

Доклад на тему: «Элементы теории игр»

Барышников А.А.
Мустафин Н.Ш.
Студенты гр.ПМ-55

* Теория игр -

раздел математики,
изучающий формальные
модели принятия оптимальных
решений в условиях
конфликта

* Конфликт -

явление, в котором участвуют различные стороны, наделённые различными интересами и возможностями выбирать доступные для них действия в соответствии с этими интересами.

В рамках теории игр в принципе поддаются математическому описанию военные и правовые конфликты, спортивные состязания, "салонные" игры, а также явления, связанные с биологической борьбой за существование.

* Оптимальные решения при недостатке информации

* В условиях конфликта стремление противника скрыть свои предстоящие действия порождает неопределённость. Наоборот, неопределённость при принятии решений можно интерпретировать как конфликт принимающего решения субъекта с природой. Поэтому теория игр рассматривается и как теория принятия оптимальных решений в условиях неопределённости. Она позволяет математизировать некоторые важные аспекты принятия решений в технике, сельском хозяйстве, медицине и социологии, управлении, планировании и прогнозировании.

* Предмет изучения теории игр

* Теория игр является нормативной теорией, то есть предметом её изучения являются не столько сами модели конфликтов (игры), как таковые, сколько:

1. содержание принимаемых в играх принципов оптимальности,
2. существования ситуаций, на которых эти принципы оптимальности реализуются (такие ситуации или множества ситуаций называются решениями в смысле соответствующего принципа оптимальности),
3. и, наконец, способы нахождения таких ситуаций.

***Игра - формализованное представление о конflikте**

*****Точное описание конфликта в виде игры состоит поэтому в указании того,

- 1.** кто и как участвует в конфликте,
- 2.** каковы возможные исходы конфликта,
- 3.** а также кто и в какой форме заинтересован в этих исходах.

* Терминология игры

- * Коалиция действия — участвующие в конфликте стороны;
- * Ситуация — возможные исходы конфликта (обычно ситуация понимается как результат выбора каждой из коалиций действия некоторой своей стратегии);
- * Стратегия — доступные действия для коалиций, т.е. совокупность правил, которые в зависимости от ситуации в игре определяют однозначный выбор действий игрока;
- * Коалиции интересов — стороны, заинтересованные в исходах конфликта, их интересы описываются предпочтениями тех или иных ситуаций (часто выражаются численными выигрышами). Если коалиция действия совпадает с коалицией интересов, то в этом случае коалицию называют игроком.

* Характеризующие признаки игры как математической модели ситуации:

1. наличие нескольких участников;
2. неопределенность поведения участников, связанная с наличием у каждого из них нескольких вариантов действий;
3. различие (несовпадение) интересов участников;
4. взаимосвязанность поведения участников, поскольку результат, получаемый каждым из них, зависит от поведения всех участников;
5. наличие правил поведения, известных всем участникам.

* Представление игр

* Игры представляют собой строго определённые математические объекты. Игра образуется игроками, набором стратегий для каждого игрока и указания выигрышей, или платежей, игроков для каждой комбинации стратегий. Большинство игр описываются характеристической функцией, в то время как для остальных видов чаще используют нормальную или экстенсивную форму.

* Экстенсивная форма

- * Игры в экстенсивной, или расширенной, форме представляются в виде ориентированного дерева, где каждая вершина соответствует ситуации выбора игроком своей стратегии. Каждому игроку сопоставлен целый уровень вершин. Платежи записываются внизу дерева, под каждой *листовой вершиной*.
- * Экстенсивная форма очень наглядна, с её помощью особенно удобно представлять игры с более чем двумя игроками и игры с последовательными ходами. Если же участники делают одновременные ходы, то соответствующие вершины либо соединяются пунктиром, либо обводятся сплошной линией.

*Задача:

* Два игрока играют в следующую игру: на координатной плоскости стоит фишка в точке с координатами $(-2, 1)$. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами (x, y) в одну из трех точек: $(x+3, y)$, $(x, y+4)$, $(x+2, y+2)$. Игра заканчивается, как только расстояние от фишки до начала координат превысит число 9. Выигрывает игрок, сделавший последний ход. Кто выиграет при правильной игре? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока?

* Нормальная форма

* В нормальной, или стратегической, форме игра описывается платёжной матрицей. Каждая сторона матрицы — это игрок, строки определяют стратегии первого игрока, а столбцы — второго. На пересечении двух стратегий можно увидеть выигрыши, которые получают игроки. Обычно в нормальной форме представляются игры, в которых ходы делаются *одновременно*, или хотя бы полагается, что все игроки не знают о том, что делают другие участники.

* Игра

«Дилемма заключенного»:

* Двое преступников, А и Б, попались примерно в одно и то же время на сходных преступлениях. Есть основания полагать, что они действовали по сговору, и полиция, изолировав их друг от друга, предлагает им одну и ту же сделку: если один свидетельствует против другого, а тот хранит молчание, то первый освобождается за помощь следствию, а второй получает максимальный срок лишения свободы (10 лет). Если оба молчат, их деяние проходит по более лёгкой статье, и они приговариваются к 6 месяцам. Если оба свидетельствуют против друг друга, они получают минимальный срок (по 2 года). Каждый заключённый выбирает, молчать или свидетельствовать против другого. Однако ни один из них не знает точно, что сделает другой.

* Представив игру в виде матрицы, получим:

| | | Преступник Б | |
|--------------|----------------------|---|---|
| | | Стратегия «молчать» | Стратегия «говорить» |
| Преступник А | Стратегия «молчать» | Полгода каждому | 10 Лет преступнику А Отпустить преступника Б |
| | Стратегия «говорить» | 10 Лет преступнику Б Отпустить преступника А | 2 года каждому |

снова лучше все рассказать, и получить всего два года. Т. о., если каждый игрок выбирает, что лучше для него, оба сдадут друг друга, и получат два года, что не является оптимальной ситуацией для обоих.

* Конкретизация коалиций, стратегий, ситуаций и связей между ними порождает разнообразные частные классы (типы) игр.

*** Классификация игр**

* Если в игре имеется более одной коалиции действия, то игра называется стратегической. Важный класс стратегических игр составляют бескоалиционные игры, в которых коалиции действия совпадают с коалициями интересов (они называются игроками), а предпочтения для игроков описываются их функциями выигрыша: игрок предпочитает одну ситуацию другой, если в первой ситуации он получает больший выигрыш, чем во второй.

* Стратегические игры

* Если в игре имеется единственная коалиция действия, то стратегии этой коалиции можно отождествить с ситуациями и далее больше уже о стратегиях не упоминать. Такие игры называются **нестратегическими**. Основным вопросом здесь является не выбор оптимальных стратегий, а установление разумного определения выигрышей между участниками конфликта.

* **Нестратегические игры**

* Нестратегические игры

- * Множеством ситуаций являются всевозможные дележи между игроками некоторого количества однородной полезности. Каждый делёж описывается теми суммами, которые получают отдельные игроки. Коалиция интересов называется выигрывающей, если она может даже в условиях противодействия со стороны всех остальных игроков присвоить и разделить между своими членами всю имеющуюся полезность. Все коалиции, не являющиеся выигрывающими, совсем не могут присвоить какой-либо доли полезности.

* Кооперативная/ некооперативная игра

* Игра называется кооперативной, или *коалиционной*, если игроки могут объединяться в группы, беря на себя некоторые обязательства перед другими игроками и координируя свои действия. Этим она отличается от некооперативных игр, в которых каждый обязан играть за себя, не имея возможности формировать коалиции и координировать свои действия.

* Антагонистическая (с нулевой суммой) игра

* Если игроки не могут увеличить или уменьшить имеющиеся ресурсы, или фонд игры, то в этом случае сумма всех выигрышей равна сумме всех проигрышей при любом ходе. Такая игра называется антагонистической, в ней выигрыш одного из игроков в точности равен проигрышу другого. В игре же с ненулевой суммой может изменяться фонд игры, таким образом принося выгоду одному игроку, не отнимая ее у другого. В играх с ненулевой суммой проигрыш одного из игроков не является обязательным условием.

*Симметричная игра

*Игра симметрична, если соответствующие стратегии у игроков будут равны, то есть иметь одинаковые платежи. Иначе говоря, если игроки могут поменяться местами и при этом их выигрыши за одни и те же ходы не изменятся. Многие изучаемые игры для двух игроков — симметричные.

* Параллельные и последовательные игры

* В параллельных играх игроки или ходят одновременно, или не осведомлены о выборе других до тех пор, пока все не сделают свой ход. В последовательных, или динамических, играх участники могут делать ходы в заранее установленном либо случайном порядке, но при этом они получают некоторую информацию о предшествующих действиях других.

* Игры с полной или

неполной информацией

- * В игре с полной информацией участники знают все ходы, сделанные до текущего момента, равно как и возможные стратегии противников, что позволяет им в некоторой степени предсказать последующее развитие игры. Большинство изучаемых игр – с неполной информацией, где участники не осведомлены о всех ходах друг друга.

* Цель теории игр -

- * выработка рекомендаций по разумному поведению участников конфликта (определение оптимальных стратегий поведения игроков).

* Правила игры

- * От реального конфликта игра отличается тем, что ведется по определенным правилам. Эти правила устанавливают последовательность ходов, объем информации каждой стороны о поведении другой и результат игры в зависимости от сложившейся ситуации. Правилами устанавливаются также конец игры, когда некоторая последовательность ходов уже сделана, и больше ходов делать не разрешается.

*Ограничения теории игр

- *Теория игр, как и всякая математическая модель, имеет свои ограничения. Одним из них является предположение о полной (идеальной) разумности противников. В реальном конфликте зачастую оптимальная стратегия состоит в том, чтобы угадать, в чем противник «глуп» и воспользоваться этой глупостью в свою пользу.

* Ограничения теории игр

- * Еще одним ограничением теории игр является то, что каждому из игроков должны быть известны все возможные действия (стратегии) противника, неизвестно лишь то, каким именно из них он воспользуется в данной партии. В реальном конфликте это обычно не так: перечень всех возможных стратегий противника как раз и неизвестен, а наилучшим решением в конфликтной ситуации нередко будет именно выход за пределы известных противнику стратегий, использование чего-то совершенно нового, непредвиденного.

* Ограничения теории игр

- * Теория игр не включает элементов риска, неизбежно сопровождающего разумные решения в реальных конфликтах. Она определяет наиболее осторожное, «перестраховочное» поведение участников конфликта. Кроме того, в теории игр находятся оптимальные стратегии по одному показателю (критерию). В практических ситуациях часто приходится принимать во внимание не один, а несколько числовых критериев. Стратегия, оптимальная по одному показателю, может быть неоптимальной по другим.

* Принцип оптимальности - устойчивость ситуаций

- * Рассматриваемые в теории игр объекты — игры — весьма разнообразны, и пока не удалось установить принципов оптимальности, общих для всех классов игр. Практически это означает, что единого для всех игр истолкования понятия оптимальности ещё не выработано. Поэтому прежде чем говорить, например, о наивыгоднейшем поведении игрока в игре, необходимо установить, в каком смысле эта выгодность понимается. Все применяемые в теории игр принципы оптимальности при всём их внешнем разнообразии отражают прямо или косвенно идею устойчивости ситуаций или множеств ситуаций, составляющих решения.

* Принцип осуществимости цели

* В бескоалиционных играх основным принципом оптимальности считается принцип осуществимости цели, приводящий к ситуациям равновесия. Эти ситуации характеризуются тем свойством, что любой игрок, который отклонится от ситуации равновесия (при условии, что остальные игроки не изменят своих стратегий), не увеличит этим своего выигрыша.

* Принцип максимина

- * В частном случае антагонистических игр принцип осуществимости цели превращается в так называемый принцип максимина (отражающий стремление максимизировать минимальный выигрыш).
- * Иначе говоря, Принцип максимина – правило принятия осторожных решений (не максимальный, но гарантированный выигрыш).

* Способы нахождения принципов оптимальности

- * Фактическое решение некоторых классов антагонистических игр сводится к решению дифференциальных и интегральных уравнений, а матричных игр – к решению стандартной задачи линейного программирования. Разрабатываются приближённые и численные методы решения игр. Для многих игр оптимальными оказываются так называемые смешанные стратегии, то есть стратегии, выбираемые случайно (например, по жребию).

* Применения теории игр

- * Сознвая эти ограничения и потому, не придерживаясь слепо рекомендаций, даваемых теорий игр, можно все же выработать вполне приемлемую стратегию для многих реальных конфликтных ситуаций.
- * В настоящее время ведутся научные исследования, направленные на расширение областей применения теории игр.