

РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ НА ЛИНЕЙНЫЕ МНОЖИТЕЛИ. ТЕОРЕМА ВИЕТА ДЛЯ ПРИВЕДЁННОГО МНОГОЧЛЕНА n -Й СТЕПЕНИ

Выполнила: Д. Оралбаева, ученица 10 класса

*Руководитель: О.Ф. Пономарёва, учитель
математики высшей квалификационной категории
МКОУ Кумылженская СОШ № 1 имени Знаменского А.
Д.*

Кумылженского района Волгоградской области



Математика — наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира.

Без современной математики с её развитым логическим и вычислительным аппаратом был бы невозможен прогресс в различных областях человеческой деятельности.



Актуальность

заключается в необходимости понимать, как действует метод разложения многочленов n -й степени на линейные множители.



Проблема:

насколько разнообразны способы
разложения многочленов n -й степени
на линейные множители?



Цели:

- исследование и выявление новых методов разложения многочленов n -й степени на линейные множители;
- решение приведённых уравнений n -й степени;
- совершенствование своих возможностей в области проектной деятельности и познания процесса изменения величин;
- воспитание чувства гордости за науку.



Задачи проекта:

- развитие интереса к исследовательско-познавательной деятельности, популяризация знаний;
- раскрытие творческого потенциала;
- развитие коммуникативных навыков;
- формирование управленческих умений (умения понимать поставленную задачу, понимать последовательность действий для выполнения поставленной задачи, планировать свою работу);
- формирование социального опыта (навыков организации, осуществление сотрудничества в процессе совместной работы, воспитание ответственности за порученное дело).



Методы:

- поисково-исследовательский метод с использованием научной и учебной литературы, а также поиск необходимой информации в Интернет-ресурсах;
- анализ данных, полученных в ходе исследования.



Вспомним определение и свойства приведённого квадратного трёхчлена:

- приведённый квадратный трёхчлен:

$$P(x) = x^2 + px + q,$$

где x — переменная, p и q — некоторые числа;

- разложим квадратный трёхчлен на множители: $x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2)$,
где x_1, x_2 — корни приведённого квадратного трёхчлена.



**Задание 1. Составить
квадратный трёхчлен по его
корням $x_1 = 3; x_2 = 5$.**

Решение.

На основании свойства приведённого
квадратного трёхчлена, имеем:

$$x_1 = 3; x_2 = 5, \text{ то } (x - 3)(x - 5) = x^2 - 8x + 15.$$

Ответ: $x^2 - 8x + 15$.



Задание 2. Решить уравнение

$$x^2 - 5x + 6 = 0.$$

Решение.

$$x^2 - 5x + 6 = 0, x_1 = 2; x_2 = 3,$$

так как $-(x_1 + x_2) = -5, x_1 \cdot x_2 = 6.$

Ответ: $x_1 = 2; x_2 = 3.$



«Справедливы ли эти свойства для произвольного многочлена n -й степени?»

- Если $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ — корни приведённого многочлена $P(x)$ степени n , то $P(x) = (x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_n)$.



Задание 3. Составить
приведённый многочлен $P(x)$ 3-й
степени,

если $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = -1$.
Решение.

Так как $P(x) = (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n)$,
где $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ — корни приведённого
многочлена $P(x)$ степени n ,
то $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 1)$.

Произведя раскрытие скобок, имеем:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2.$$

Ответ: $x^3 - 2x^2 - x + 2$.



**Задание 4. Составить
приведённый многочлен $P(x)$ 4-й
степени, если**

$$x_1 = x_2 = \sqrt{2}, x_3 = x_4 = -\sqrt{2}.$$

Так как $P(x) = (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n)$,
где $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ — корни приведённого
многочлена $P(x)$ степени n , то

$$P(x) = (x - \sqrt{2})(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x + \sqrt{2}).$$

Используя формулу сокращённого
умножения

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, имеем:

$$P(x) = (x^2 - 2)^2, P(x) = x^4 - 4x^2 + 4.$$

Ответ: $x^4 - 4x^2 + 4$.



Вывод соотношений между корнями и коэффициентами приведённого многочлена третьей и четвёртой степеней.

- Если многочлен $x^3 + px^2 + qx + r$ имеет корни x_1, x_2, x_3 , то верны равенства: $p = - (x_1 + x_2 + x_3)$, $q = x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3$, $r = - x_1x_2x_3$.
- Если многочлен $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s$ имеет корни x_1, x_2, x_3, x_4 , то верны равенства:

$$p = - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4),$$

$$q = x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4,$$

$$r = - (x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4), \quad s = x_1x_2x_3x_4$$



Задание 5. Числа x_1, x_2, x_3 —
корни многочлена $D(x) = 3x^3 + 5x^2 +$
 $x + 4$.

Определить: 1) $x_1 + x_2 + x_3$; 2) $x_1 x_2$
 x_3 ; 3) $1/x_1 + 1/x_2 + 1/x_3$.

Решение.

Так как $D(x) = 3x^3 + 5x^2 + x + 4$, то $P(x) = x^3 +$
 $5/3 \cdot x^2 + 1/3 \cdot x + 4/3$,

где x_1, x_2, x_3 — корни приведённого
многочлена $P(x)$ степени 3-й.



$x_1 + x_2 + x_3 = -p$, то 1) $x_1 + x_2 + x_3 = -5/3$.

Используя $r = -x_1 x_2 x_3$, имеем: 2) $x_1 x_2 x_3 = -4/3$.

3) Преобразуем: $1/x_1 + 1/x_2 + 1/x_3 =$

$x_2 x_3 : (x_1 x_2 x_3) + x_1 x_3 : (x_1 x_2 x_3) + x_1 x_2 : (x_1 x_2 x_3) =$
 $(x_2 x_3 + x_1 x_3 + x_1 x_2) : (x_1 x_2 x_3) =$

$1/3 : (-4/3) = -1/4$.

Ответ: $-5/3; -4/3; -1/4$.



Задание 6. Решить уравнение



$$x^3 - 5x^2 - x + 21 = 0.$$

Решение.

$$x^3 - 5x^2 - x + 21 = 0,$$

Так как $x_1 + x_2 + x_3 = 5$; $x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = -1$;

$$x_1x_2x_3 = -21.$$

Решая систему из трёх уравнений с тремя

неизвестными, отыскиваем корни данного



Результаты работы:

апробация созданного проекта на:

- внеурочной деятельности школьников профильных групп;
- элективных занятиях;
- на заседании МО учителей математики, физики, информатики и ИКТ.

Участие в международной научно-практической конференции «Современные направления теоретических и прикладных исследований 2015».



Вывод:

Отметим, что рассмотренный метод позволяет быстро определять корни приведённых уравнений n -й степени и уравнений общего вида n -й степени, производить разложение многочленов n -й степени на линейные множители.

Доступность, логичность материала может быть использована для подготовки к различным типам исследований качества знаний учащихся.



Литература:

- Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. уровни / под ред. А. Б. Жижченко.– 3-е изд. – М. : Просвещение, 2010. – 368 с.
- Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: Учебное пособие для студентов. – М.: Просвещение, 2002. – 224 с.



Спасибо за внимание!

