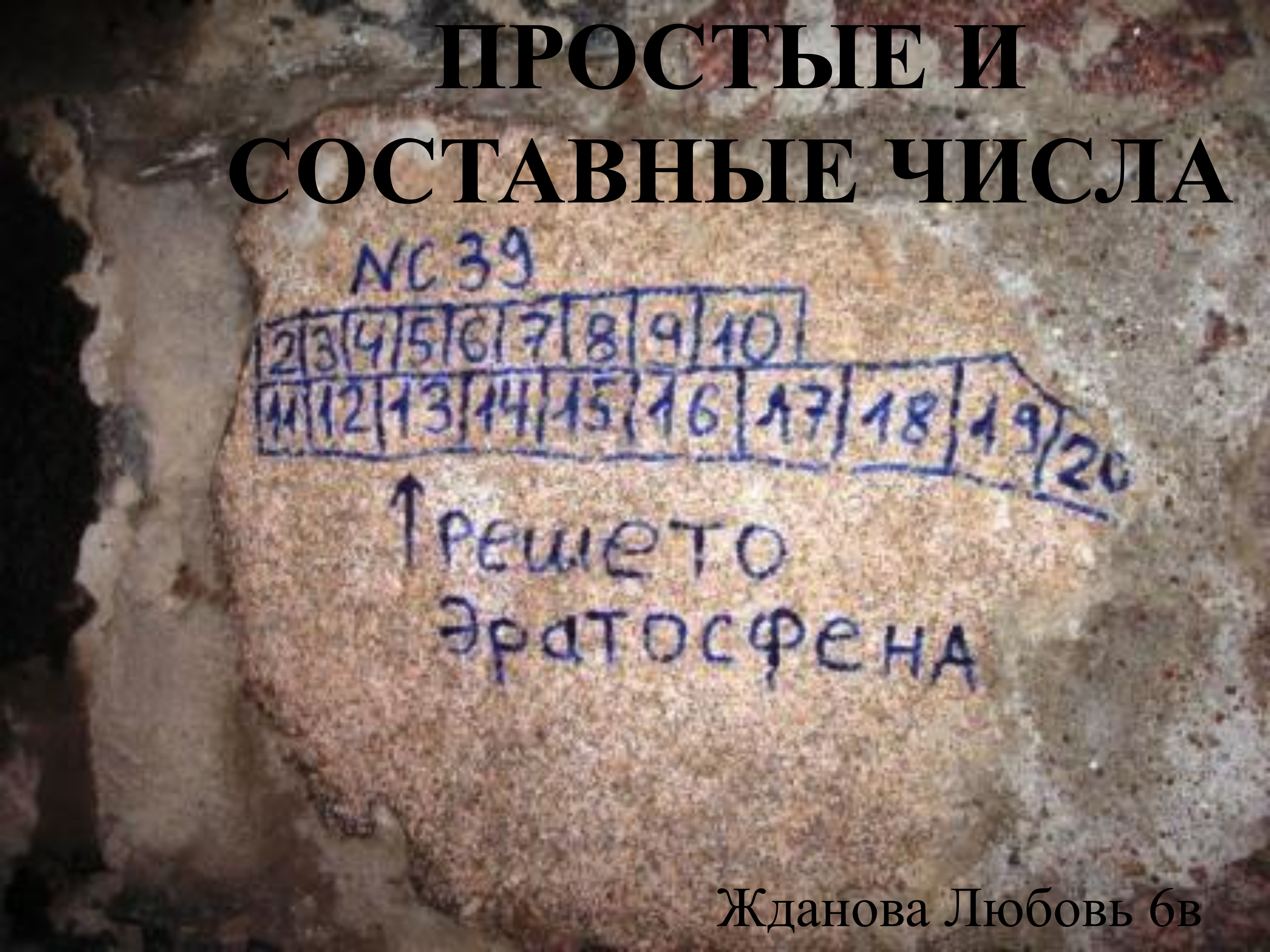
ПРОСТЫЕ И СОСТАВНЫЕ ЧИСЛА



Жданова Любовь 6в

ПРОСТЫЕ ЧИСЛА

Просто́е число́ — это натуральное число, которое имеет ровно два различных натуральных делителя: единицу и самого себя. Все остальные числа, кроме единицы, называются составными. Таким образом, все натуральные числа, бо́льшие единицы, разбиваются на простые и составные. Изучением свойств простых чисел занимается теория чисел. В теории колец простым числам соответствуют неприводимые элементы.

ПРОСТЫЕ ЧИСЛА БЕСКОНЕЧНЫ

Простых чисел бесконечно много. Самое старое известное доказательство этого факта было дано Евклидом в «Началах» (книга IX, утверждение 20). Его доказательство может быть кратко воспроизведено так:

Представим, что количество простых чисел конечно. Перемножим их и прибавим единицу. Полученное число не делится ни на одно из конечного набора простых чисел, потому что остаток от деления на любое из них даёт единицу. Значит, число должно делиться на некоторое простое число, не включённое в этот набор.

Математики предлагали другие доказательства. Одно из них (приведённое Эйлером) показывает, что сумма всех чисел, обратных к простым, расходится.

Известная теорема о распределении простых чисел утверждает, что количество простых чисел меньших n, обозначаемое $\pi(n)$, растёт как $n / \ln(n)$.

ПРОСТОЕ ЧИСЛО ЭЙЛЕРА

Издавна ведутся записи, отмечающие наибольшие известные на то время простые числа. Один из рекордов поставил в своё время Эйлер, найдя простое число 231 – 1 = 2147483647.

ПРОСТОЕ ЧИСЛО МЕРСЕННА

Наибольшим известным простым числом по состоянию на июнь 2009 года является 243112609 − 1. Оно содержит 12 978 189 десятичных цифр и является простым числом Мерсенна (M43112609). Его нашли 23 августа 2008 года на математическом факультете университета UCLA в рамках проекта по распределённому поиску простых чисел Мерсенна GIMPS. Предшествующее по величине известное простое, также являющееся простым числом Мерсенна M37156667, было найдено 6 сентября 2007 года участником проекта GIMPS Гансом-Михаэлем Элвенихом (нем. Hans-Michael Elvenich).

ЧИСЛА МЕРСЕННА УЖЕ ДАВНО УДЕРЖИВАЮТ РЕКОРД КАК САМЫЕ БОЛЬШИЕ ИЗВЕСТНЫЕ ПРОСТЫЕ

Числа Мерсенна выгодно отличаются от остальных наличием эффективного теста простоты: теста Люка — Лемера. Благодаря ему простые числа Мерсенна давно удерживают рекорд как самые большие известные простые.

За нахождение простых чисел из более чем 100 000 000 и 1 000 000 000 десятичных цифр EFF назначила денежные призы соответственно в 150 000 и 250 000 долларов США.

ПРОСТЫЕ ЧИСЛА МЕРСЕННА, ЛЮКА-ЛЕМЕРА, ПЕПИНА, ВУДАЛЛА, КУЛЛЕНА, ПРОТА

Существует ряд простых чисел, доказательство простоты которых может быть организовано эффективно с использованием специализированных алгоритмов.

Простые числа Мерсенна — числа вида Mp = 2p − 1, где p — простое число (последовательность A000668 в OEIS). Как уже было отмечено выше, эффективным тестом простоты является тест Люка-Лемера.

Простые числа Ферма — числа вида , где n — неотрицательное целое число. Тестом простоты является тест Пепина.

Простые числа Вудалла (англ.) — простые числа вида (последовательность A003261 в OEIS). Тестом простоты является тест Люка-Лемера-Ризеля (англ.).

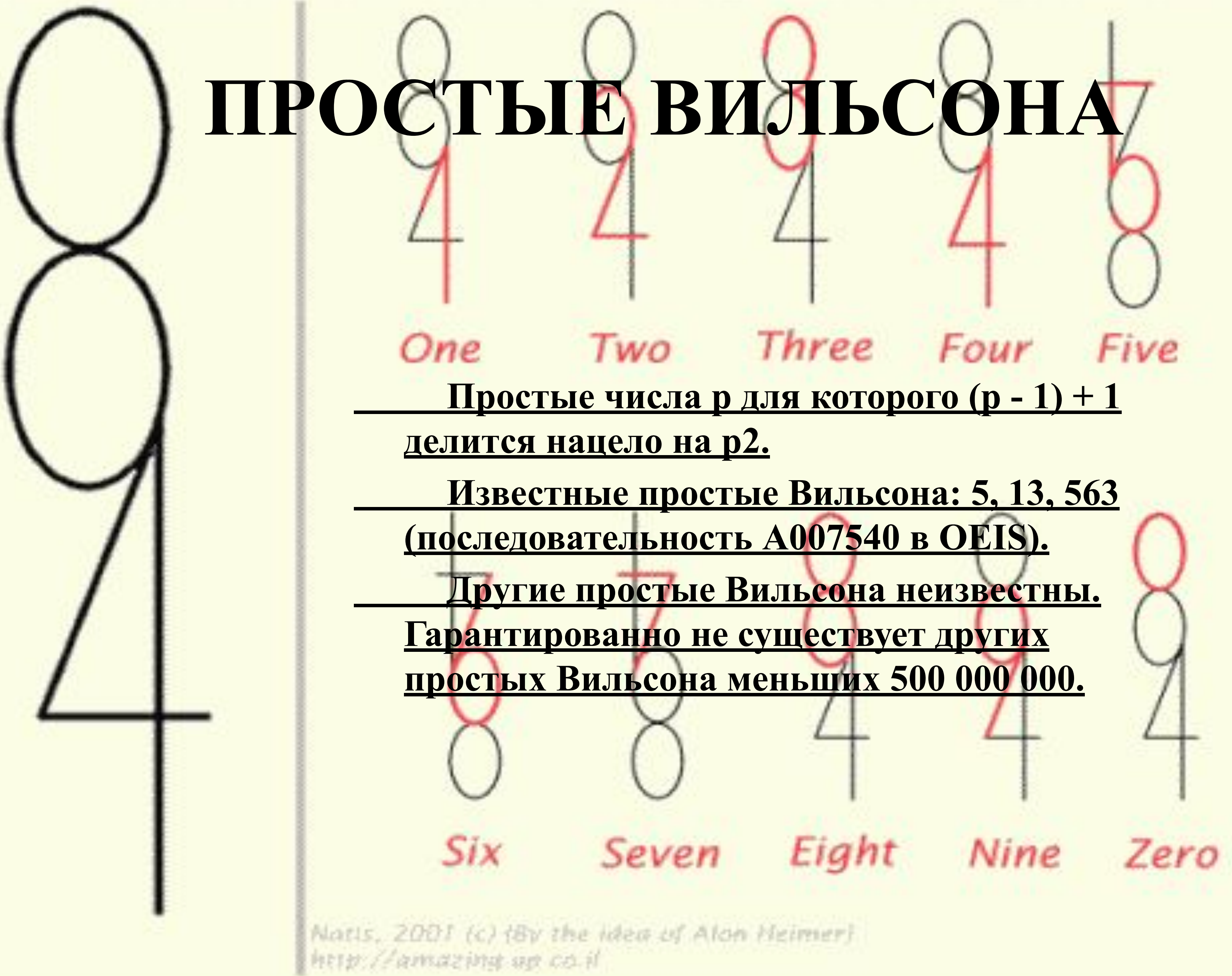
С использованием теста Бриллхарта-Лемера-Селфриджа (англ.) может быть проверена простота следующих чисел:

Простые числа Куллена (англ.) — простые числа вида (последовательность A005849 в OEIS).

Простые числа Прота (англ.) — простые числа вида , причем k нечетно и 2n > k (последовательность A080076 в OEIS). Числа Куллена являются частным случаем чисел Прота при k = n. Числа Ферма являются частным случаем чисел Прота при k = 1 и n = 2m.

Для поиска простых чисел обозначенных типов в настоящее время используются проекты распределенных вычислений GIMPS, PrimeGrid, Ramsey@Home, Seventeen or Bust, Riesel Sieve.

ПРОСТЫЕ ВИЛЬСОНА



Простые числа p для которого (p - 1) + 1 делится нацело на p2.

Известные простые Вильсона: 5, 13, 563 (последовательность A007540 в OEIS).

Другие простые Вильсона неизвестны. Гарантированно не существует других простых Вильсона меньших 500 000 000.

ПРОСТЫЕ ВОЛЬСТЕНХОЛЬМА

Простые числа p для которых биномиальный коэффициент .

Известны только эти числа до миллиарда: 16843, 2124679 (последовательность A088164 в OEIS)

ПРОСТЫЕ ЧИСЛА *p*

Простые числа *p*, длина периодической дроби которых уникальна (ни одно другое простое число не даёт такое же).

3, 11, 37, 101, 9091, 9901, 333667, 909091, 99990001, 999999000001, 9999999900000001, 909090909090909091, 1111111111111111111, 11111111111111111111111, 900900900900990990990991 (последовательность A040017 в OEIS).

ПРОСТЫЕ НЬЮМАНА-ШЕНКСА-ВИЛЬЯМСА

Числа Ньюмана-Шенкса-Вильямса являются простыми.

7, 41, 239, 9369319, 63018038201, 489133282872437279, 19175002942688032928599 (последовательность A088165 в OEIS).

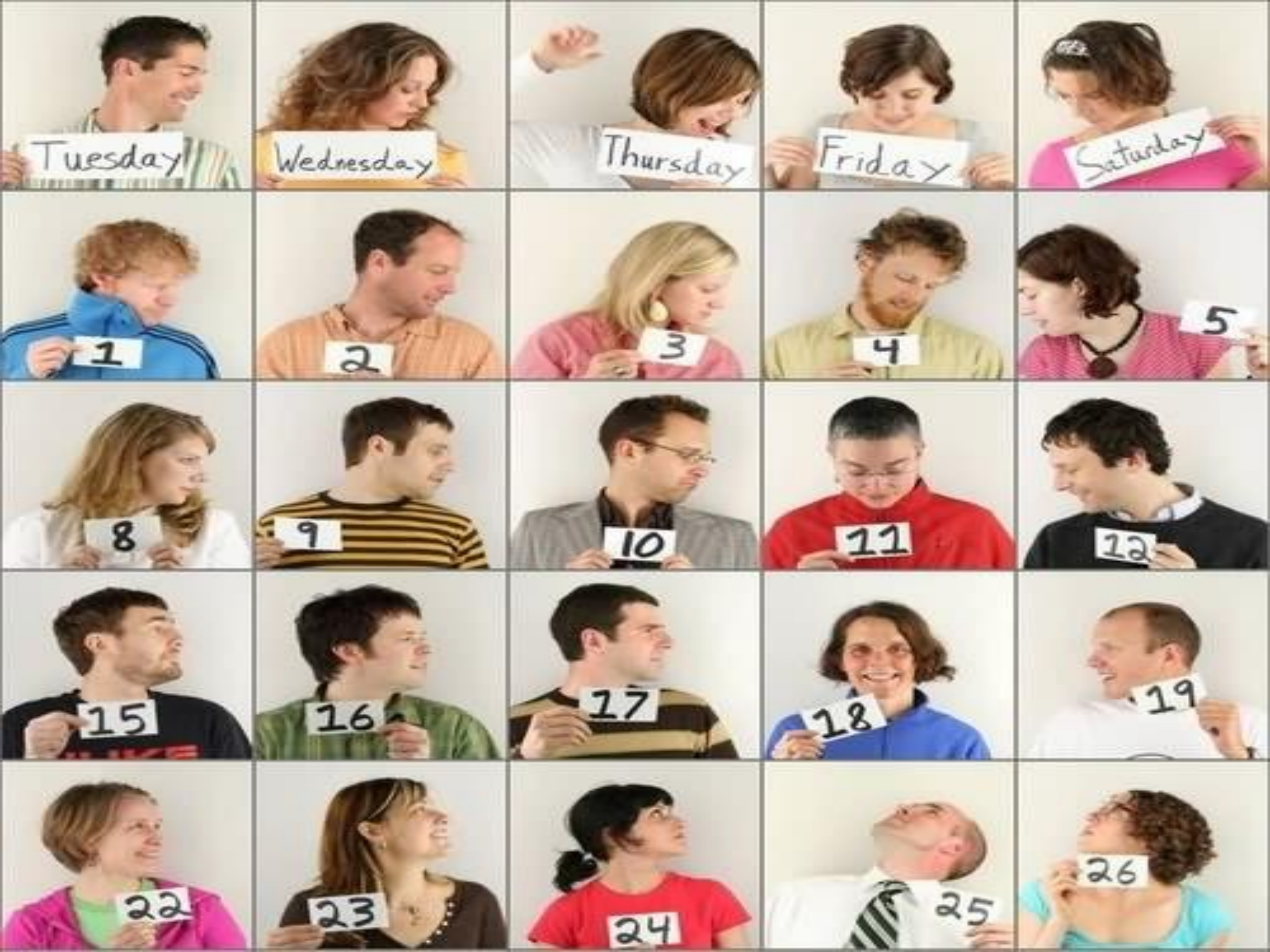
СОСТАВНОЕ ЧИСЛО

Составно́е число́ — натуральное число бо́льшее 1, не являющееся простым. Каждое составное число является произведением двух натуральных чисел, бо́льших 1.

Последовательность составных чисел начинается так

4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, ... (последовательность A002808 в OEIS)

Любое составное число может быть единственным способом разложено в произведение простых множителей.


Tuesday
Wednesday
Thursday
Friday
Saturday
1
2
3
4
5
8
9
10
11
12
15
16
17
18
19
22
23
24
25
26