

Комбинаторика

Комбинаторика

Комбинаторика

раздел математики, посвящённый решению задач выбора и расположения элементов в соответствии с данными условиями.

Термин «комбинаторика» происходит от латинского слова «combinā», что в переводе на русский означает – «сочетать», «соединять».

Термин «комбинаторика» был введён в математический обиход немецким философом, математиком Лейбницем, который в 1666 году опубликовал свой труд «Рассуждения о комбинаторном искусстве».



- **Комбинаторными задачами принято называть задачи, в которых необходимо подсчитать, сколькими способами можно осуществить то или иное требование, выполнить какое-либо условие, сделать тот или иной выбор.**

Перестановки.

Число перестановок

- Установленный в конечном множестве порядок называется **перестановкой** его элементов

Число перестановок элементов конечного множества зависит только от числа элементов, для множества из n элементов это число обозначают P_n

$$P_n = n!$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

ВЫЧИСЛИТЕ

- $(7! - 5!) : 6! = 5!(6 \cdot 7 - 1) : 5! \cdot 6 = 41 : 6$

- $2! + 4! = 2 \cdot 1 + 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 26$

- $3!x = 24$

$$x = 24 : 3!$$

$$x = 24 : 6$$

$$x = 4$$

Задачи

- 1) Сколькими способами можно расставить в ряд 7 книг на одной полке.

Решение : $7! = 5040$ способами

- 2) Из цифр 0, 2, 4, 6, 8 составить пятизначные числа. При этом в записи каждого из этих чисел каждая цифра встречается только один раз.

Решение: $5! - 4! = 96$ пятизначных чисел.

- 3) Учитель дал 4 ученикам вопросы для ответа у доски. Сколько существует способов для выбора порядка, в котором они будут отвечать?

Решение: $4! = 24$ способов

- 4) Ученик за каникулы должен прочитать 5 книг. Сколько существует способов для выбора порядка, в котором он будет читать эти книги.

Решение: $5! = 120$ способов

Размещения.

Число размещений

- Множество вместе с заданным порядком расположения его элементов называют **упорядоченным множеством**. Упорядоченные множества записывают, располагая в круглых скобках его элементы в заданном порядке. Например, (А, Б, В)- упорядоченное множество с первым элементом А, вторым элементом Б и третьим элементом В.
- Конечные упорядоченные множества называют **размещениями**. Число размещений m элементов в каждом составленных из данных n элементов, обозначают через

$$A_n^m$$

$$A_n^m = \frac{n!}{(n - m)!}$$

$$0 \leq m \leq n$$

$$0! = 1$$

Задачи

- 1) Трех человек на три различные должности из восьми кандидатов

Решение: Эти должности можно выбрать можно выбрать следующими способами: $A_8^3 = \frac{8!}{(8-3)!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$

- 2) Группа учащихся изучает 7 учебных дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание занятий на понедельник, если в этот день недели должно быть 4 различных урока.

Решение: $A_7^4 = \frac{7!}{(7-4)!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$

Сочетания.

Число сочетаний.

- В комбинаторике конечные множества называют **сочетаниями**.
- Число сочетаний из **n** по **m** (т.е. подмножеств по **m** элементов в каждом, содержится в множестве из **n** элементов) обозначается через C_n^m

$$C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n - m)!}$$

Задачи

- 1) Из 8 шахматистов нужно составить команду, в которую входили бы 3 человека. Сколько способов существует?

Решение: $C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56$

- 2) Сколько матчей будет сыграно в футбольном чемпионате с участием 16 команд, если каждые две команды встречаются между собой один раз?

Решение: $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 120$

Решу:

- 1) Сколько различных двузначных чисел можно образовать из цифр 1, 2, 3, 4 при условии, что в каждом числе нет одинаковых цифр?
- 2) Сколько различных двузначных чисел можно образовать из цифр 1, 2, 3, 4?
- 3) Сколько различных перестановок можно образовать из букв слова зебра?

Ответы:

$$1) A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = 12$$

$$2) A_4^2 + 4 = 12 + 4 = 16$$

$$3) 120$$

Комбинаторика

- Правило сложения
- Правило умножения

Правило суммы

- Если пересечение конечных множеств A и B пусто, то число элементов в их объединении равно сумме чисел элементов множеств A и B :

$$n(A \sqcup B) = n(A) + n(B)$$

Задача №1.

- На одной полке книжного шкафа стоит 30 различных книг, а на другой – 40 различных книг (не такие как на первой). Сколькими способами можно выбрать одну книгу.

• **Решение:**

$$30 + 40 = 70 \text{ (способами).}$$

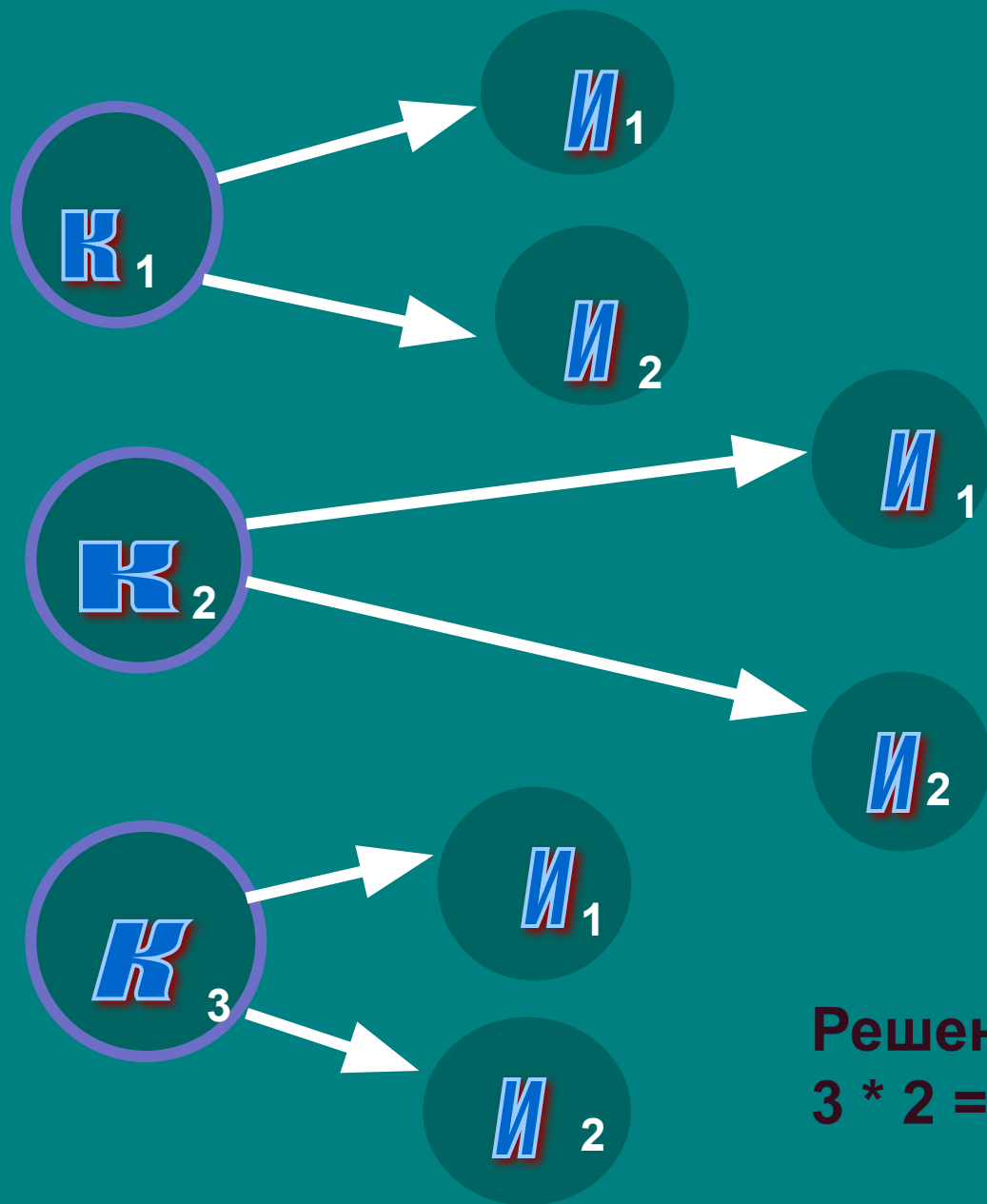
Правило умножения.

- Если множества A и B конечны, то число N возможных пар $(a; b)$, где a из A , b из B равно произведению чисел элементов ЭТИХ множеств:

$$N = n(A) * n(B)$$

Задача № 2

Пусть существует три кандидата на пост командира и 2 на пост инженера. Сколькими способами можно сформировать экипаж корабля, состоящий из командира и инженера?



Решение:
 $3 * 2 = 6$ (способ).

К

У Куклы Светланы 3 юбки и 5 кофт, удачно сочетающихся по цвету. Сколько различных комбинаций одежды имеется у Светланы?



Решение. $3 \cdot 5 = 15$





Учу, уроки, я.

Сколько

всевозможных

предложений

получится из

этих слов?





Не спеши, подумай.

Сколько четных двузначных чисел можно составить из цифр 0,1,2,4,5,9?



	0	2	4
1	10	12	14
2	20	22	24
4	40	42	44
5	50	52	54
9	90	92	94

