

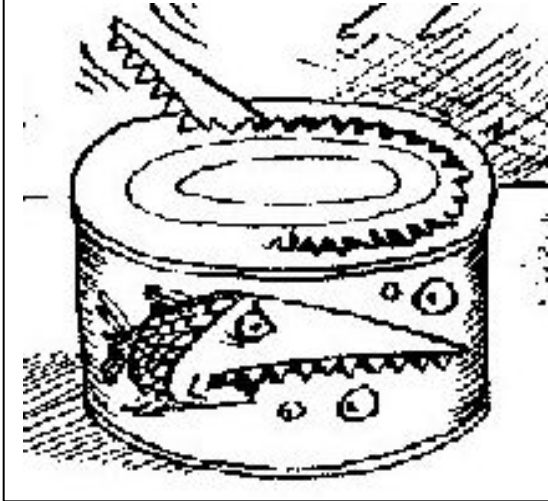
Я 

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

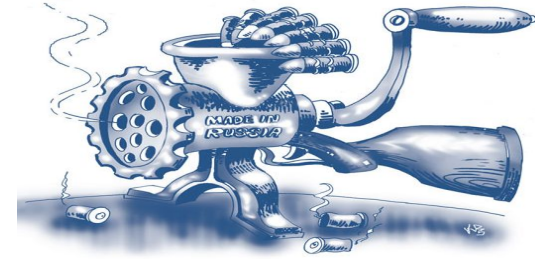
- Новизна напрямку
- Збір у єдине і усвідомлення вже набутих знань
- Розширення кругозору
- Вибір спеціалізації

Види динамічних систем

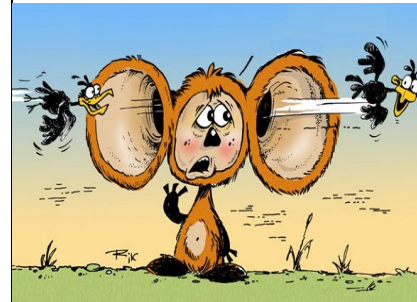
Консервативні



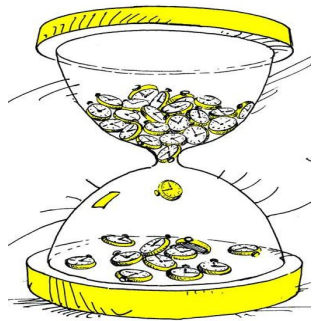
Дисипативні



Відкриті (активні)

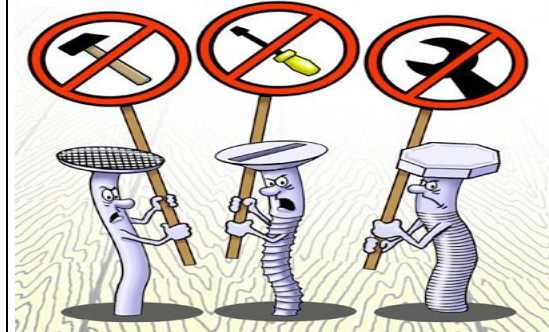


Ізольовані

Інтегровні
(оборотні)Неінтегровні
(еволюційні)

«Життя було б
значно кращим,
якби проходило
у зворотньому
напрямку»

Живі (біологічні)

Інші (фізичні., хімічні.,
економічні, соціальні,...)

Динамічна система це будь-який об'єкт, чи процес (фізичний, хімічний, біологічний, обчислювальний, інформаційний, тощо), для якого у кожний момент часу визначено поняття стану як сукупності певної кількості параметрів та задано закон зміни цих параметрів у часі .

Отож, для описання системи слід вказати значення u_1, u_2, \dots, u_n у деякий момент часу $t = t_0$ та закон їх еволюції

$$\frac{du_i}{dt} = \dot{u}_i = f_i(u_1, u_2, \dots, u_n, t) \qquad \frac{du_i}{dt} + D_i \Delta u_i = f_i(u_1, u_2, \dots, u_n, t)$$

Консервативні системи

$$F = m\ddot{x}$$

$$\int F dx = \int \frac{d}{dt} (m\dot{x}) dx = \\ = \frac{1}{2} m\dot{x}^2$$

Рівняння руху динамічних систем на основі 2-го закону Ньютона виконується у кожній точці досліджуваної області (векторна механіка).

Вибір енергії головним параметром системи дає змогу замінити другу похідну на квадрат першої.

Отож є сенс у переході від поточкового розгляду до аналізу системи в цілому.

Динамічні моделі у цьому випадку будуються на різних принципах:

- $H = T + V = \text{const}$
- мінімуму потенціальної енергії $F_i = -\frac{\partial V}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0$
- віртуальних переміщень

$$F_s = 0 \Rightarrow F_s \delta r_s \Rightarrow \sum_s F_s \delta r_s = 0 \Rightarrow \delta W = 0, \quad s = 1, \dots, n$$

Принцип Даламбера:

Повна робота ефективних сил на оборотних сумісних зі зв'язками віртуальних переміщеннях довільної динамічної системи дорівнює нулю.

Успіх розв'язування більшості задач механіки забезпечується вдалим вибором системи координат. Застосування узагальнених координат спрощує (автоматизує) врахування внутрішніх зв'язків у системі (відцентрові сили, сила Коріоліса).

Лагранжева механіка. Аналітична механіка.

Узагальнені імпульси. Принцип Гамільтона.

$$\dot{x}_i = \frac{\partial H(\mathbf{p}, \mathbf{x})}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H(\mathbf{p}, \mathbf{x})}{\partial x_i}$$

Інтегровні (оборотні) системи

$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$



Фундаментальні закони класичної механіки Ньютона є симетричними (інваріантними) відносно часу – формальна заміна t на $-t$ у рівняннях руху не призводить до протиріч.

Подальші етапи розвитку фізики – електродинаміка, квантова механіка, теорія відносності показали, що й інші фундаментальні закони природи є оборотними щодо часу.

Як альтернативу пошуку традиційних розв'язків (інтегралів) математичних моделей у вигляді аналітичних функцій часто шукають функції (перші інтеграли), що постійні упродовж цих розв'язків.

$$F_1 = c_1 = \text{const}, \dots, F_n = c_n = \text{const}$$

За наявності повного набору перших інтегралів система вважається інтегрованою, оскільки знаходження самих розв'язків є (???) вже більш простою задачею.

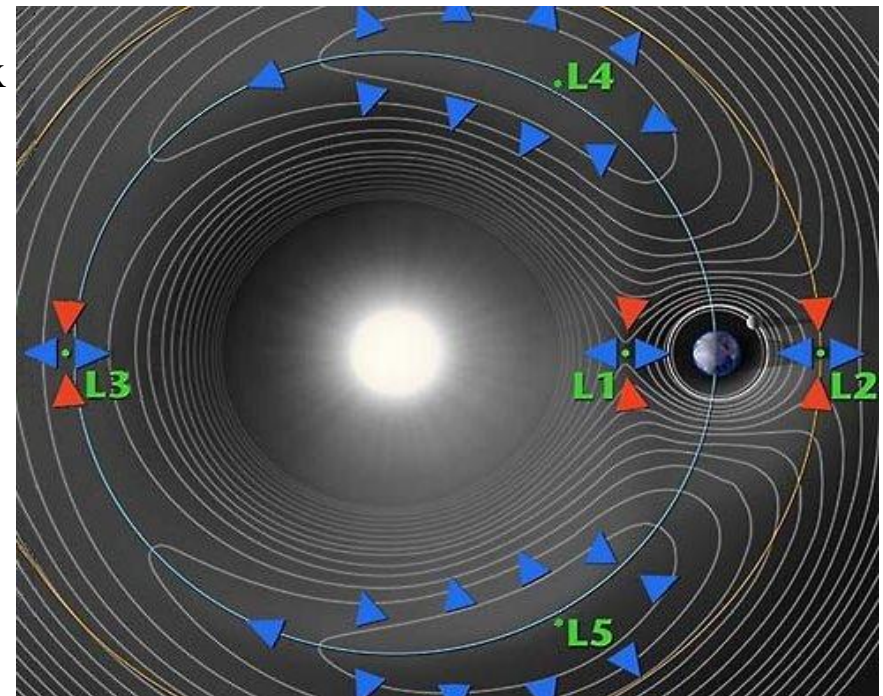
Неінтегровні (еволюційні) системи



Стріла часу

Ціле = Σ Частини + необоротність

Задача про рух трьох тіл у загальному випадку розв'язку не має



Точки Лагранжа

Дисипативні системи

Повна енергія системи змінюється у часі.

Ізольовані системи.

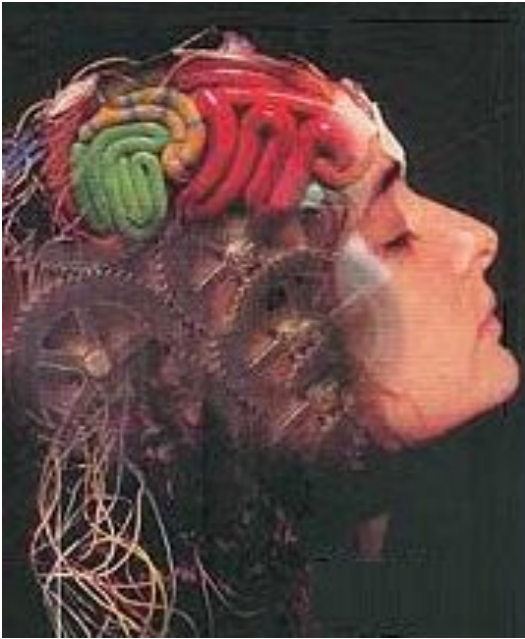
В умовах ізоляції за наявності дисипації будь-яка система прямує і, рано, чи пізно, прийде до рівноважного стану.



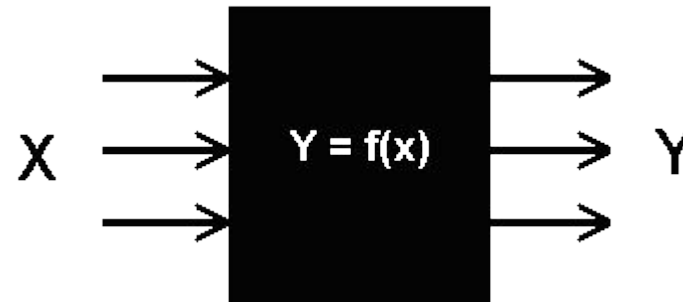
Відкриті (активні) системи.



Нелінійні системи.



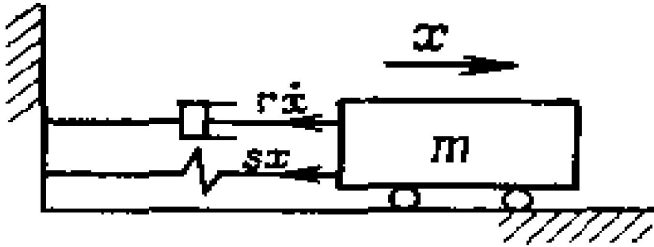
- Не володіють властивістю суперпозиції
- Описуються нелінійними диференціальними рівняннями
- Володіють множиною “рівноправних” розв’язків
- Властивості та параметри залежать від поточного стану системи



Чорний ящик.

Керуючі параметри. Параметри порядку.

Коливні системи.



$$m\ddot{x} + r\dot{x} + sx = F(x, t)$$

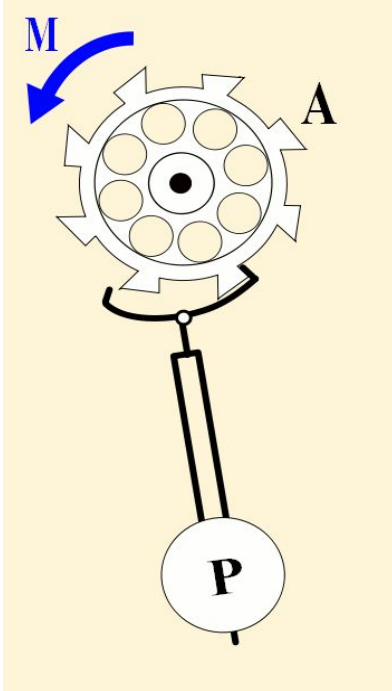


Якщо права частина рівняння явно не залежить від часу то система називається автономною.

Хаотичні коливання – це неупорядковані неперіодичні рухи в абсолютно детермінованих системах, які поводять себе випадковим чином без наявності випадкових параметрів.

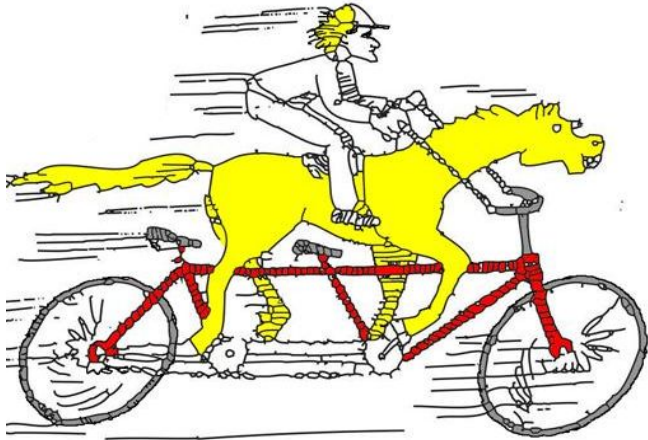
Автоколивні системи

Дисипативні системи, які здатні виконувати незатухаючі коливання без періодичних зовнішніх впливів називаються автоколивними.



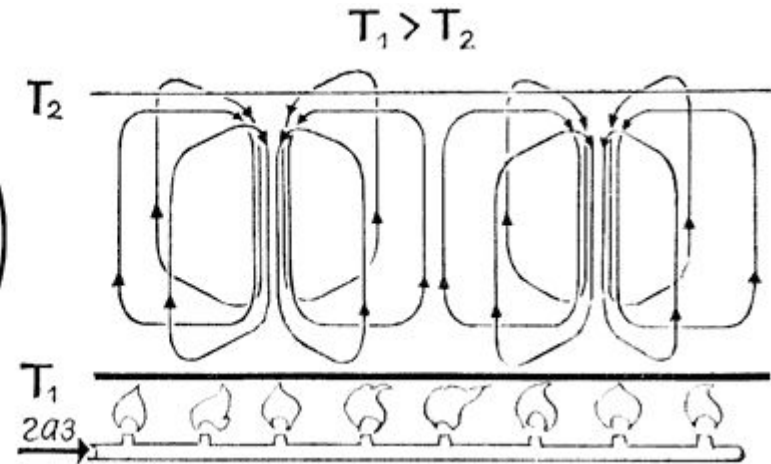
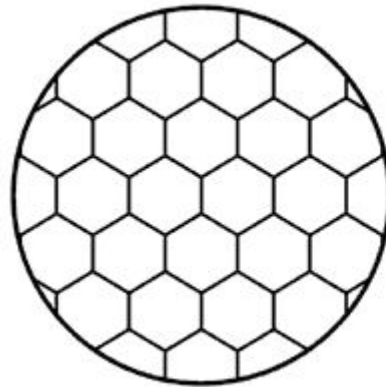
Нерівноважні системи.

Людвиг Больцман назвав XIX століття століттям Дарвіна



Відкриті системи, через які прокачується енергія, здатні як завгодно довго бути у нерівноважному стані.

Чим далі система від стану рівноваги, тим більші шанси у неї на самоорганізацію.



Типи розв'язків

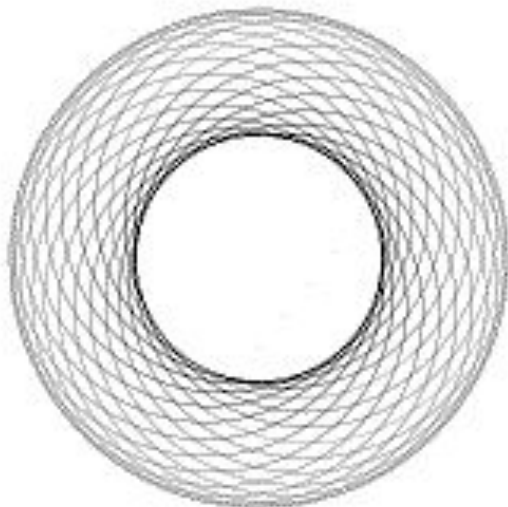
Рівновага



Періодичні розв'язки



Квазіперіодичність



Хаотичні рухи



Література.

1. Анищенко В.С. Знакомство с нелинейной динамикой: Лекции соросовского профессора: Учеб. пособие. Москва-Ижевск. Институт компьютерных исследований, 2002, 144 с.
2. <http://nature.web.ru/db/msg.html?mid=1159456&uri=node19.html>
3. Пригожин И., Стенгерс И. Время, хаос, квант. 1994. - С. 4-12, 41-73, 247-263.
4. Маневич Л.И. Обратимость и стрела времени: между порядком и хаосом. Ч.1. Феноменология необратимости.
http://window.edu.ru/window_catalog/files/r20649/9711_064.pdf