

*Тема урока*

# ***Последовательности.***

**Выполнила: Есаян А.А.  
Учитель математики  
МАОУ СОШ №20**

## **Цель:**

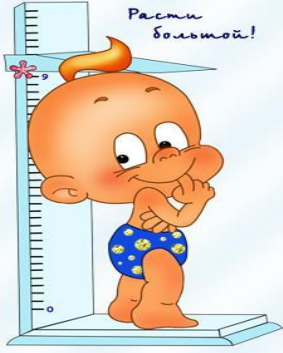
- *ввести понятие «последовательность», « $n$ -й член последовательности»;*
- *Выработать умения использовать индексные обозначения и находить  $n$ -й член последовательности по заданной формуле..*



# Понятие числовой последовательности

## Задача 1.

На складе имеется 800 т угля, каждый день подвозят по 30 т. Сколько угля будет на складе в 1 день? 2 день? 3 день? 4 день?

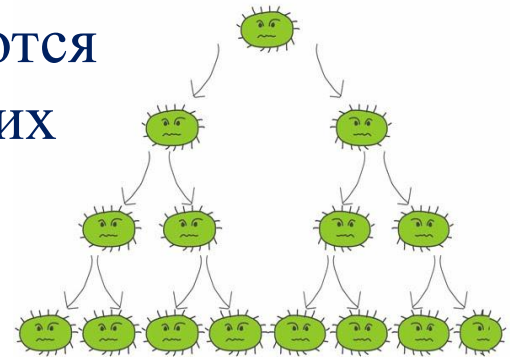


## Задача 2.

В период интенсивного роста человек растёт в среднем на 5 см в год. Сейчас рост у ученика – 180 см. Какого роста он будет в 2020 году?

## Задача 3.

В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на 2. Сколько бактерий будет в колонии, рожденной одной бактерией за 4 минуты?



## Задача 4.

Ежедневно каждый болеющий гриппом человек может заразить 4 окружающих. Через сколько дней могут заболеть все воспитанницы нашего пансиона?

# *Понятие числовой последовательности*

## *Что есть последовательность?*

1. Какие **события** в нашей жизни происходят **последовательно**?

Приведите примеры таких явлений и событий.

- *дни недели,*
- *названия месяцев,*
- *возраст человека,*
- *номер счёта в банке,*
- *последовательно происходит смена дня и ночи,*
- *последовательно увеличивает скорость автомобиль, и т. д.*

2. Что такое последовательность?

*Числовая последовательность* – это функция, заданная на множестве натуральных чисел.



**Вывод:**

*Числовая последовательность*

1) *функция*

2) *ее область определения – множество  $N$ .*

# Понятие числовой последовательности



Последовательность нечетных чисел: 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...



Последовательность четных чисел: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

*Последовательность* считается заданной, если указан закон, по которому каждому **натуральному** числу  $n$  ставится в соответствие элемент  $x_n$  некоторого множества.



# **Примеры числовых последовательностей**

*Последовательность квадратов чисел натурального ряда:*

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, ...

*Последовательность простых чисел:*

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ...

*Последовательность чисел, обратных натуральным:*

1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{6}$ , ...

*Последовательность степеней двойки:*

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, ...

*Последовательность десятичных приближений к числу  $\pi$ :*

3,1; 3,14; 3,141; 3,1415; 3,14159; ...



# Понятие числовой последовательности

Числа, образующие последовательность, называются членами последовательности.



Члены последовательности обозначают буквами с индексами, указывающими порядковый номер члена.

Пример:  $(a_n) : a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ .



Читают: « $a$  первое,  $a$  второе,  $a$  третье,  $a$  четвертое» и т.д.

$a_n$  – член последовательности с номером  $n$

читают: « $n$  – й член последовательности».



Саму последовательность обозначают:  $(a_n)$

Последовательности

Бесконечные

Конечные

$(a_n) : a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n \dots$

$(b_n) : b_1, b_2, b_3, b_4, \dots, b_n$

# *Понятие числовой последовательности*



- Какие последовательности будут конечными?
- Приведите примеры конечных числовых последовательностей.
- Какие последовательности будут бесконечными?
- Приведите примеры бесконечных числовых последовательностей.



# На примерах учимся



## №563 (устно)

Какой член последовательности  $a_1, a_2, a_3, \dots$ :

а) следует за членом  $a_{99}, a_{200}, a_n, a_{n-1}, a_{n+1}, a_{2n}$ ;

б) предшествует члену  $a_{71}, a_{100}, a_{n-2}, a_{n+3}, a_{3n}$  ?

## №564 (устно)

Перечислите члены последовательности  $(x_n)$ , которые расположены между:

а)  $x_{31}$  и  $x_{35}$ ;      б)  $x_n$  и  $x_{n+6}$ ;      в)  $x_{n-4}$  и  $x_n$ ;

г)  $x_{n-2}$  и  $x_{n+2}$ .

# *Способы задания числовой последовательности*

- *Аналитический*
- *Рекуррентный*
- *Графический*
- *Описательный (словесный)*
- *Табличный*



# Способы задания числовой последовательности

## Аналитический

Последовательность задают с помощью формулы  $n$  – го члена последовательности.



**Пример 1.** Последовательность чётных чисел:  $x_n = 2n$ .  
 $x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 6, x_4 = 8, x_{10} = 20, x_{100} = 200...$

**Пример 2.** Последовательность квадрата натуральных чисел:  $y_n = n^2$ .  
 $y_1 = 1, y_2 = 4, y_3 = 9, y_4 = 16, y_{10} = 100, y_{100} = 10000...$

**Пример 3.** Стационарная последовательность:  $c_n = C$ .  
 $c_1 = C, c_2 = C, c_3 = C, c_4 = C, c_{10} = C, c_{100} = C...$

Любой  $n$ -й член последовательности можно определить с помощью формулы.

# На примерах учимся



## Способы задания числовой последовательности

### №565(а,в,д)

Найдите первые шесть членов последовательности, заданной формулой  $n$ -го члена:

а)  $x_n = 2n - 1$ ;

Решение:

$$\begin{aligned}x_1 &= 2 \cdot 1 - 1 = 2 - 1 = 1; \\x_2 &= 2 \cdot 2 - 1 = 4 - 1 = 3; \\x_3 &= 2 \cdot 3 - 1 = 6 - 1 = 5; \\x_4 &= 2 \cdot 4 - 1 = 8 - 1 = 7; \\x_5 &= 2 \cdot 5 - 1 = 10 - 1 = 9; \\x_6 &= 2 \cdot 6 - 1 = 12 - 1 = 11.\end{aligned}$$

$$(x_n): 1; 3; 5; 7; 9; 11 \dots$$

б)  $x_n = \frac{n}{n+1}$ ;

Решение:

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}; & x_4 &= \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}; \\x_2 &= \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}; & x_5 &= \frac{5}{5+1} = \frac{5}{6}; \\x_3 &= \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}; & x_6 &= \frac{6}{6+1} = \frac{6}{7}.\end{aligned}$$

$$(x_n): \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7} \dots$$

# На примерах учимся



Способы задания числовой последовательности

№565(д)

Найдите первые шесть членов последовательности, заданной формулой  $n$  – го члена:

$$д) x_n = 2^{n-3};$$

Решение:

# На примерах учимся

## Способы задания числовой последовательности



Какой формулой задается последовательность?

$$1) (x_n): 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5} \dots$$

Решение:

$$x_n = \frac{1}{n}.$$

$$x_7 = \frac{1}{7}.$$

$$2) (a_n): 1; 2; 4; 8; 16; \dots 128; \dots$$

(Последовательность степеней двойки)

Решение:

$$a_n = 2^{n-1}.$$

$$a_7 = 2^{7-1} = 2^6 = 64.$$

Найдите **седьмой** член этих последовательностей?

# На примерах учимся



## Способы задания числовой последовательности

Числовая последовательность задана формулой

$x_n = 2n + 3$ . Найти номер члена последовательности, равного 43; 50.

Решение:

$$a) x_n = 43;$$

$$2n + 3 = 43;$$

$$2n = 43 - 3;$$

$$2n = 40;$$

$$n = 40 : 2;$$

$$n = 20.$$

$n \in N$ , значит  $x_{20} = 43$ .

Ответ:  $n = 20$ .

Решение:

$$б) x_n = 50;$$

$$2n + 3 = 50;$$

$$2n = 50 - 3;$$

$$2n = 47;$$

$$n = 47 : 2;$$

$$n = 23,5.$$

$n \notin N$ , значит в данной

последовательности нет члена,

равного 50.



# Способы задания числовой последовательности



## Рекуррентный

(от латинского слова *recurre* – возвращаться)

Задают несколько первых членов последовательности и правило, позволяющее вычислять каждый следующий член через предыдущий.



### Пример 1

а)  $a_1 = 6, a_{n+1} = a_n - 2.$

б)  $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+1} = a_n + 1 + a_{n-1}, (n > 2).$

# На примерах учимся



## Способы задания числовой последовательности

### Пример 1

Найдите первые пять членов последовательности, если:

а)  $a_1 = 6, a_{n+1} = a_n - 2.$       б)  $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+1} = a_n + 1 + a_{n-1},$

Решение:

$$a_1 = 6;$$

$$a_2 = a_1 - 2 = 6 - 2 = 4;$$

$$a_3 = a_2 - 2 = 4 - 2 = 2;$$

$$a_4 = a_3 - 2 = 2 - 2 = 0;$$

$$a_5 = a_4 - 2 = 0 - 2 = -2.$$

( $n > 2$ ).

Решение:

$$a_1 = 1;$$

$$a_2 = 2;$$

$$a_3 = a_2 + 1 + a_1 = 2 + 1 + 1 = 4;$$

$$a_4 = a_3 + 1 + a_2 = 4 + 1 + 2 = 7;$$

$$a_5 = a_4 + 1 + a_3 = 7 + 1 + 4 = 12;$$

Ответ:  $(a_n): 6; 4; 2; 0; -2...$

Ответ:  $(a_n): 1; 2; 4; 7; 12...$

**Вывод:** Для рекуррентного задания последовательности необходимо:

1) знать один или два первых члена последовательности

2) указать правило для вычисления следующих членов последовательности



# На примерах учимся



Способы задания числовой последовательности

№569(а,г)

Найдите первые пять членов последовательности,  
если:

а)  $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 1$

Решение:

г)  $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n^{-1}$

Решение:

# Способы задания числовой последовательности



## Описательный

Правила задания последовательности описываются словами, без указания формул или когда закономерности между элементами нет.



**Пример 1.** Последовательность простых чисел:

$$(x_n): 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; \dots$$

**Пример 2.** Последовательность натуральных четных чисел:

$$(y_n): 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; \dots$$

**Пример 3.** Последовательность натуральных чисел, кратных 7:

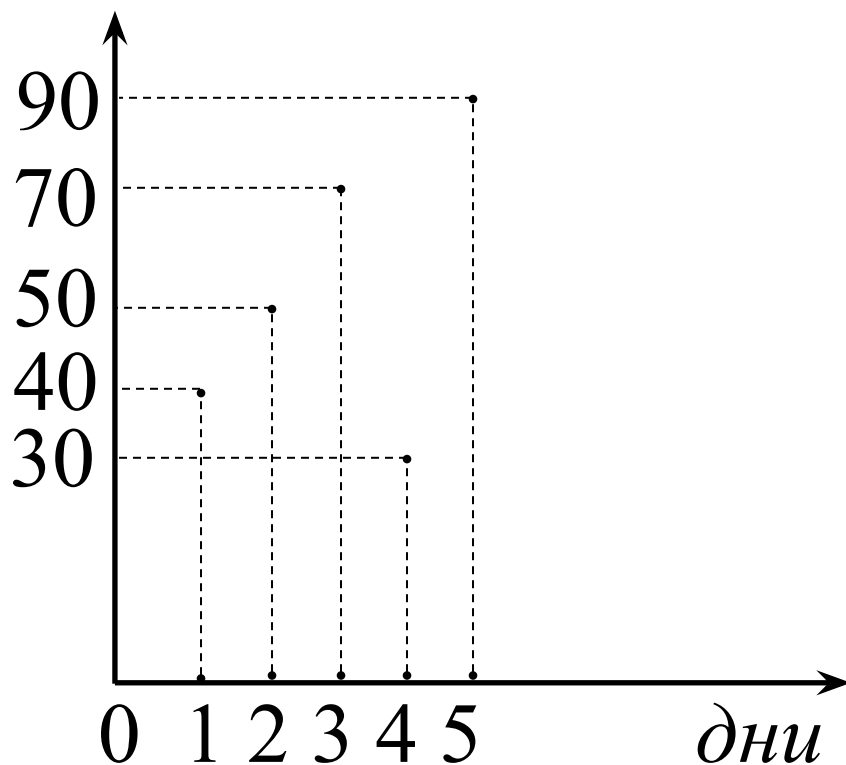
$$(c_n): 7; 14; 21; 28; 35; 42; 49; 56; 63; \dots$$

# Способы задания числовой последовательности

## Графический



Графиком последовательности как и функции, заданной на множестве натуральных чисел, являются отдельные, изолированные точки координатной плоскости.



# *Способы задания числовой последовательности*

## *Табличный*

<i>№1</i>	<i>№2</i>	<i>№3</i>	<i>№4</i>	<i>№5</i>
120	115	121	118	115

## Физкультминутка.



*Один, два, три, четыре, пять,  
Все умеем мы считать.*

*Отдыхать умеем тоже:*

*Руки за спину положим,*

*Голову поднимем выше*

*И легко – легко подышим.*

*А теперь, девочки, встали.*

*Быстро руки вверх подняли,*

*В стороны, вперед, назад.*

*Повернулись вправо, влево,*

*Тихо сели, вновь за дело.*





# *Проверочная работа*



## Вариант 1

## Вариант 2



1) Является ли конечной или бесконечной последовательность чисел:

а) делители числа 1200?

а) делители числа 2400?

б) кратных числа 8?

б) кратных числа 6?

2) Последовательность задана формулой

$$a_n = 5n + 2$$

$$b_n = n^2 - 3$$

Чему равен ее третий член?

3) Запишите последний член последовательности  
всех трехзначных чисел.

всех двузначных чисел.

4) Дана рекуррентная формула последовательности

$$a_1 = 5, \quad a_{n+1} = a_n - 4.$$

$$b_1 = 8, \quad b_{n+1} = \frac{b_n}{4}.$$

Выпишите первые пять членов последовательности.

# Ответим на вопросы



- 1) Что называется **числовой последовательностью**?
- 2) Приведите примеры **конечной** числовой последовательности?
- 3) Приведите примеры **бесконечной** числовой последовательности?
- 4) Что такое  **$n$  – член** последовательности?
- 5) Что такое **формула  $n$  – го члена** последовательности?
- 6) Какие **способы** задания последовательности изучили?
- 7) В чем заключается **рекуррентный способ** задания последовательности?

## *Задания для самоподготовки*



Учиться – все  
равно, что грести  
против течения :  
только перестанешь  
и тебя гонит назад.

Выучить: п.24.

Выполнить: №565 (б, г, е), №566, №569(б, в), №570.



## *Закончи предложение:*

- 1. Сегодня на уроке я запомнила.....*
- 2. Я научилась.....*
- 3. Я поняла.....*
- 4. У меня не получилось.....*
- 5. Мне бы хотелось.....*
- 6. Я справлюсь с домашней работой.....*

