

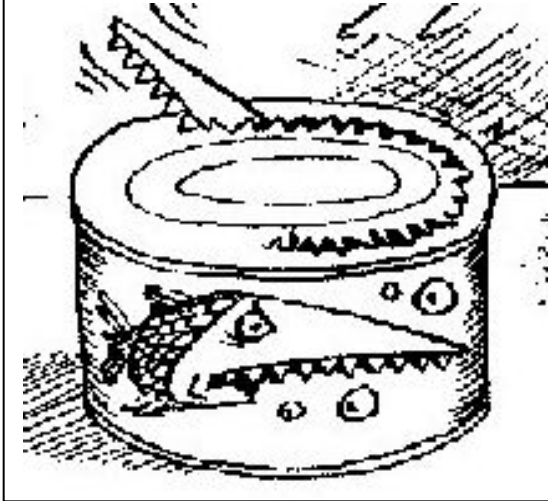
Я 

# МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

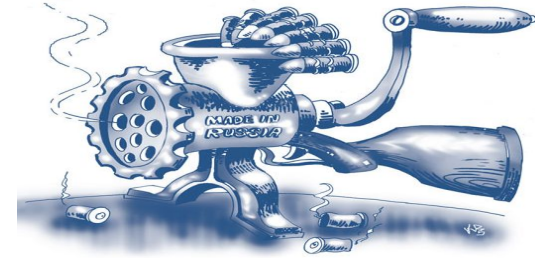
- Новизна напрямку
- Збір у єдине і усвідомлення вже набутих знань
- Розширення кругозору
- Вибір спеціалізації

## Види динамічних систем

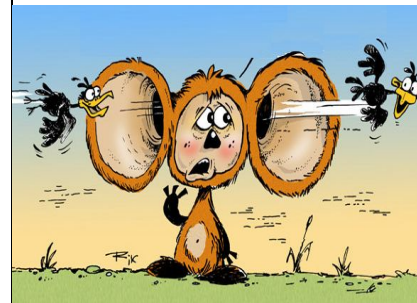
Консервативні



Дисипативні



Відкриті (активні)



Ізольовані

Інтегровні  
(оборотні)Неінтегровні  
(еволюційні)

«Життя було б  
значно кращим,  
якби проходило  
у зворотньому  
напрямку»

Живі (біологічні)

Інші (фізичні., хімічні.,  
економічні, соціальні,...)

Динамічна система це будь-який об'єкт, чи процес (фізичний, хімічний, біологічний, обчислювальний, інформаційний, тощо), для якого у кожний момент часу визначено поняття стану як сукупності певної кількості параметрів та задано закон зміни цих параметрів у часі .

Отож, для описання системи слід вказати значення  $u_1, u_2, \dots, u_n$  у деякий момент часу  $t = t_0$  та закон їх еволюції

$$\frac{du_i}{dt} = \dot{u}_i = f_i(u_1, u_2, \dots, u_n, t) \qquad \frac{du_i}{dt} + D_i \Delta u_i = f_i(u_1, u_2, \dots, u_n, t)$$

## Консервативні системи

$$F = m\ddot{x}$$

$$\int F dx = \int \frac{d}{dt} (m\dot{x}) dx = \\ = \frac{1}{2} m\dot{x}^2$$

Рівняння руху динамічних систем на основі 2-го закону Ньютона виконується у кожній точці досліджуваної області (векторна механіка).

**Вибір енергії головним параметром системи дає змогу замінити другу похідну на квадрат першої.**

Отож є сенс у переході від поточкового розгляду до аналізу системи в цілому.

Динамічні моделі у цьому випадку будуються на різних принципах:

- $H = T + V = \text{const}$
- мінімуму потенціальної енергії  $F_i = -\frac{\partial V}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0$
- віртуальних переміщень

$$F_s = 0 \Rightarrow F_s \delta r_s \Rightarrow \sum_s F_s \delta r_s = 0 \Rightarrow \delta W = 0, \quad s = 1, \dots, n$$

**Принцип Даламбера:**

**Повна робота ефективних сил на оборотних сумісних зі зв'язками віртуальних переміщеннях довільної динамічної системи дорівнює нулю.**

Успіх розв'язування більшості задач механіки забезпечується вдалим вибором системи координат. Застосування узагальнених координат спрощує (автоматизує) врахування внутрішніх зв'язків у системі (відцентрові сили, сила Коріоліса).

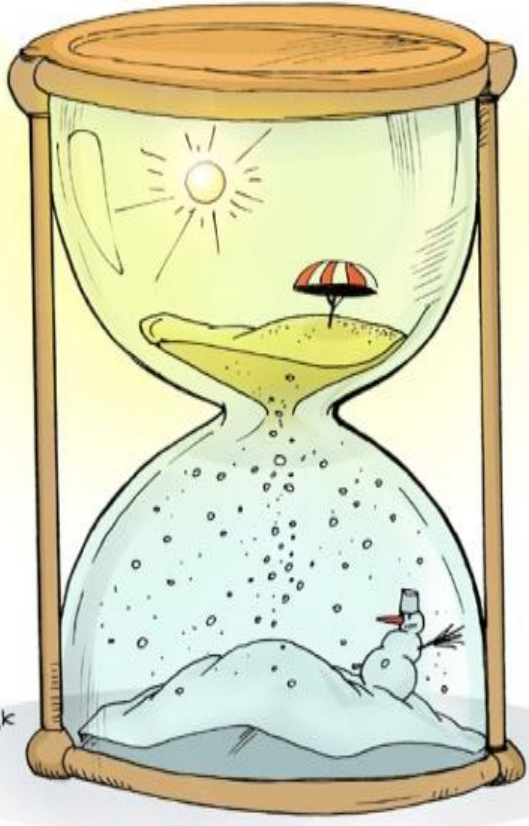
Лагранжева механіка. Аналітична механіка.

Узагальнені імпульси. Принцип Гамільтона.

$$\dot{x}_i = \frac{\partial H(\mathbf{p}, \mathbf{x})}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H(\mathbf{p}, \mathbf{x})}{\partial x_i}$$

## Інтегровні (оборотні) системи

$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$



Фундаментальні закони класичної механіки Ньютона є симетричними (інваріантними) відносно часу – формальна заміна  $t$  на  $-t$  у рівняннях руху не призводить до протиріч.

Подальші етапи розвитку фізики – електродинаміка, квантова механіка, теорія відносності показали, що й інші фундаментальні закони природи є оборотними щодо часу.

Як альтернативу пошуку традиційних розв'язків (інтегралів) математичних моделей у вигляді аналітичних функцій часто шукають функції (перші інтеграли), що постійні упродовж цих розв'язків.

$$F_1 = c_1 = \text{const}, \dots, F_n = c_n = \text{const}$$

За наявності повного набору перших інтегралів система вважається інтегрованою, оскільки знаходження самих розв'язків є (???) вже більш простою задачею.

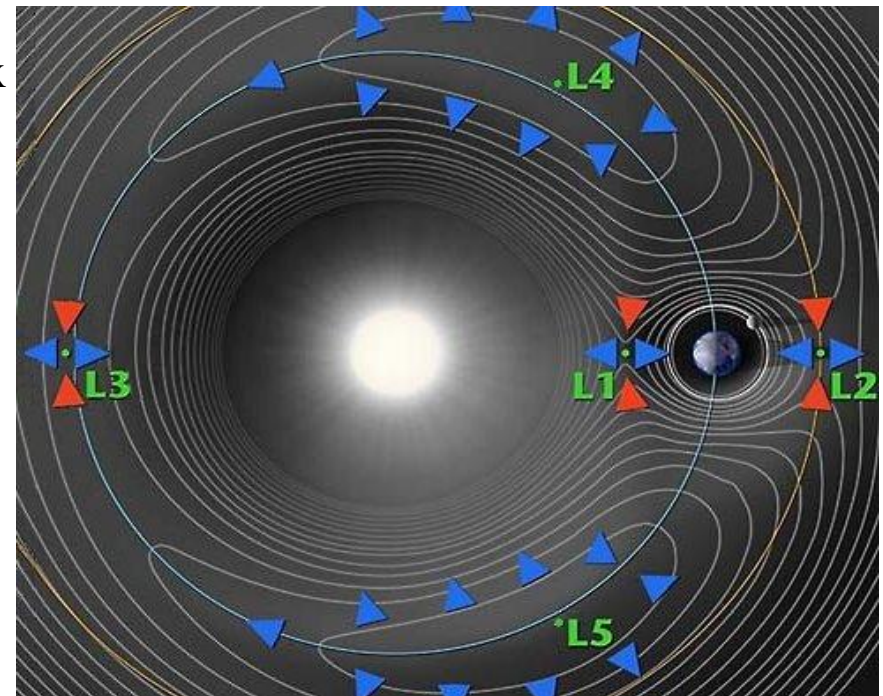
## Неінтегровні (еволюційні) системи



# Стріла часу

Ціле =  $\Sigma$  Частини + необоротність

Задача про рух трьох тіл у загальному випадку розв'язку не має



Точки Лагранжа

## Дисипативні системи

Повна енергія системи змінюється у часі.

### Ізольовані системи.

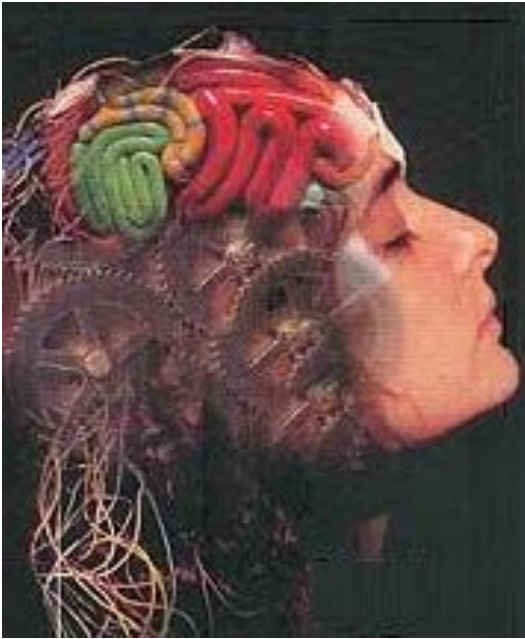
В умовах ізоляції за наявності дисипації будь-яка система прямує і, рано, чи пізно, прийде до рівноважного стану.



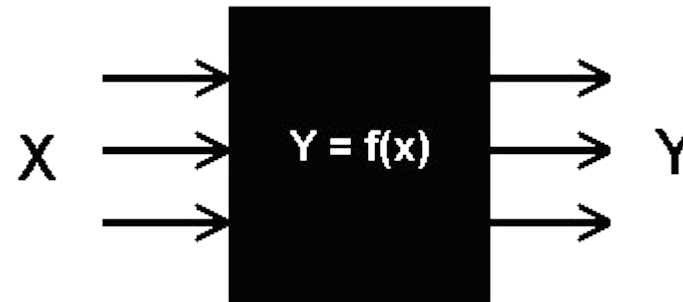
### Відкриті (активні) системи.



## Нелінійні системи.



- Не володіють властивістю суперпозиції
- Описуються нелінійними диференціальними рівняннями
- Володіють множиною “рівноправних” розв’язків
- Властивості та параметри залежать від поточного стану системи

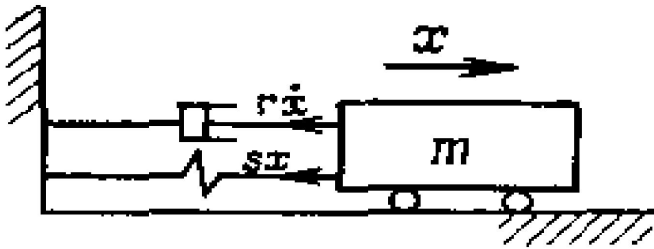


Чорний ящик.

Керуючі параметри. Параметри порядку.



## Коливні системи.



$$m\ddot{x} + r\dot{x} + sx = F(x, t)$$

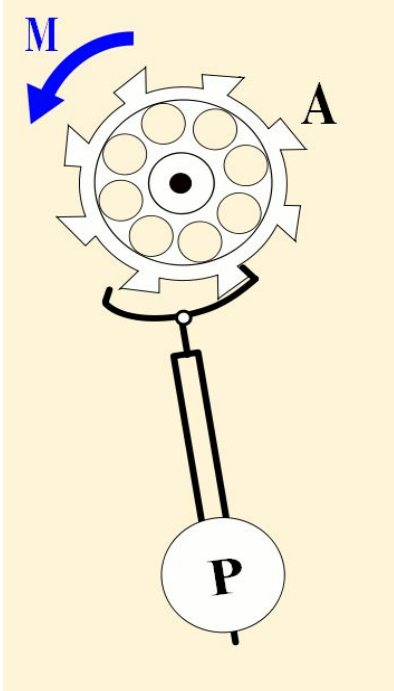


Якщо права частина рівняння явно не залежить від часу то система називається автономною.

Хаотичні коливання – це неупорядковані неперіодичні рухи в абсолютно детермінованих системах, які поводять себе випадковим чином без наявності випадкових параметрів.

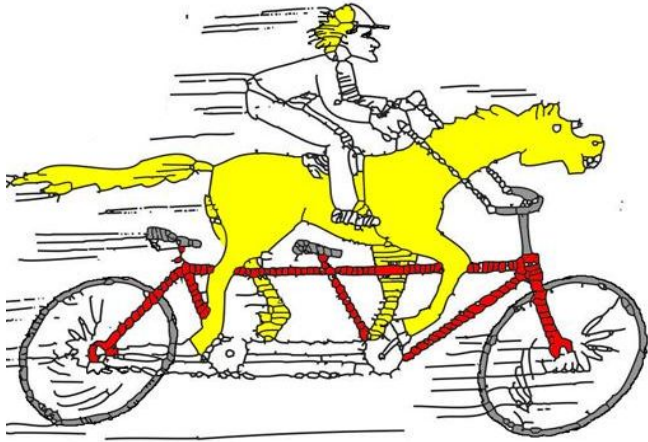
## Автоколивні системи

Дисипативні системи, які здатні виконувати незатухаючі коливання без періодичних зовнішніх впливів називаються автоколивними.



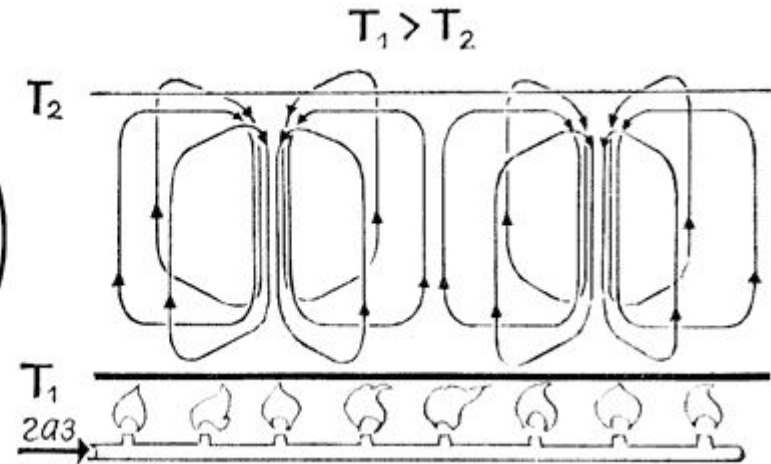
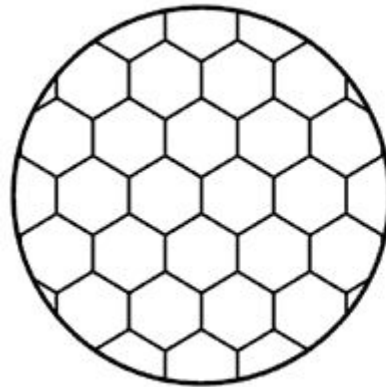
## Нерівноважні системи.

Людвиг Больцман назвав XIX століття століттям Дарвіна



Відкриті системи, через які прокачується енергія, здатні як завгодно довго бути у нерівноважному стані.

Чим далі система від стану рівноваги, тим більші шанси у неї на самоорганізацію.



## Типи розв'язків

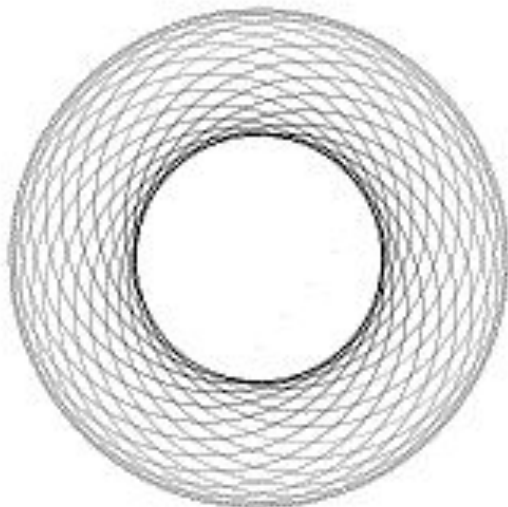
Рівновага



Періодичні розв'язки



Квазіперіодичність



Хаотичні рухи



## Література.

1. Анищенко В.С. Знакомство с нелинейной динамикой: Лекции соросовского профессора: Учеб. пособие. Москва-Ижевск. Институт компьютерных исследований, 2002, 144 с.
2. <http://nature.web.ru/db/msg.html?mid=1159456&uri=node19.html>
3. Пригожин И., Стенгерс И. Время, хаос, квант. 1994. - С. 4-12, 41-73, 247-263.
4. Маневич Л.И. Обратимость и стрела времени: между порядком и хаосом. Ч.1. Феноменология необратимости.  
[http://window.edu.ru/window\\_catalog/files/r20649/9711\\_064.pdf](http://window.edu.ru/window_catalog/files/r20649/9711_064.pdf)