

Элементы алгебры логики

Введение

1. Высказывание
2. Алгебра логики
3. Логические операции
4. Конъюнкция
5. Дизъюнкция
6. Инверсия
7. Свойства логических операций
8. Логические элементы

1.3.1. Высказывание

Высказывание-это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как истинное или ложное.

А)В русском языке высказывания выражаются повествовательными предложениями .Но не всякое повествовательное предложение является высказыванием.

1.Предложение «Это предложение является ложным» не является высказыванием, т.к. относительно него нельзя сказать, истинно оно или ложно, без того чтобы не получить противоречие.

Б)Побудительные и вопросительные предложения высказываниями не являются.

1.«Запишите домашнее задание» , «Как пройти в библиотеку?» - не являются высказываниями.

В)Высказывания могут строиться с использованием знаков различных формальных языков- математики ,физики ,химии и т.п.

1.Не являются высказываниями числовые выражения, но из двух числовых выражений можно составить высказывание, соединив их знаками равенства или неравенства.

1)« $3+5=2*4$ »(истинное высказывание)

2)« $II+VI \geq VIII$ »(ложное высказывание)

Алгебра логики

Определяет правила записи, упрощения и преобразования высказываний и вычисления их значений.

В алгебре логики высказывания обозначают буквами и называют логическими переменными.

Если высказывание истинно, то значение соответствующей ему логической переменной обозначают единицей ($A=1$), а если ложно нулём ($B=0$).

0 и 1, обозначающие значения логических переменных, называются логическими значениями.

1.3.2. Логические операции

- * Высказывания бывают простые и сложные. Высказывание называется простым, если никакая его часть сама не является высказыванием. Сложные высказывания строятся из простых с помощью логических операций.

Название логической операции	Логическая связка
Инверсия	«не» ; «неверно, что»
Конъюнкция	«и» ; «а» ; «но» ; «хотя»
Дизъюнкция	«или»

КОНЪЮНКЦИЯ

Это логическая операция, ставящая в соответствие двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истины.

Таблица истинности:

Для записи дизъюнкции используются следующие знаки : И, $\wedge$, $\bullet$, &

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Дизъюнкция

Это логическая операция, которая двум высказываниям ставит в соответствие новое высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны.

Таблица истинности:

Для записи дизъюнкции используются следующие знаки:
или, $\vee$, $\mid$, $+$.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Инверсия

Это логическая операция, которая высказыванию ставит в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному.

Таблица истинности:

Для записи инверсии используются следующие знаки: НЕ, $\neg$.

A	$A^{\neg}$
0	1
1	0

Свойства логических операций

1.Переместительный (коммутативный) закон:

для логического умножения: $A \& B = B \& A$;

для логического сложения: $A \vee B = B \vee A$.

2.Сочетательный (ассоциативный) закон:

для логического умножения:

$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$;

для логического сложения: $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$.

3.Распределительный (дистрибутивный) закон:

для логического умножения:

$A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C)$;

для логического сложения: $A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$.

4.Закон двойного отрицания:

$A \neg \neg = A$.

5.Закон исключённого третьего:

для логического умножения: $A \& A \neg = 0$;

для логического сложения: $A \vee A \neg = 1$.

6.Закон повторения:

для логического умножения: $A \& A = A$;

для логического сложения: $A \vee A = A$.

7. Законы операций с 0 и 1:

для логического умножения: $A \& 0 = 0$;

$A \& 1 = A$;

для логического сложения: $A \vee 0 = A$;

$A \vee 1 = 1$.

8.Законы общей инверсии:

для логического умножения:

$A \& B \neg \neg \neg \neg = A \neg \neg \vee B \neg \neg$;

для логического сложения:

$A \vee B \neg \neg \neg \neg = A \neg \neg \& B \neg \neg$.

1.3.6. Логические элементы

Логический элемент И(конъюнктор) реализует операцию логического умножения

Логический элемент ИЛИ(дизъюнктор) реализует операцию логического сложения

Логический элемент НЕ(инвертор) реализует операцию отрицания

