

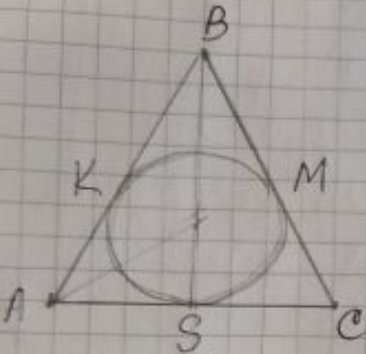


Коло та круг

Закінчи речення

1. Геометрична фігура, яка складається з усіх точок площини, рівновіддалених від даної точки, називається...
2. Відрізок, що сполучає 2 точки кола, це...
3. Коло з його внутрішньою областю називається...
4. Січна має з колом _____ спільних точок
5. Найбільша хорда називається...
6. Пряма, яка має з колом одну спільну точку, це...
7. Якщо радіус кола 3,5 см, то чи може хорда дорівнювати 2 см?
8. Точка, від якої рівновіддалені всі точки кола, називається...
9. Відрізки дотичних, проведені з однієї точки до кола _____ між собою
10. Якщо діаметр кола 7,8 дм, то його радіус...
11. Центром кола, вписаного у трикутник, є точка перетину...
12. Коло називають описаним навколо трикутника, якщо воно...
13. Де лежить центр описаного кола навколо тупокутного трикутника?
14. Коло називають вписаним у трикутник, якщо воно ...
15. Центр описаного кола навколо трикутника, є точка перетину...
16. Де лежить центр описаного кола навколо прямокутного трикутника?

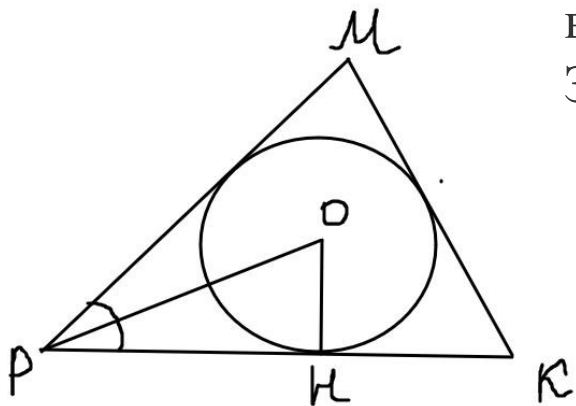
№1 Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 36 см, а бічна сторона ділиться точкою дотику вписаного кола у відношенні 5:2, починаючи від вершини трикутника. Знайдіть довжину основи трикутника.



Дано $\triangle ABC$, $AB = BC$
 $P_{\triangle ABC} = 36 \text{ см}$
 вписане коло
 $KB : KA = 5 : 2$
 Знайти : AC

- Нехай x - коефіцієнт пропорційності, тоді $KB = 5x$, $KA = 2x$.
- $KB = BM = 5x$ за властивістю відрізків дотичних
- $AK = AS = 2x$ за власт. відр. дотичних
- BS - бісектриса, то BS - медіана, $AS = SC = 2x$
- $P_{\triangle} = 2 \cdot KB + 4 \cdot KA \Rightarrow 2 \cdot 5x + 4 \cdot 2x = 36$
 $18x = 36$
 $x = 2$, $AC = 2 \cdot 2x = 4 \cdot 2 = 8$
 Відповідь : 8 см

№2 У трикутнику МРК кут Р=60°. Відстань від центру вписаного кола до вершини Р дорівнює 9,8 см. Знайдіть радіус цього кола.



Розв'язок

1. PO - бісектриса
 $\angle OPK = \frac{1}{2} \angle MPK = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$
2. $\triangle POH$, $\angle PHO = 90^\circ$ ($OH \perp PK$, PK - дотична)
 PO - гіпотенуза
 $OK = r$, $OK = \frac{1}{2} \cdot PO = \frac{1}{2} \cdot 9,8 = 4,9$ (см) -
проти кута 30° лежить половина гіпотенузи.

Відповідь: $OK = 4,9$ см

🔑 Задача. Доведіть, що радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник, визначають за формулою $r = \frac{a+b-c}{2}$, де r — радіус вписаного кола, a і b — катети, c — гіпотенуза.

Розв'язання. У трикутнику ABC маємо: $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, точка O — центр вписаного кола, M , E і K — точки дотику вписаного кола до сторін BC , AC і AB відповідно (рис. 304).

Відрізок OM — радіус кола, проведений у точку дотику. Тоді $OM \perp BC$.

Оскільки точка O — центр вписаного кола, то промінь CO — бісектриса кута ACB , отже, $\angle OCM = 45^\circ$. Тоді трикутник CMO рівнобедрений прямокутний. Звідси $CM = OM = r$.

Використовуючи властивість відрізків дотичних, проведених до кола через одну точку, отримуємо: $CE = CM$. Оскільки $CM = r$, то $CE = r$. Тоді $AK = AE = b - r$; $BK = BM = a - r$.

Оскільки $AK + BK = AB$, то $b - r + a - r = c$. Звідси $2r = a + b - c$; $r = \frac{a+b-c}{2}$. ●

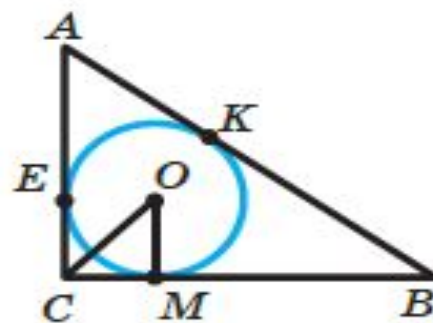
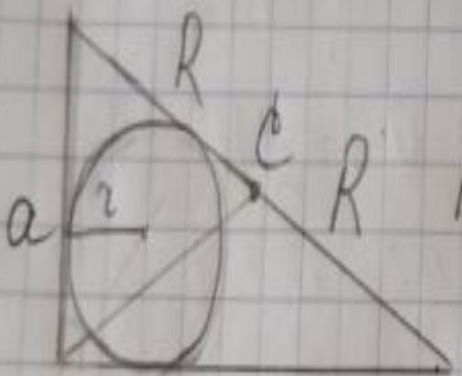


Рис. 304

№3 У прямокутному трикутнику зі сторонами 5 см, 12 см і 13 см знайдіть його радіуси вписаного та описаного кола. (поясніть де катети, а де гіпотенуза)

Розв'язок.

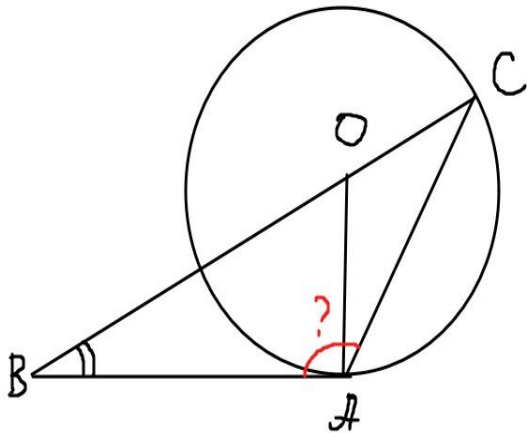


а, в - катети, с - гіпотенуза
 r - радіус вписан. кола, R - описаного кола
 Проти більшого кута лежить більша сторона

1) $a = 5 \text{ см}$, $b = 12 \text{ см}$, $c = 13 \text{ см}$, тому $r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{5+12-13}{2} = 2 \text{ см}$

2) Центр описаного кола на середині гіпотенузи: $R = \frac{c}{2} = \frac{13}{2} = 6,5 \text{ см}$

Відповідь: $r = 2 \text{ см}$, $R = 6,5 \text{ см}$



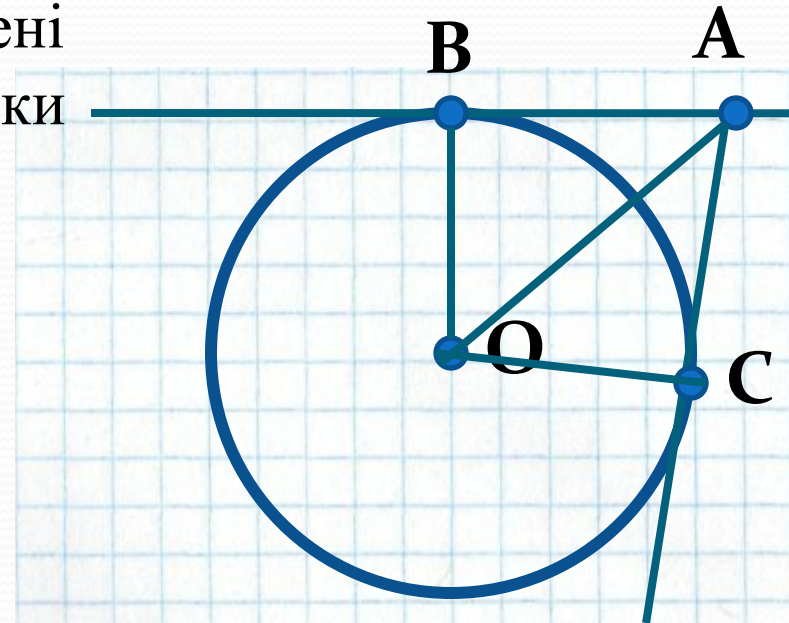
№4 O - центр кола, BA - дотична до кола, кут $\angle ABC = 28^\circ$. Знайдіть кут $\angle BAC$.

Задача про відрізки дотичних

Через точку A до кола проведені дотичні AB і AC , де B і C – точки дотику. Доведіть, що $AB = AC$.

Доведення

1. $\triangle OBA$ і $\triangle OCA$ – прямокутні. Чому?
2. $\triangle OBA = \triangle OCA$. Чому?
3. $BA = CA$. Чому?



Задача про дотичні

Дотичні до кола утворюють кут 60° .

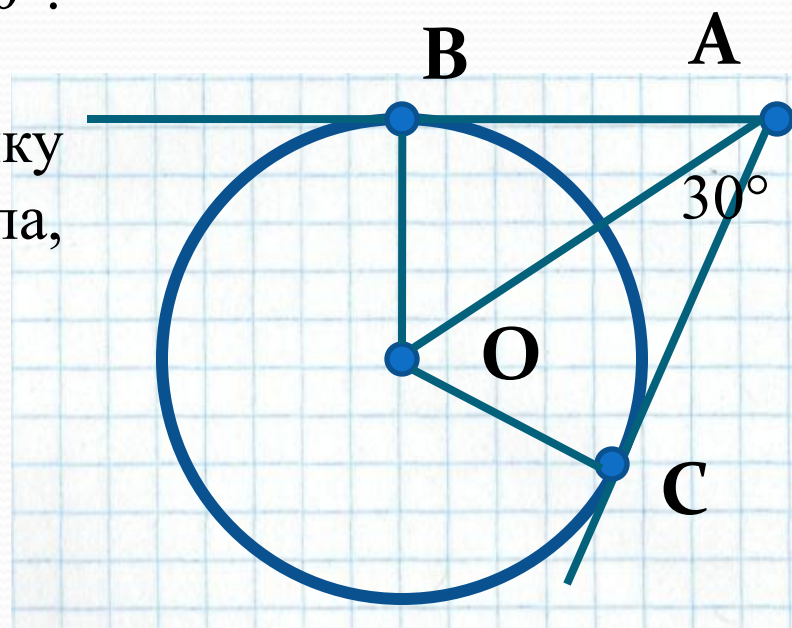
Доведіть, що:

2) відрізок, який сполучає точку перетину дотичних з центром кола, дорівнює діаметру.

Доведення

1. $\triangle OBA$ і $\triangle OCA$ – прямокутні. Чому?
2. $\angle OAC = 30^\circ$. Чому?

Запишіть доведення.



Задача про діаметри і хорди

У колі проведено діаметри AB і CD . Доведіть, що хорди AB і CD рівні й паралельні.

Доведення

$\triangle COB = \triangle AOD$. Чому?

Яку ознаку паралельності прямих ми можемо використати для доведення паралельності хорд?

Запишіть доведення.

