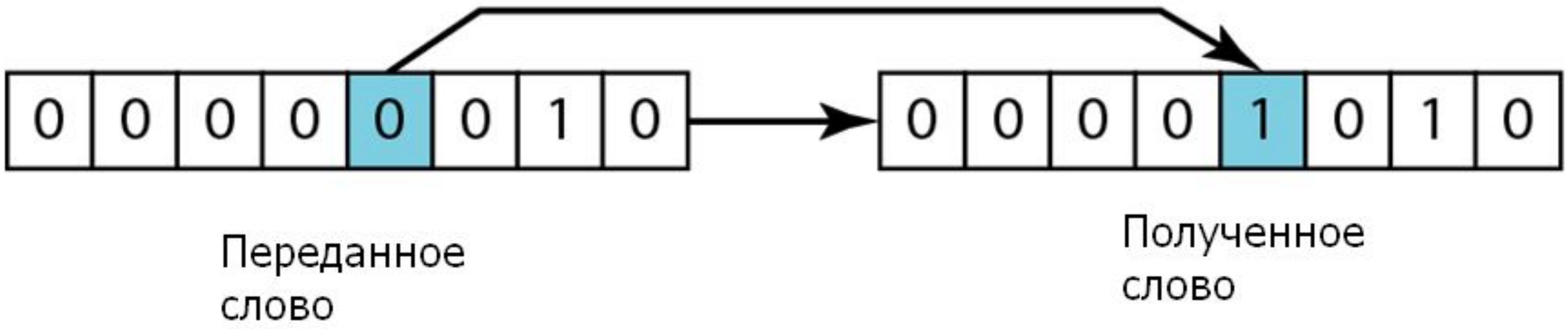
Помехоустойчивое кодирование

Декодирование циклических кодов

Модель одиночной ошибки



Модель ошибки

- Пусть *c(x)* – передаваемый по каналу многочлен.
- Тогда полученный *ошибочный многочлен*

$$c'(x) = c(x) \oplus e(x),$$

$$e(x) - \text{многочлен ошибки}$$

Модель ошибки

- Если $e(x)=0$, то полученный многочлен без остатка делится на порождающий многочлен.
- В противном случае

$$c'(x) = b(x)g(x) \oplus s(x),$$

$$s(x) - \textit{синдром}, \quad \deg s(x) < n - k$$

Связь между многочленом ошибок и синдромом

$$c(x) = a(x) \cdot g(x)$$

$$c'(x) = c(x) \oplus e(x)$$

Связь между многочленом ошибок и синдромом

$$c'(x) = c(x) \oplus e(x)$$

$$c(x) = a(x) \cdot g(x)$$

$$c'(x) = b(x) \cdot g(x) \oplus s(x)$$

$$e(x) = c'(x) \oplus c(x) =$$

$$= b(x)g(x) \oplus s(x) \oplus a(x)g(x) =$$

$$= (a(x) \oplus b(x))g(x) \oplus s(x)$$

Связь между многочленом ошибок и синдромом

- *Синдром принятого многочлена равен остатку от деления многочлена ошибки на порождающий многочлен.*

Свойства синдрома циклического кода

- *Теорема (Меггитт).* Пусть $s(x)$ - синдром принятого из канала многочлена $c'(x)$. Обозначим синдром циклического сдвига $x \cdot c'(x)$. принятого многочлена $s^{(1)}(x)$. Тогда

$$s^{(1)}(x) \equiv x \cdot s(x) (\bmod g(x))$$

Алгоритм Меггитта

- Получаем остаток от деления *e(x)*, соответствующего ошибке в старшем разряде [1000000000], на порождающий полином *g*(*x*):

$$r_0(x) = e(x) \oplus q(x) \cdot g(x)$$

- Делим полученный полином *c*(*x*) на *g(x)* и получаем текущий остаток *r*(*x*).
- Сравниваем $r_0(x)$ с $r(x)$
  - Если они равны, то ошибка произошла в старшем разряде.
  - Если нет, то увеличиваем степень принятого полинома на *x* и снова проводим деления: *x*·*c*(*x*) на *g*(*x*), остаток опять обозначим *r*(*x*)
- Опять сравниваем полученный остаток с $r_0(x)$
  - Если они равны, то ошибки во втором по старшинству разряде.
  - Если нет, то берем *x* · *x* ·*c*(*x*) · и повторяем эти операции до тех пор, пока *r*(*x*) не будет равен $r_0(x)$