МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ И ДИСПЕРСИЯ НЕПРЕРЫВНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Смысл математического ожидания и дисперсии остается таким же, как и в случае дискретных случайных величин. Меняется вид формул для их нахождения путем замены:

$$x_i \to x$$

$$p_i \to f(x)dx$$

$$\sum \to \int$$

Тогда получаем формулы для расчета математического ожидания и дисперсии непрерывной случайной величины:

Дискретные СВ

$$MX = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Непрерывные СВ

$$MX = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$$

Дискретные СВ

Непрерывные СВ

$$MX = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

$$MX = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx$$

$$DX = MX^2 - (MX)^2$$

$$MX^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i$$

$$MX^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)dx$$

ПРИМЕР.

Функция распределения непрерывной случайной величины задана выражением:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ x^2, & 0<x\le 1 \\ 1, & x>1 \end{cases}$$

Найти плотность вероятности, вероятность попадания на участок [0.25;0.5], математическое ожидание и дисперсию .

РЕШЕНИЕ.

1. **Плотность вероятности находится, как производная от функции распределения:**

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ 2x, & 0 < x \le 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

2. Вычисление вероятности попадания на заданный участок может быть произведено двумя способами: с помощью функции распределения и с помощью плотности вероятности.

1 способ.

Используем формулу нахождения вероятности через функцию распределения:

$$p(0.25 \le x \le 0.5) = F(0.5) - F(0.25) =$$

$$= 0.5^2 - 0.25^2 = 0.1875$$

2 способ.

Используем формулу нахождения вероятности через плотность вероятности:

$$p(0.25 < X < 0.5) = \int_{0.25}^{0.5} 2x dx = x^2 \Big|_{0.25}^{0.5} = 0.1875$$

4. Находим математическое ожидание:

$$MX = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$$

$$MX = \int_{0}^{1} x \cdot 2x dx = \frac{2x^3}{3} \Big|_{0}^{1} = \frac{2}{3}$$

5. Находим дисперсию:

$$DX = MX^2 - (MX)^2 \qquad MX^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)dx$$

$$MX^2 = \int_0^1 x^2 \cdot 2xdx = \left.\frac{x^4}{2}\right|_0^1 = \frac{1}{2}$$

Тогда

$$DX = \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

ПРИМЕР.

Ежедневная прибыль фирмы является случайной величиной с плотностью вероятностей вида :

$$f(x)=\begin{cases} a(5-x), x\in[0;5] \\ 0, \qquad x\notin[0;5] \end{cases}$$

Найти параметр а, математическое ожидание, среднеквадратичное отклонение. Вероятность того, что прибыль не превысит 3 ден.ед.