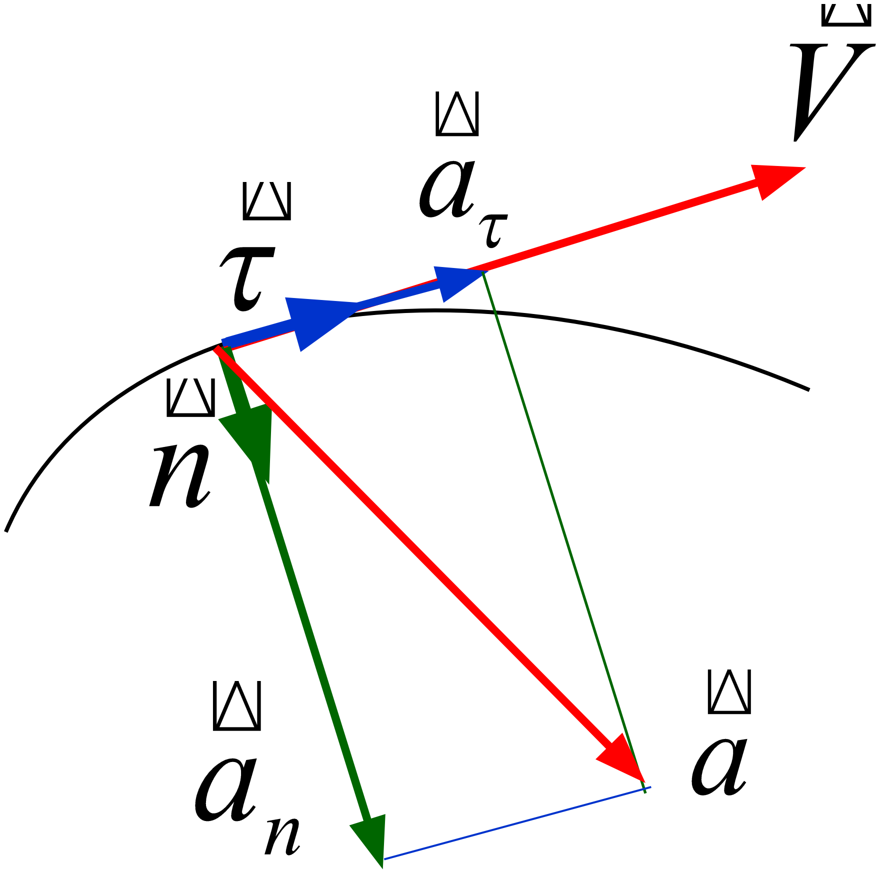


$l(t)$ - путевая координата

$\vec{\tau}$ - орт касательной к траектории направлен в сторону возрастания путевой координаты,

$\vec{n}$ - орт нормальный к траектории направлен к центру кривизны

Естественный способ описания движения



Основные характеристики движения

Скорость (касательная)

$$\vec{V} = V_\tau \cdot \vec{\tau}$$

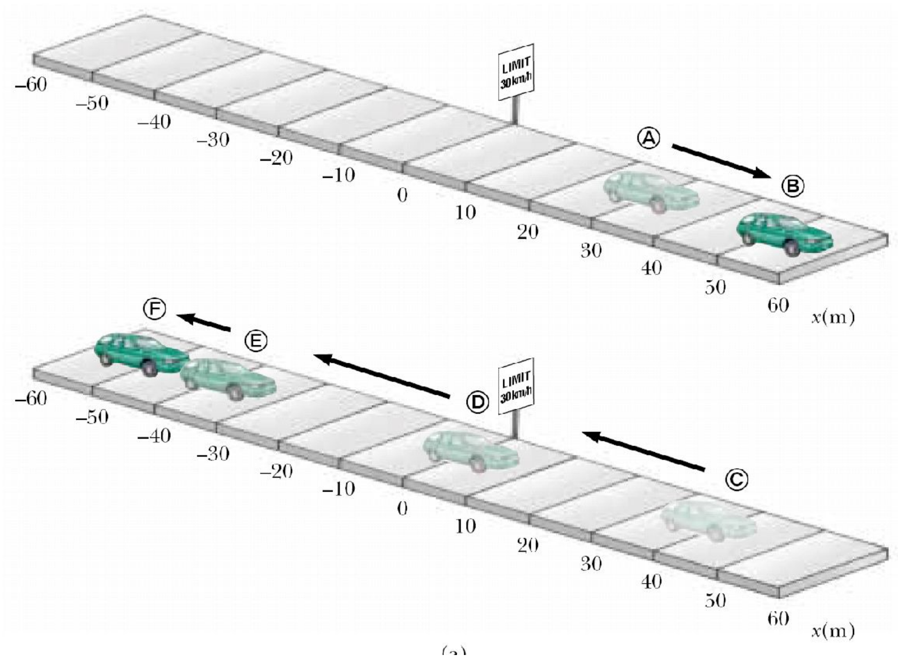
Ускорение (полное)

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Касательная и нормальная компоненты полного ускорения

$$a_\tau = \frac{dV_\tau}{dt} \qquad a_n = \frac{V^2}{R}$$

Одномерное прямолинейное движение

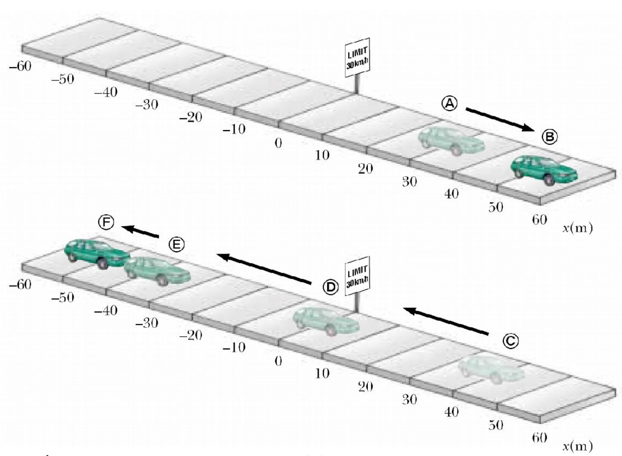


Полезной иллюстрацией основных особенностей описания движения является описание одномерного прямолинейного движения, т.е. движения, когда достаточно одной координаты для задания положения тела

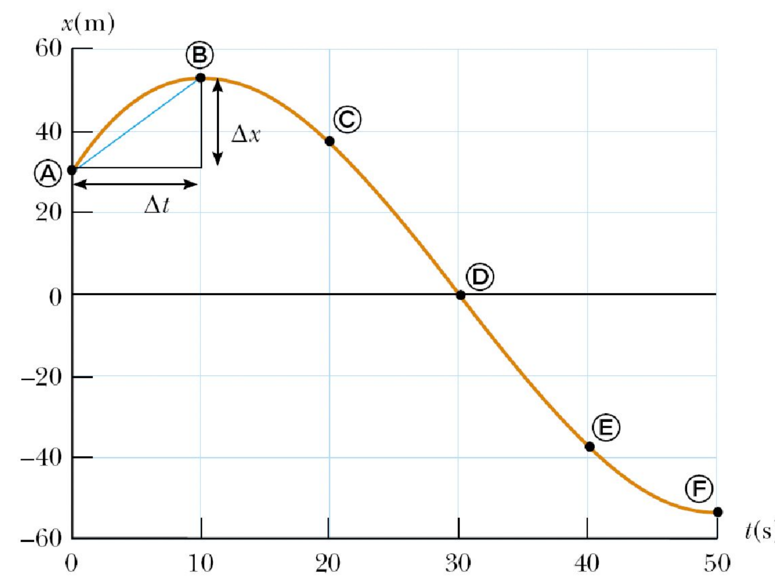
Одномерное прямолинейное движение

Пусть точка двигалась неравномерно вдоль оси, как показано на рисунке а).

Зависимость её координаты от времени показана на рисунке б)



а)



б)

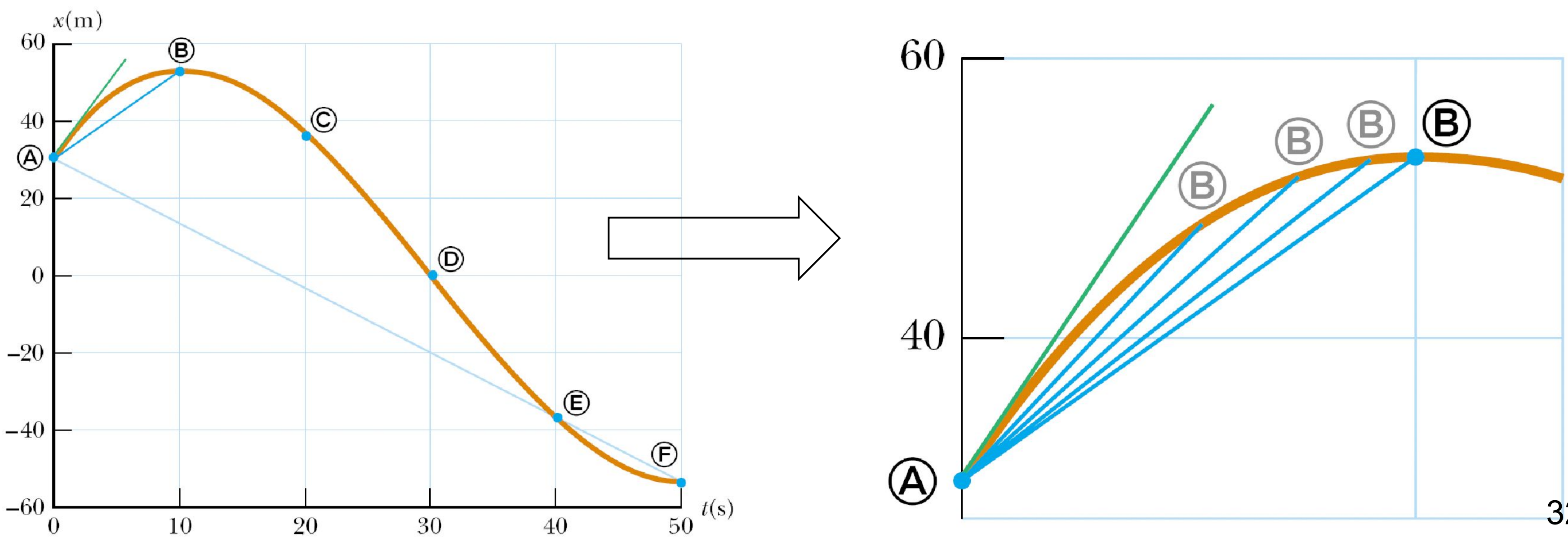
Одномерное прямолинейное движение

- Средняя скорость на участке AB равна угловому коэффициенту хорды AB (синяя линия):

$$V_{xAB} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A}$$

- Мгновенная скорость в точке A равна угловому коэффициенту касательной в т. A (зелёная линия):

$$V_{xA} = \frac{dx}{dt}$$



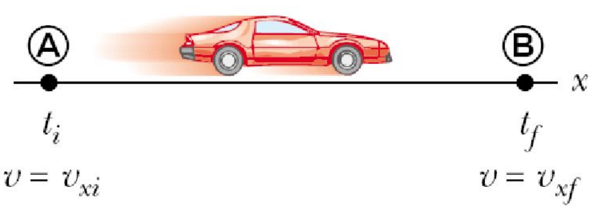
Одномерное прямолинейное движение

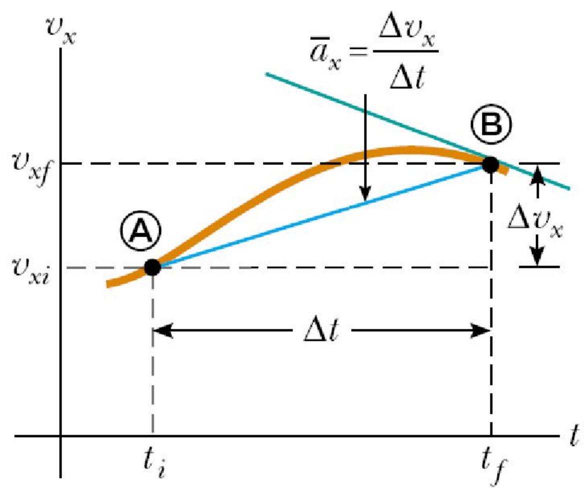
- Среднее ускорение на участке AB равно угловому коэффициенту хорды AB (синяя линия):

$$a_{xAB} = \frac{V_{xB} - V_{xA}}{t_B - t_A}$$

- Мгновенное ускорение в точке B равно угловому коэффициенту касательной в т. B (зелёная линия):

$$a_{xB} = \frac{dV}{dt}$$





Одномерное прямолинейное движение

При заданных проекциях ускорения и начальной скорости проекция скорости в любой момент времени вычисляется по формуле

$$V_x(t) = V_x(t_0) + \int_{t_0}^{t} a_x(t)dt$$

При заданных проекции скорости и начальной координате координата в любой момент времени вычисляется по формуле

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} V_x(t)dt$$

Одномерное прямолинейное движение

В частном случае движения с постоянным ускорением $a_x = const$
Проекция скорости в любой момент времени вычисляется по формуле

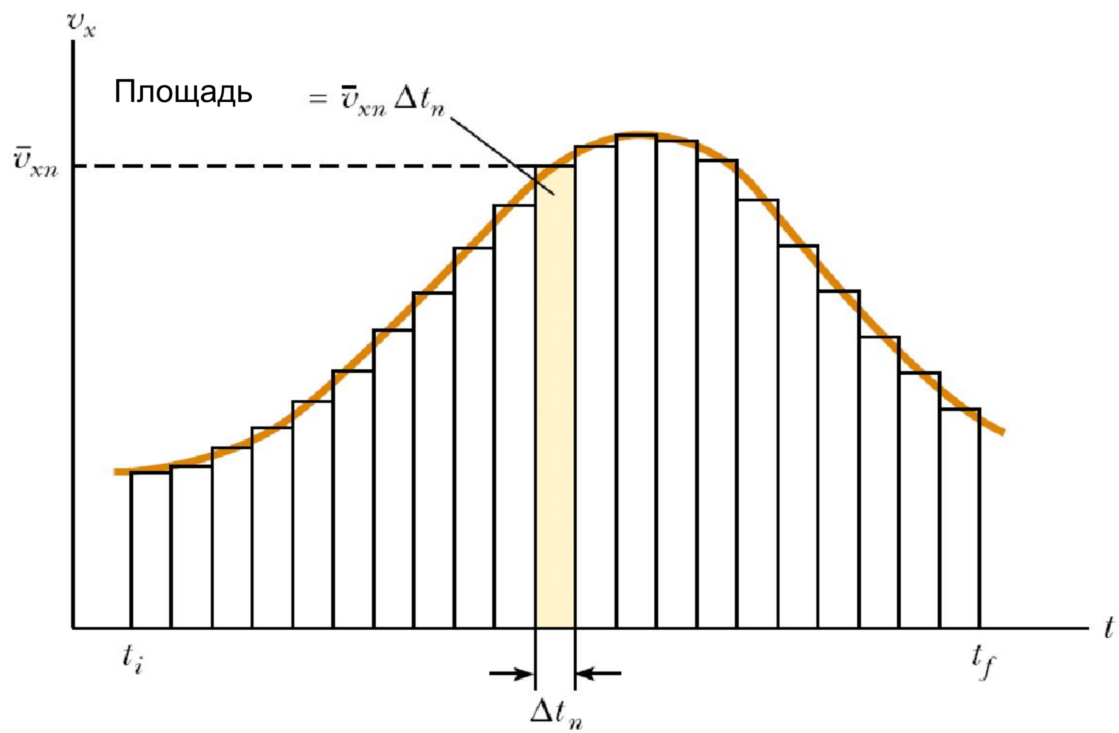
$$V_x(t) = V_x(t_0) + a_x \cdot (t - t_0)$$

координата в любой момент времени вычисляется по формуле

$$x(t) = x(t_0) + V_x(t_0) \cdot (t - t_0) + \frac{a_x \cdot (t - t_0)^2}{2}$$

Одномерное прямолинейное движение

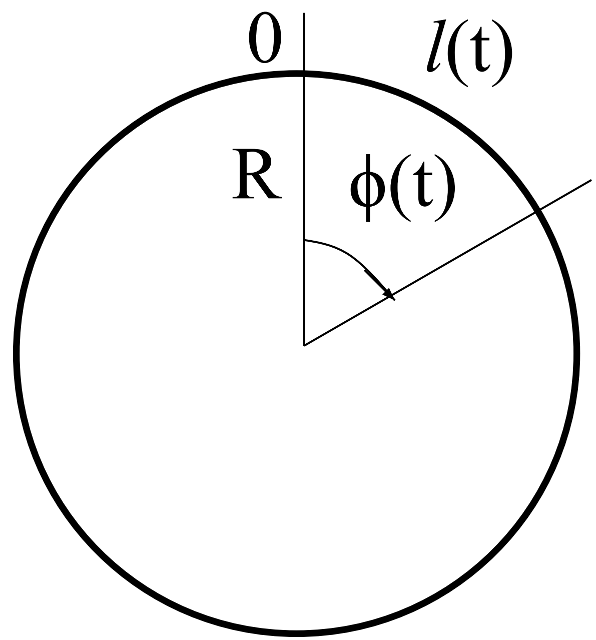
Перемещение в направлении оси OX численно равно площади между графиком скорости вдоль этого направления и осью времени



Движение по окружности

При движении по окружности положение точки можно характеризовать при помощи центрального угла (угловая координата), при этом угол может быть однозначно связан с путевой координатой.

$$\varphi(t) = \frac{l(t)}{R}$$

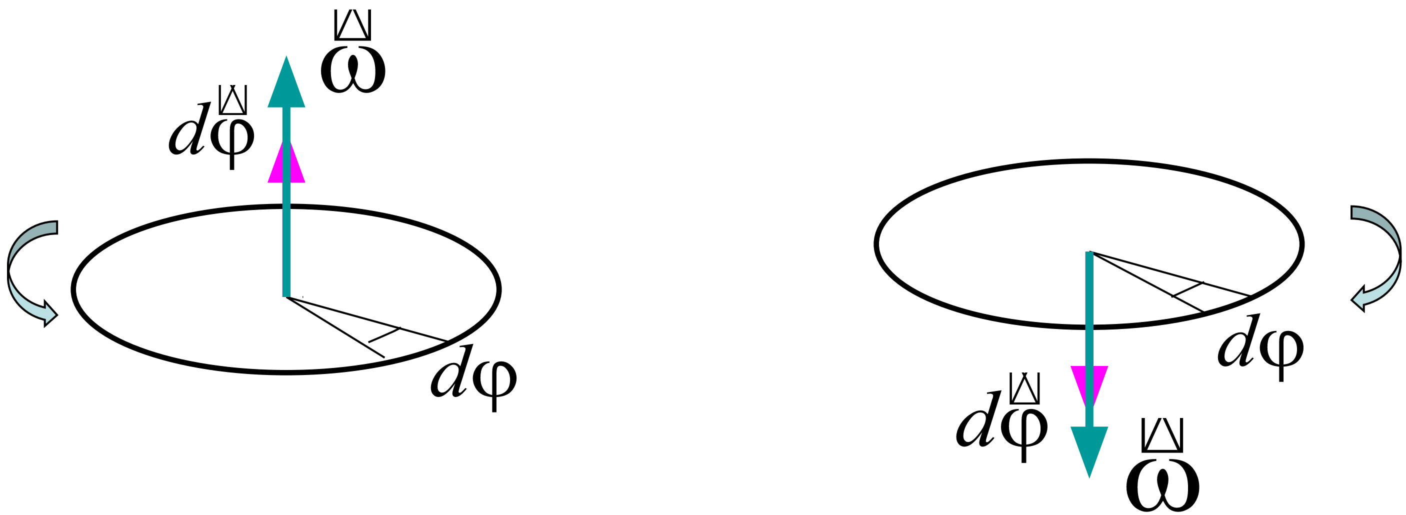


здесь R – радиус окружности

Движение по окружности

Для бесконечно малого угла поворота $d\varphi$ вводится вектор угла поворота $d\vec{\varphi}$, численно равный углу поворота и направленный в соответствии с правилом правого винта.

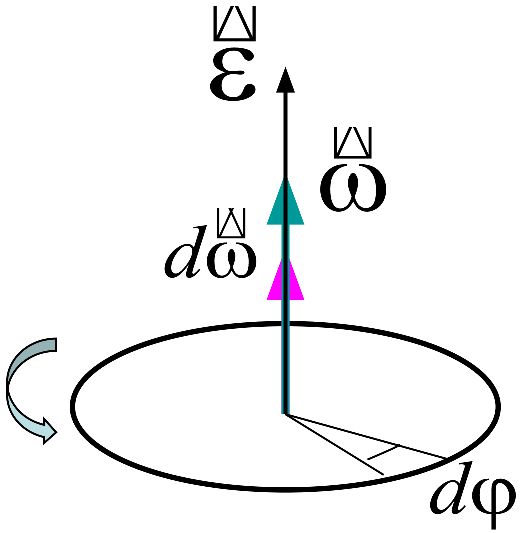
Движение по окружности



Скорость изменения угла поворота характеризуется вектором угловой скорости вращения, который направлен в ту же сторону, что и вектор малого угла поворота:

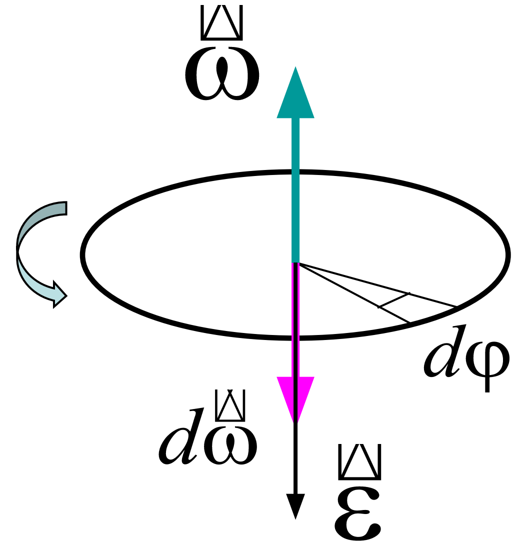
$$\boxed{\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}}$$

Движение по окружности



угловая скорость уменьшается

угловая скорость увеличивается



Для характеристики быстроты изменения вращения тела вводится также вектор углового ускорения:

$$\boxed{\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}}$$

Движение по окружности

При заданных угловом ускорении и начальной угловой скорости угловая скорость в любой момент времени вычисляется по формуле

$$\vec{\omega}(t) = \vec{\omega}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{\varepsilon}(t)dt$$

При заданных угловой скорости и начальной угловой координате угловая координата в любой момент времени вычисляется по формуле

$$\vec{\varphi}(t) = \vec{\varphi}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{\omega}(t)dt$$

Законы Ньютона

- 1 закон: существуют такие системы отсчёта (СО), в которых состояние движения тела не изменяется (т.е. тело покоится либо движется равномерно и прямолинейно), если на него не действуют силы, или действие внешних сил компенсируется
- Такие СО называются инерциальными системами отсчёта (ИСО)
- Любая СО, движущаяся прямолинейно и равномерно относительно ИСО, также будет ИСО

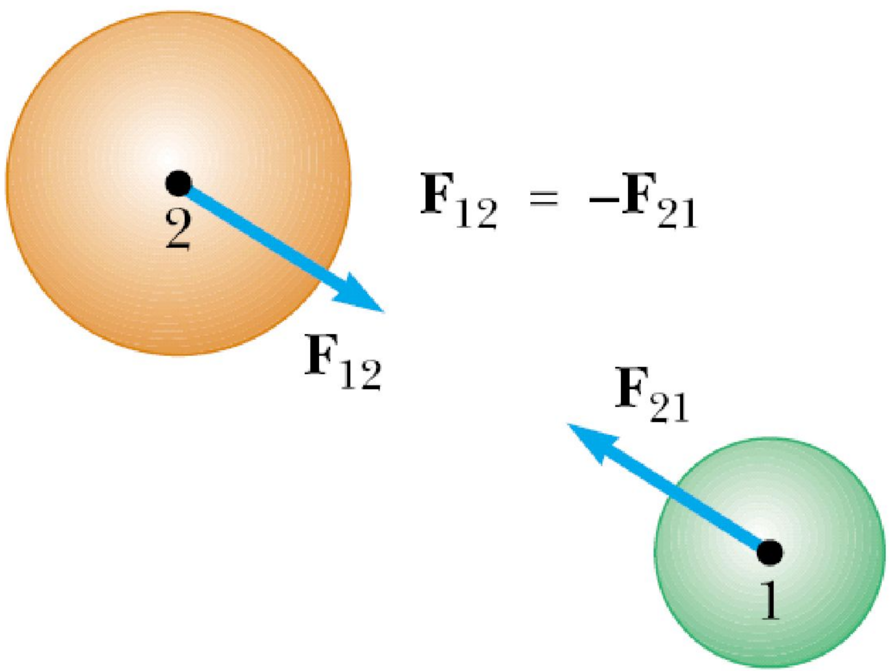
Законы Ньютона

- 2 закон: ускорение, с которым движется тело, прямо пропорционально суммарной силе, приложенной к телу и обратно пропорционально массе тела

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\Sigma}}{m}$$

- Ускорение тела одинаково во всех ИСО

Законы Ньютона

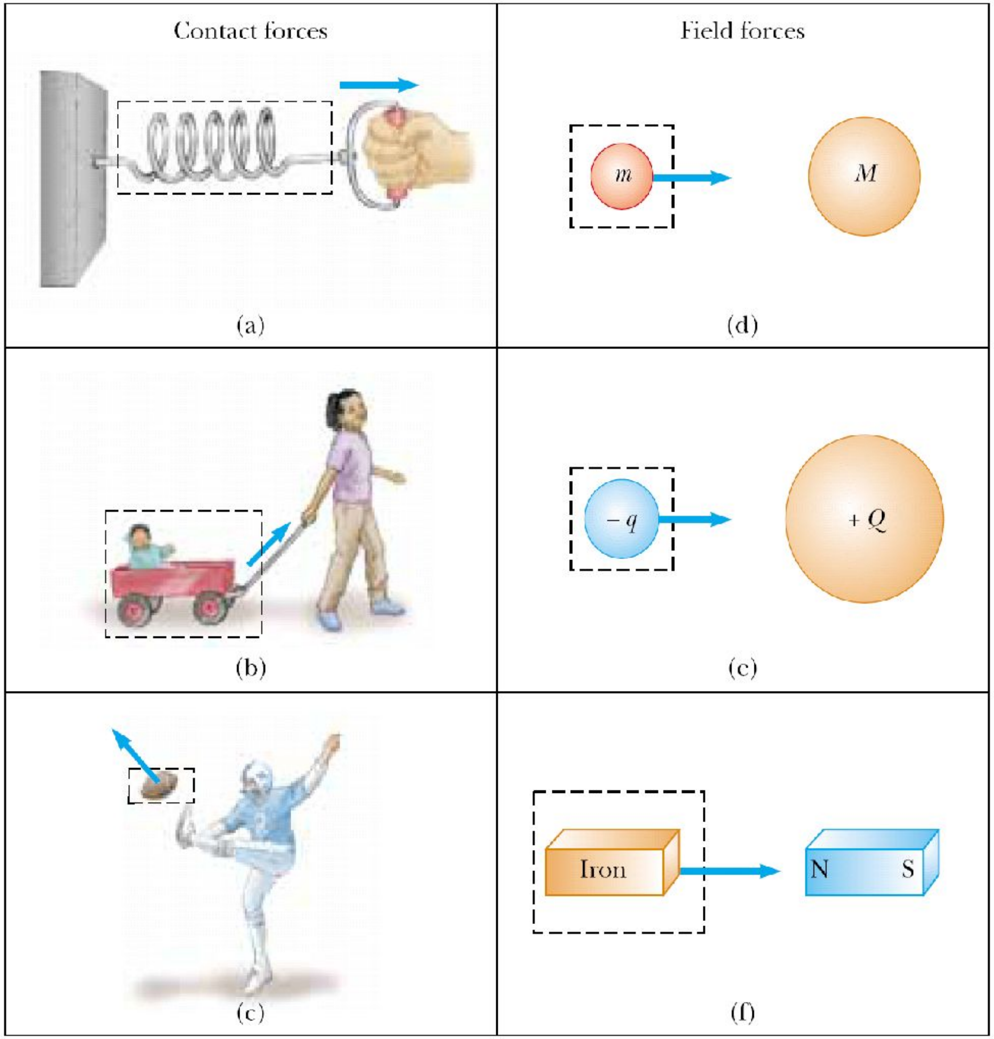


- 3 закон: взаимодействие тел носит обоюдный характер, с какой силой одно тело действует на другое, с такой же по величине и противоположной по направлению силой второе тело действует на первое

Силы

- Сила – векторная величина, характеризующая результат воздействия на данное тело со стороны других тел.
- Силы могут иметь различную физическую природу.
- Силы могут являться как результатом контактного взаимодействия, так и результатом взаимодействия с полем.

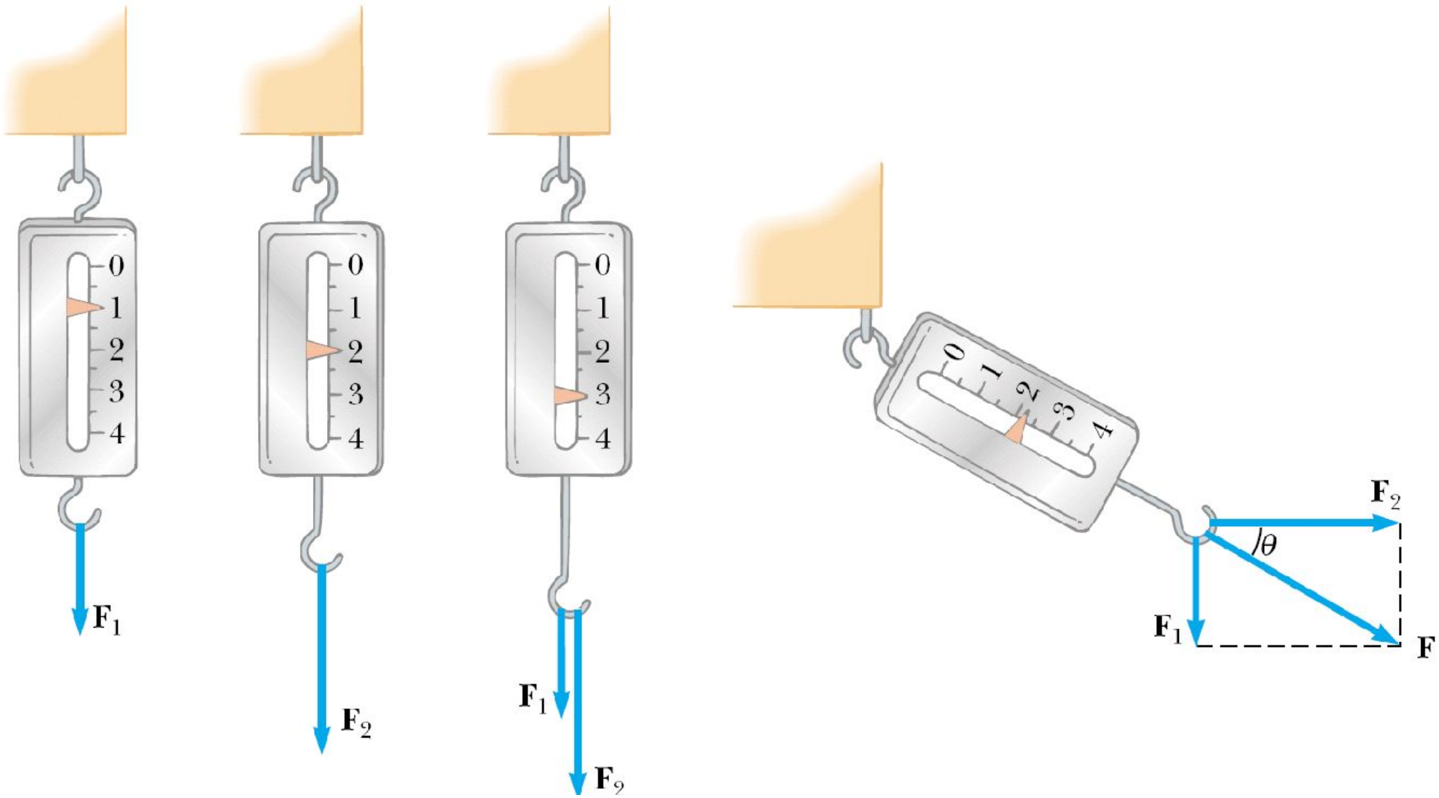
Силы



- На рисунках в левом столбце приведены примеры контактных сил,
- в правом столбце показаны примеры действия сил со стороны полей.

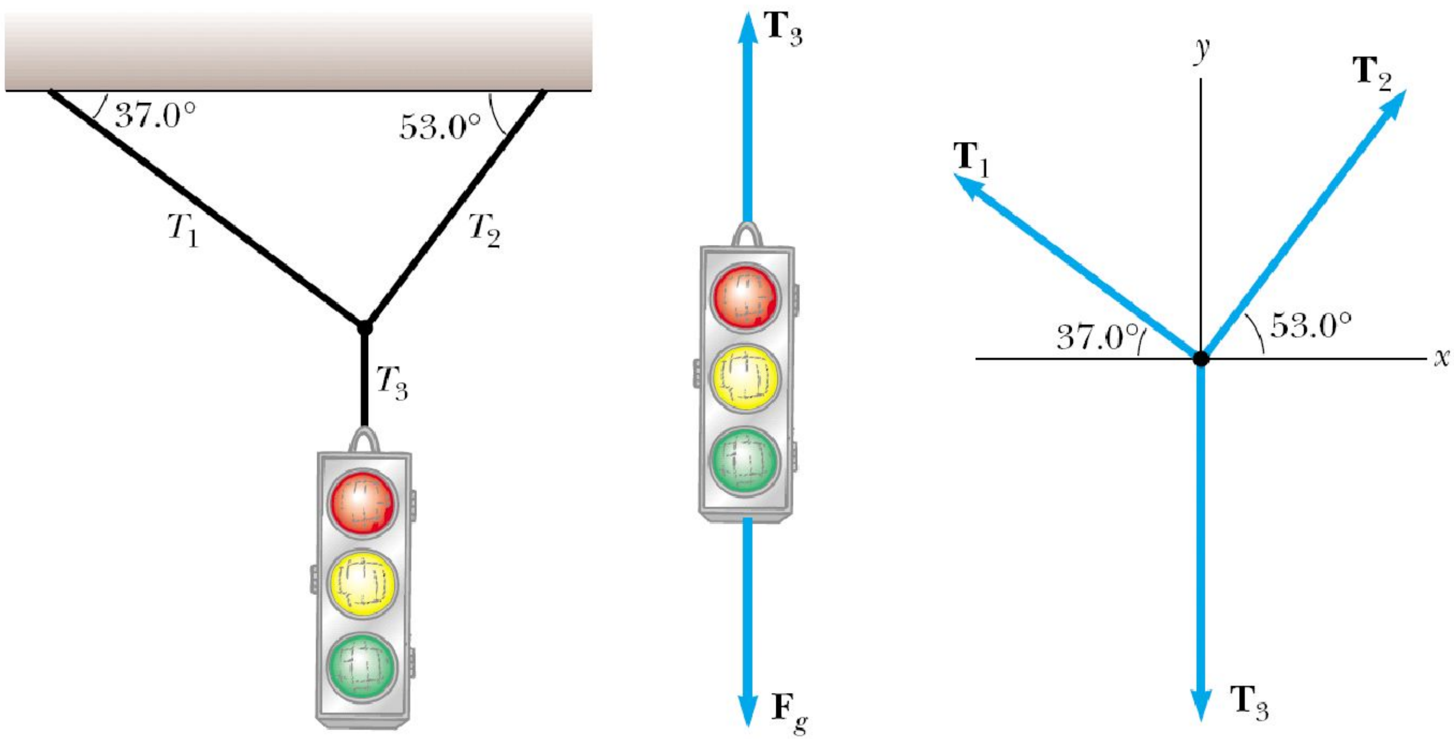
Силы

- Векторный характер сил, можно наблюдать на простом опыте по сложению сил.

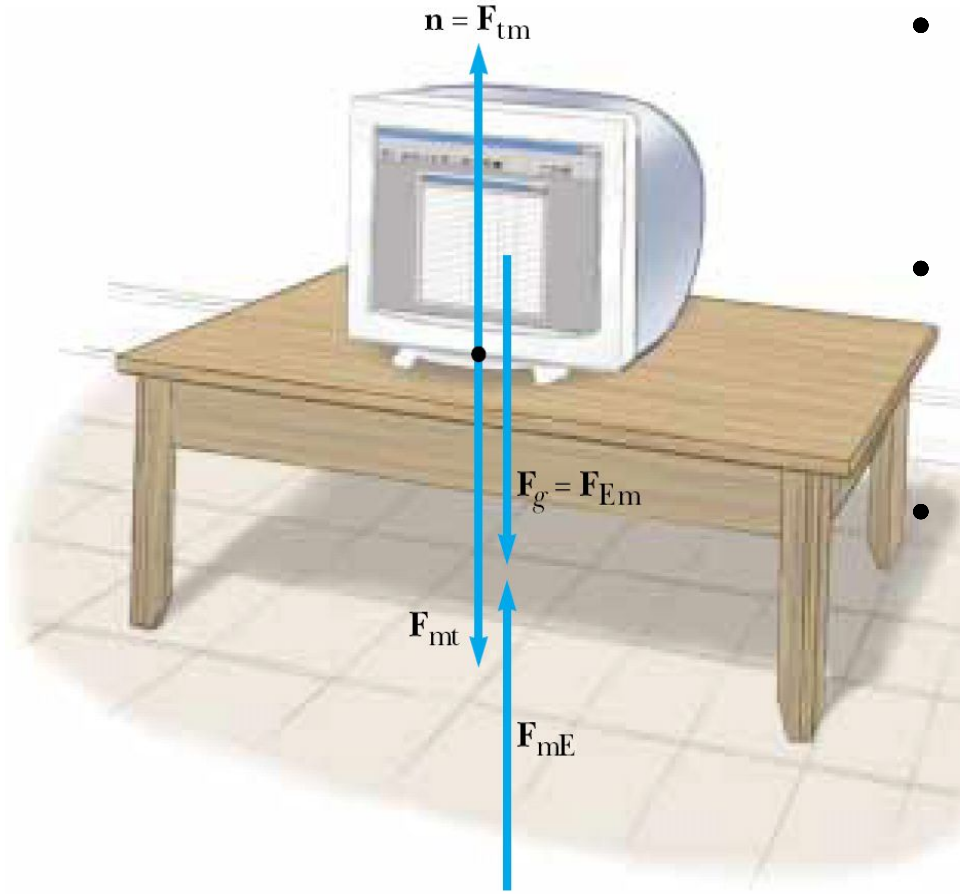


Сила натяжения

- Силы натяжения в нитях (тросах, стержнях,…) направлены вдоль нитей (тросов, стержней,…)

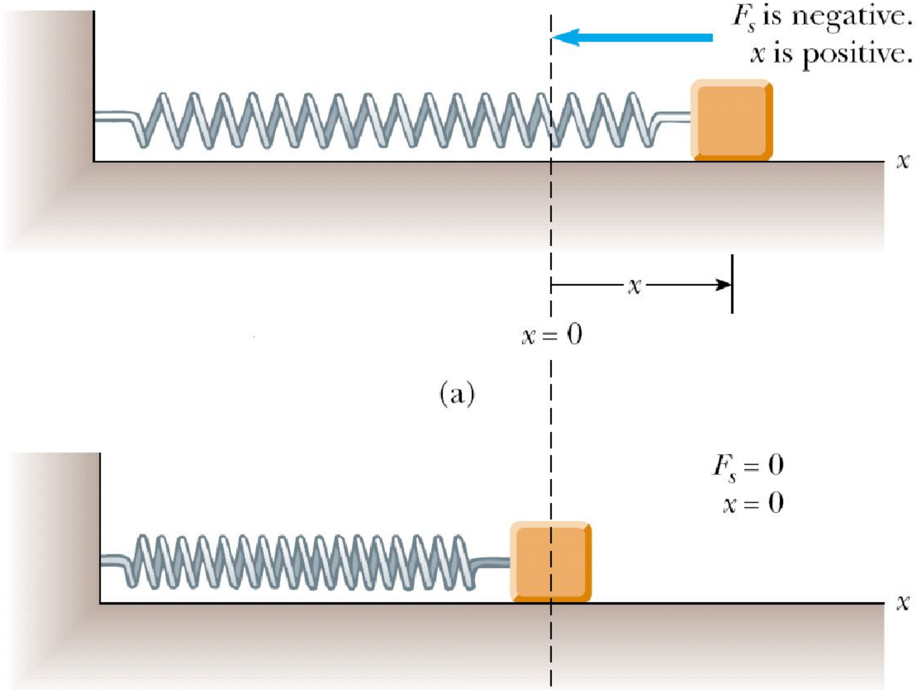


Сила тяжести, вес, сила реакции опоры



- Сила тяжести $\vec{F}_g = \vec{F}_{Em}$ - это сила гравитационного притяжения тела к Земле.
- Вес тела $\vec{F}_{mt}$ – сила, с которой тело действует на опору или подвес.
- Сила реакции опоры $\vec{n} = \vec{F}_{tm}$ – сила, действующая на тело со стороны опоры. Связана с весом по 3-му закону Ньютона $\vec{F}_{mt} = -\vec{F}_{tm}$

Сила упругости



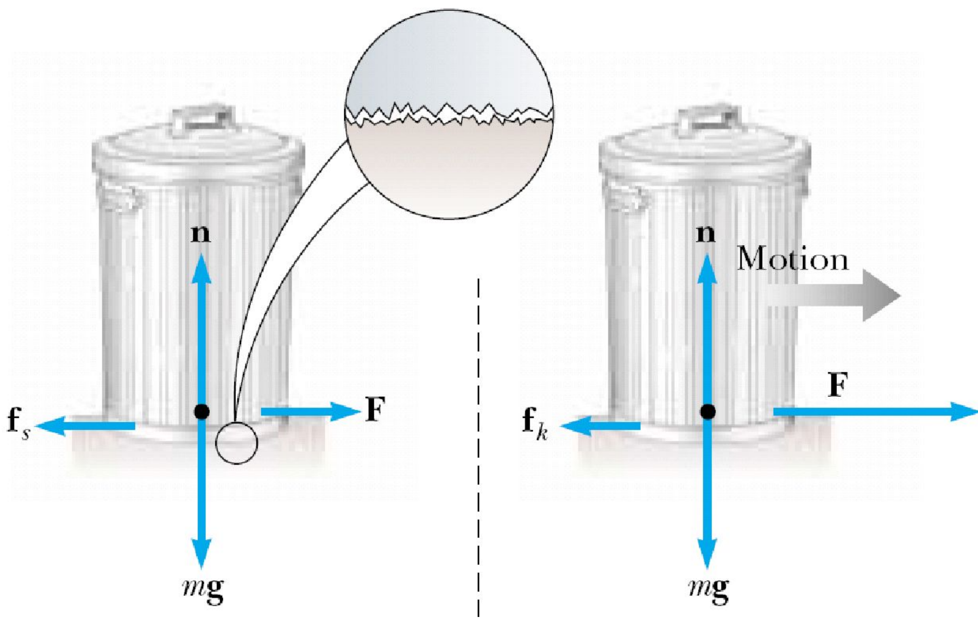
$$\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$$

k- коэффициент жесткости

- Сила упругости, возникающая в упругом теле (пружине) пропорциональна относительному смещению частей тела (удлинению/ укорочению пружины) и направлена противоположно этому смещению.

Сила трения

- Сила трения бывает двух видов: сила трения покоя и сила трения скольжения.
- Сила трения покоя $\vec{f}_s$ может иметь значения от нуля до максимального, за которое часто принимают силу трения скольжения $\vec{f}_k$

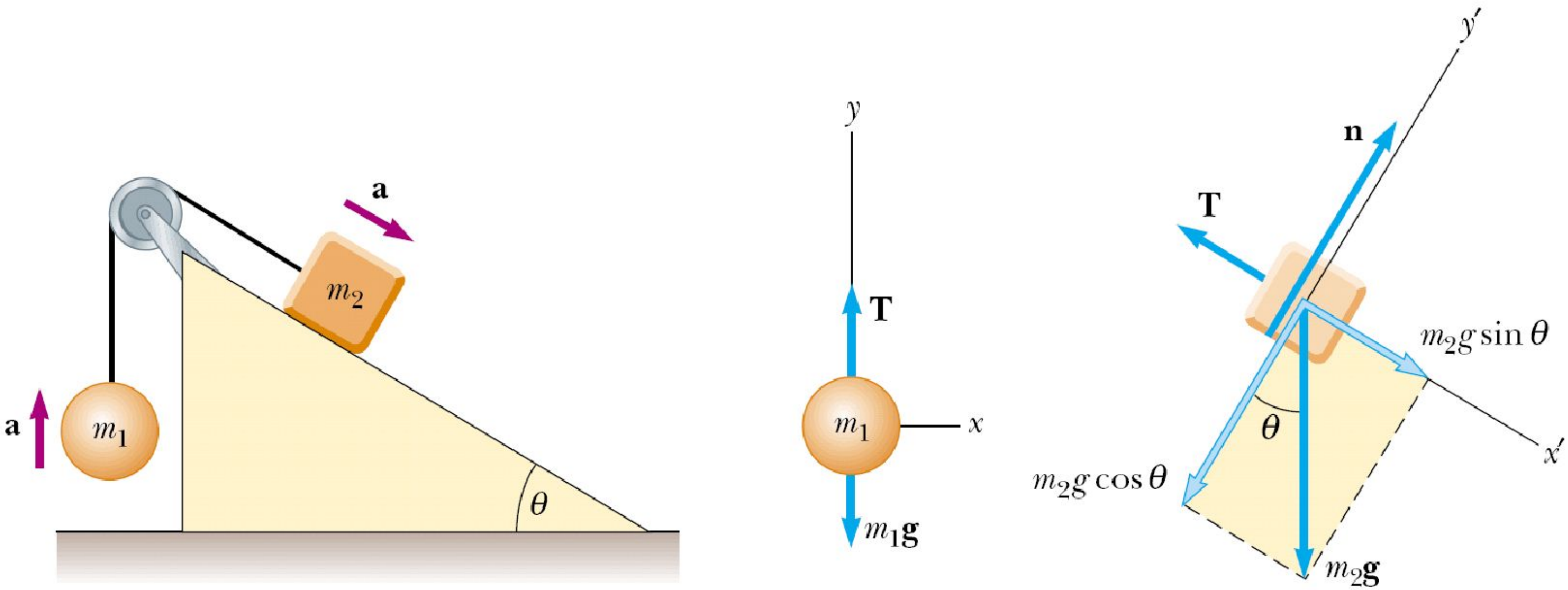


$$\left|\vec{f}_k\right| = \mu \cdot \left|\vec{n}\right|$$

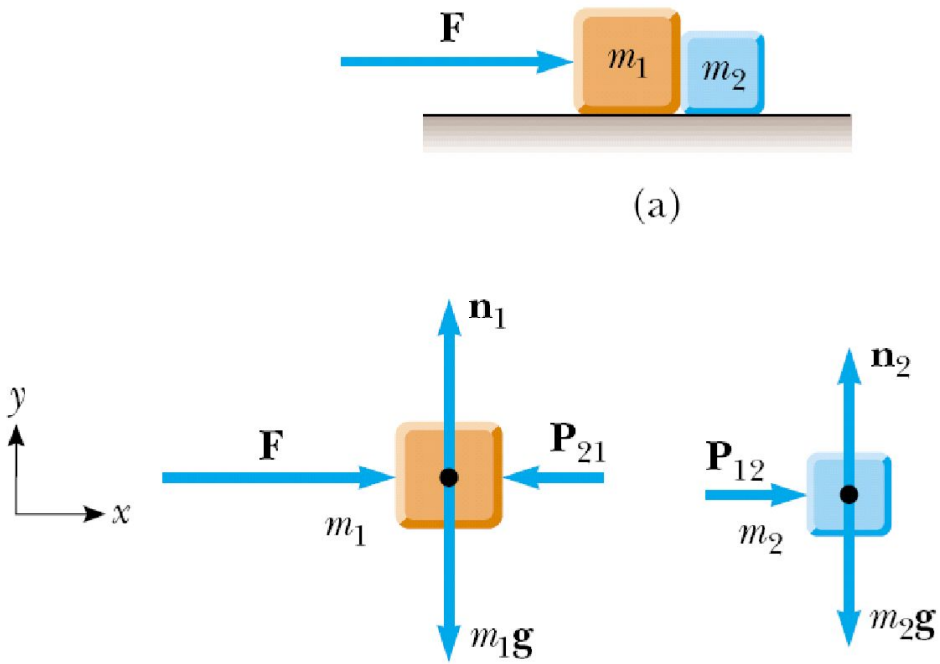
μ- коэффициент трения

Разложение сил на составляющие

- При движении каждого из тел простой системы по прямой, силы часто разлагают на составляющие, направленные вдоль и перпендикулярно движению каждого из объектов



Учёт сил взаимодействия



- Если два тела взаимодействуют контактным (как показано на рисунке) или бесконтактным способом, необходимо учитывать силы их взаимодействия.

Импульс тела

- Импульс тела $\vec{p} = m \cdot \vec{V}$
- Исходя из 2-го закона Ньютона

$$\vec{F}_{\Sigma} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{V}}{dt} = \{if \quad m = const\} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

- Таким образом, более общая формулировка основного уравнения динамики поступательного движения

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{\Sigma}$$

Импульс тела

- Исходя из более общего уравнения динамики $d\vec{p} = \vec{F}_\Sigma \cdot dt$, где $\vec{F}_\Sigma \cdot dt$ - это импульс силы.
- Изменение импульса будет

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_\Sigma(t) \cdot dt$$

- Для вычисления $d\vec{p}$ необходимо знать $\vec{F}_\Sigma(t)$

Закон сохранения импульса

- Если в уравнении динамики положить $\vec{F}_{\Sigma} \cdot dt = \vec{0}$, то также будет $d\vec{p} = \vec{0}$, т.е. импульс тела будет сохраняться.

- Условия выполнения закона сохранения импульса (любое или оба):

  $\vec{F}_{\Sigma} = \vec{0}$ система изолирована,

  $dt \to 0$ процесс достаточно быстрый.

Реактивное движение

- Исходя из более общего уравнения динамики

$$\vec{F}_{\Sigma} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot \vec{V} + m \cdot \frac{d\vec{V}}{dt}$$

$$\vec{F}_{R} = \frac{dm}{dt} \cdot \vec{V}$$

- реактивная сила, т.е. сила, возникающая вследствие изменения массы движущегося тела

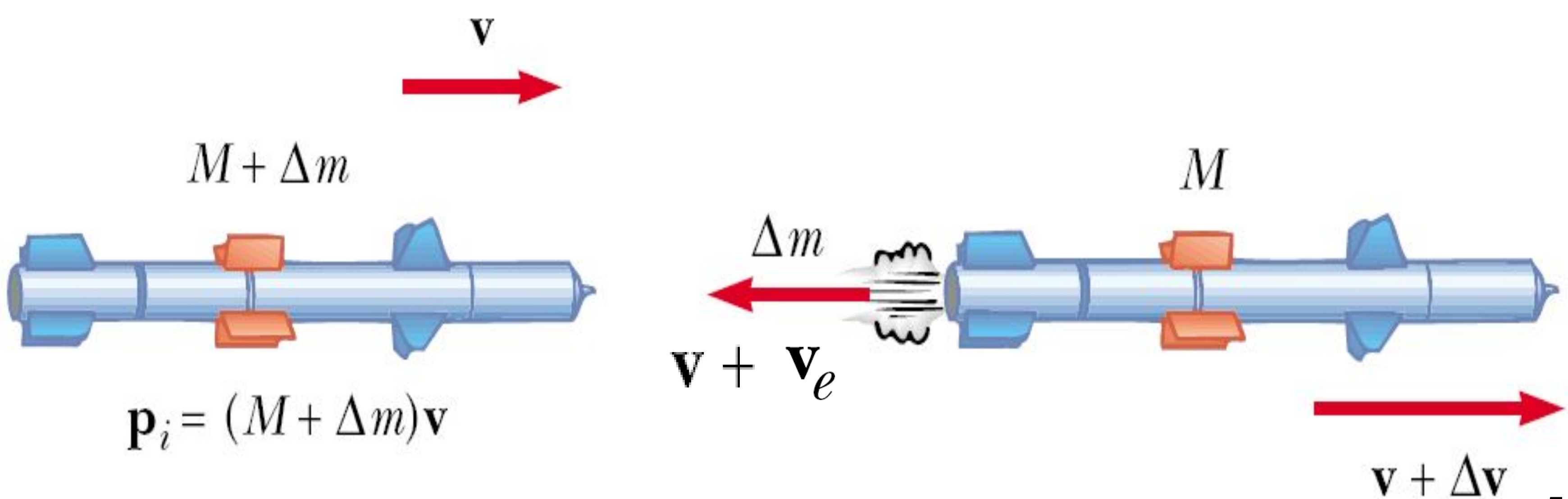
Реактивное движение

- Реактивную силу также можно получить, рассмотрев с помощью закона сохранения импульса выброс из ракеты порции Δm с относительной скоростью v_e

$$(M+\Delta m)v = M(v+\Delta v)+\Delta m(v-v_e)$$

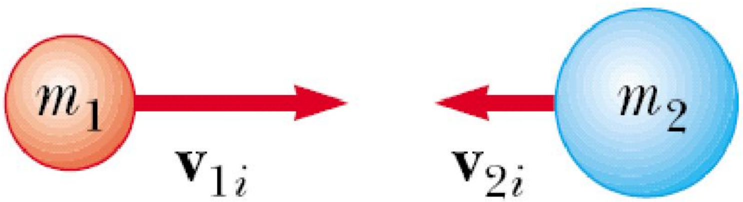
$$M\Delta v = v_e \Delta m$$

- откуда приращение импульса ракеты



Столкновения

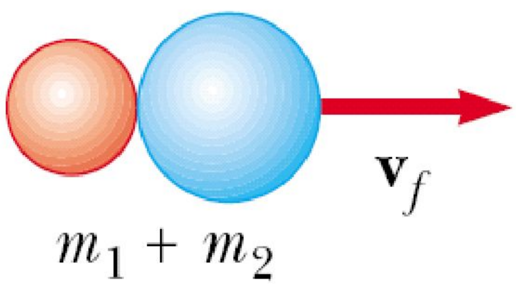
До столкновения



- При абсолютно неупругом столкновении выполняется закон сохранения импульса

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2)\vec{v}_f$$

После столкновения

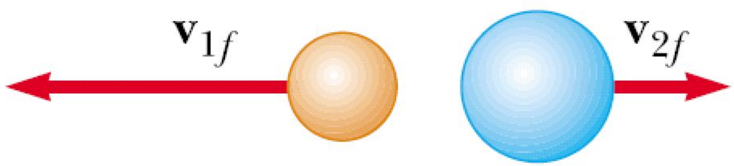


- Механическая энергия частично или полностью переходит в другие формы.

Столкновения

До столкновения

После столкновения



- При абсолютно упругом столкновении выполняются два закона:

  - закон сохранения импульса,

  - закон сохранения кинетической энергии

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f}$$

$$\frac{m_1\vec{v}_{1i}^{\,2}}{2} + \frac{m_2\vec{v}_{2i}^{\,2}}{2} = \frac{m_1\vec{v}_{1f}^{\,2}}{2} + \frac{m_2\vec{v}_{2f}^{\,2}}{2}$$

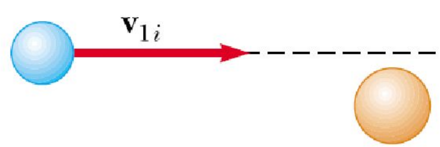
Столкновения

- При рассмотрении столкновений на плоскости следует учитывать неодномерный характер движения (пример: упругое столкновение с неподвижным шаром)

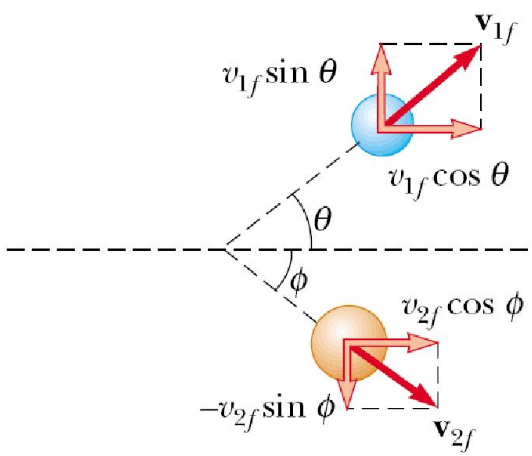
$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos\theta + m_2 v_{2f} \cos\phi$$

$$0 = m_1 v_{1f} \sin\theta - m_2 v_{2f} \sin\phi$$

$$\frac{m_1 v_{1i}{}^2}{2} = \frac{m_1 v_{1f}{}^2}{2} + \frac{m_2 v_{2f}{}^2}{2}$$



До столкновения



После столкновения