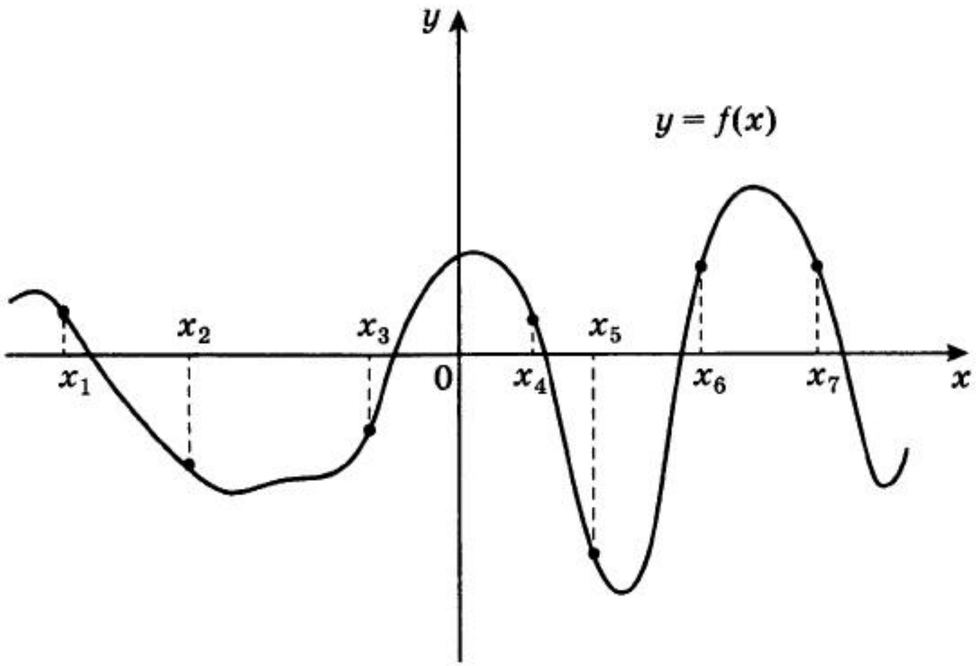
Производная
(типовые экзаменационные варианты ЕГЭ 2015 И.В. Ященко)

Презентация подготовлена учителем математики

Твердохлебовой Т.В.

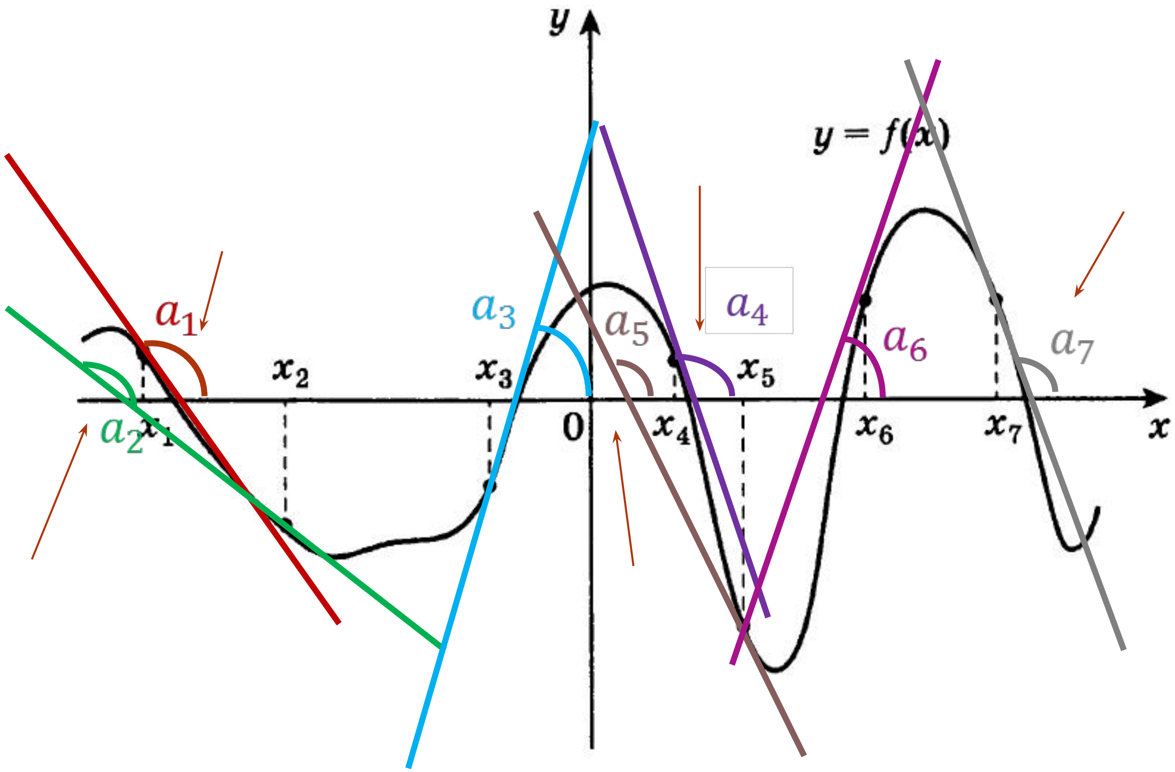
Вариант 1

8 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 и x_7 те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе запишите количество найденных точек.



Ответ:____________________.

Решение



1) Проведем касательные в каждой точке

2) *Тангенс* угла между положительной полуосью Ox и касательной равен значению производной:

$$\operatorname{tg} a = f'(x)$$

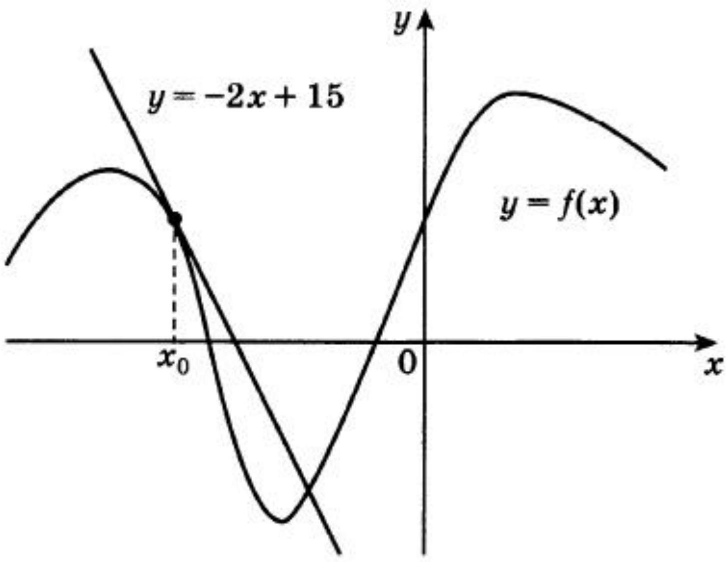
3) Очевидно, что углы $a_1, a_2, a_4, a_5, a_7 > 90^0$. *Тангенс* данных углов будет отрицателен. Раз *тангенс* этих углов отрицателен, то и производные в точках x_1, x_2, x_4, x_5, x_7 будут отрицательными.

4) В ответ нужно записать количесво данных точек, их 5.

Ответ: 5

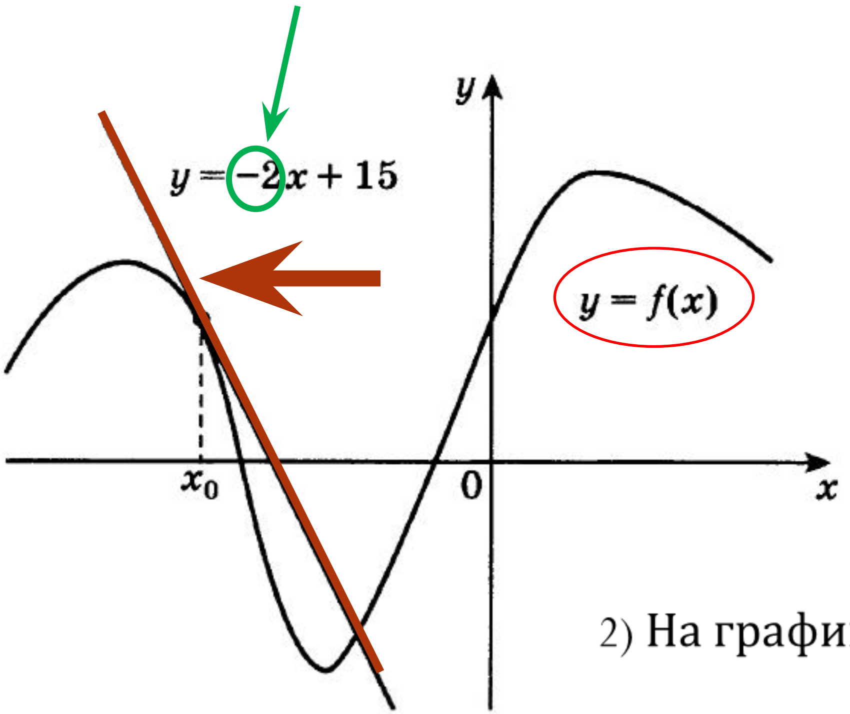
Вариант 2

8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0. Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $y = -\frac{1}{4}f(x) + 5$ в точке x_0.



Ответ:____________________.

Решение



1) Нужно найти значение *производной* функции $y = -\frac{1}{4}f(x) + 5$ в точке x_0:

$$y'(f(x_0)) = \left(-\frac{1}{4}f(x_0) + 5\right)'$$

$$y'(f(x_0)) = \left(-\frac{1}{4}\right) \ f'(x_0) + (5)'$$

$$y'(f(x_0)) = -\frac{1}{4}f'(x_0).$$

2) На графике дана функция $y = f(x)$. Найдем $f'(x_0)$.

3) Значение *производной* данной функции в точке x_0 ,будет равно *коэффициенту* касательной, проведенной к этому графику в точке с абсциссой x_0.

$$f'(x) = k$$

4)Уравнение касательной нам дается. Ее *коэфициент* будет равен -2. $k = -2$.

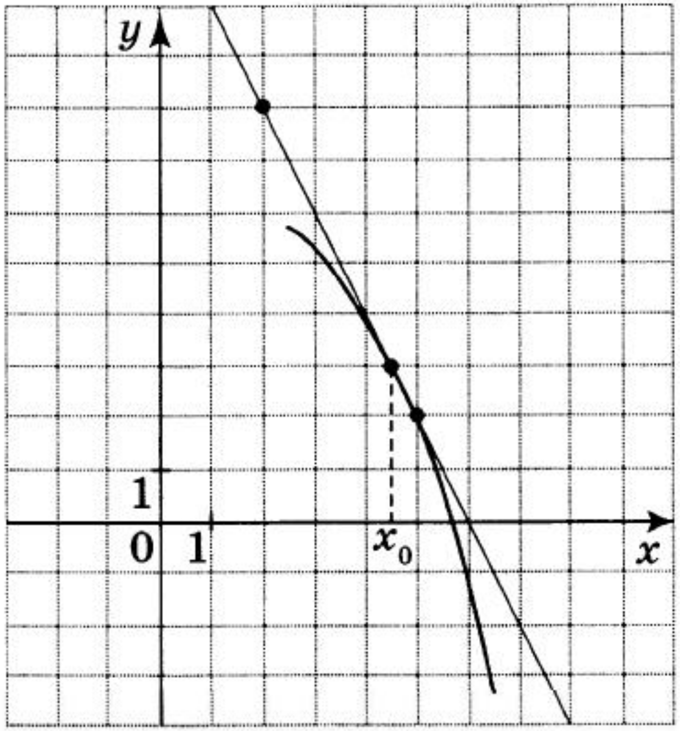
$$f'(x) = k = -2$$

5) $y'(f(x)) = -\frac{1}{4} * (-2) = \frac{2}{4} = 0.5$

Ответ:
0.5

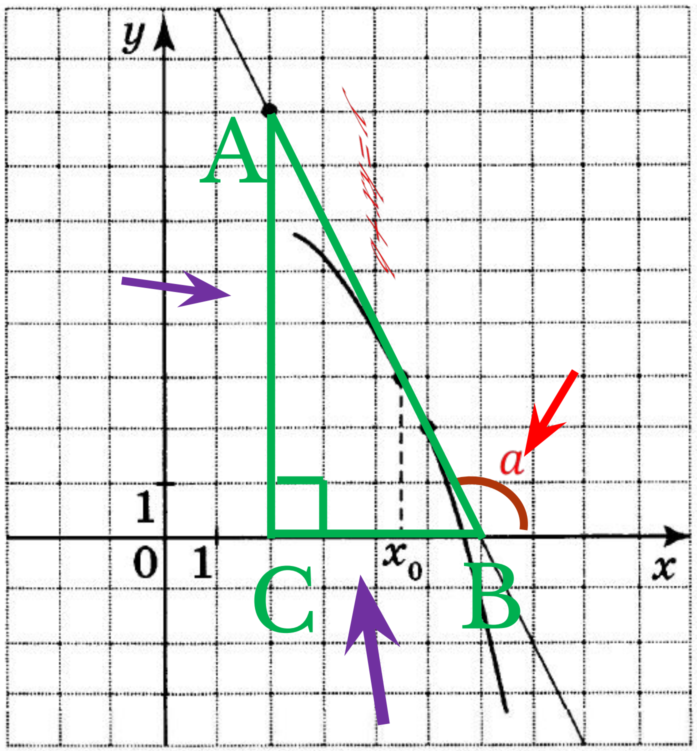
Вариант 3

8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Ответ:____________________.

Решение



1) Как мы знаем, производная функции в точке x_0 будет равна *коэффициенту* касательной, проведенной к графику в точке с данной абсциссой, или равна *тангенсу* угла между этой касательной и положительной полуосью Ox.

$$f'(x) = k = tg(a)$$

2) Решим задачу по *тангенсу* угла a.

3) Рассмотрим $\Delta ABC (C = 90^0)$

4) Касательная с положительной полуосью Ox образует угол a. Значит *угол ABC* равен

$$(180 - a)^0$$

5) Найду $tg(ABC)$. Он равен отношению *противолежащего* катета к *прилежащему*.

$$tg(ABC) = \frac{AC}{CB} = \frac{8}{4} = 2$$

$tg(180 - a) = 2 \rightarrow$ По формуле привидения:

$$-tg(a) = 2$$

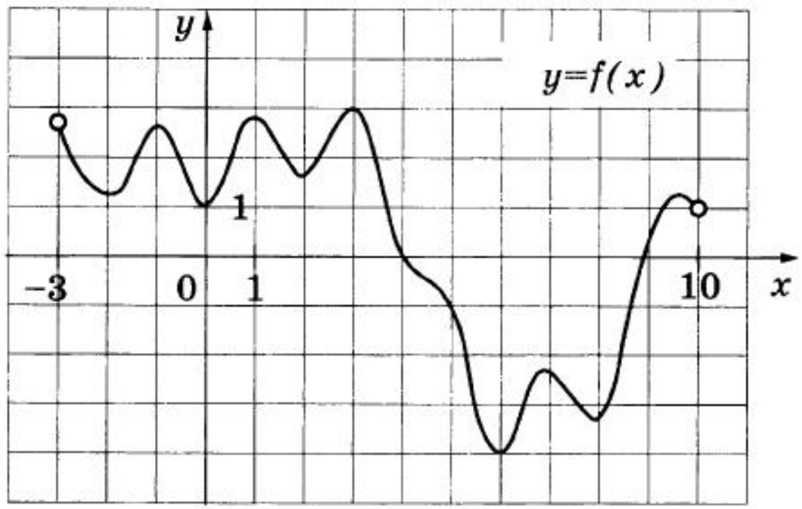
$$tg(a) = -2$$

6) $f'(x_0) = tg(a) = -2$

Ответ: -2

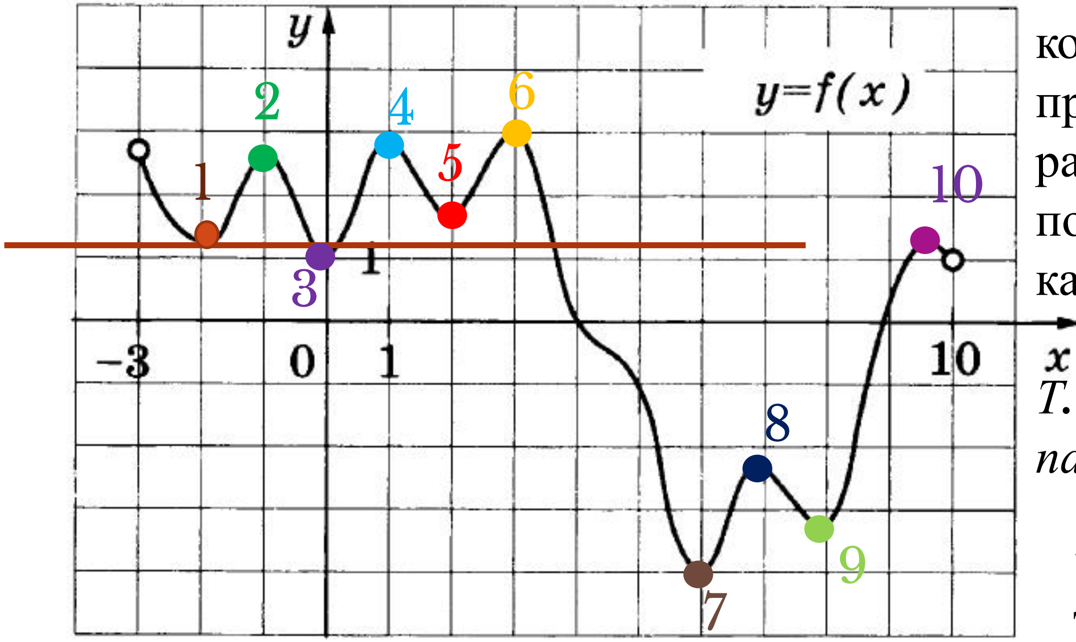
Вариант 6

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 10)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ:____________________.

Решение



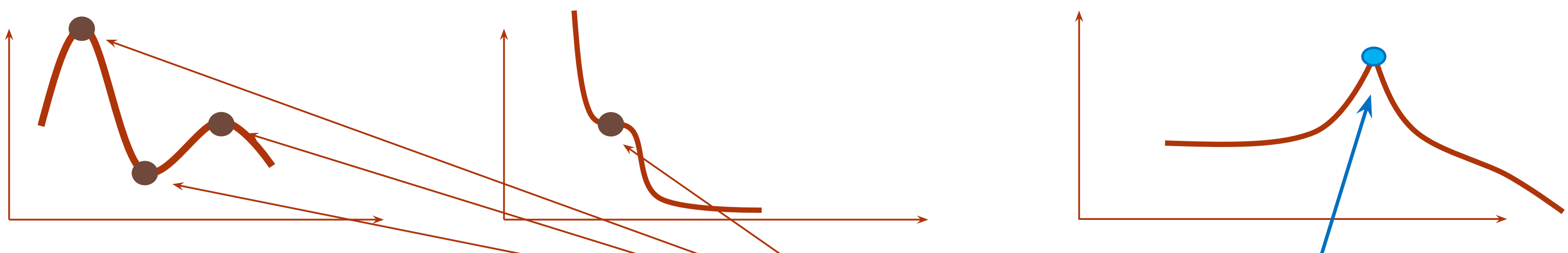
1) Производная функции в точке будет рана нулю при том случае, когда *коэффициент* касательной , проведенной к данной точке, будет равен нулю - (*угол* между положительной полуосью *Ox* и касательной будет равен нулю).

Т.е. касательная должна быть параллельна оси Ox

2) Как мы видим по графику данных точек 10.

Ответ: 10

Примечание:

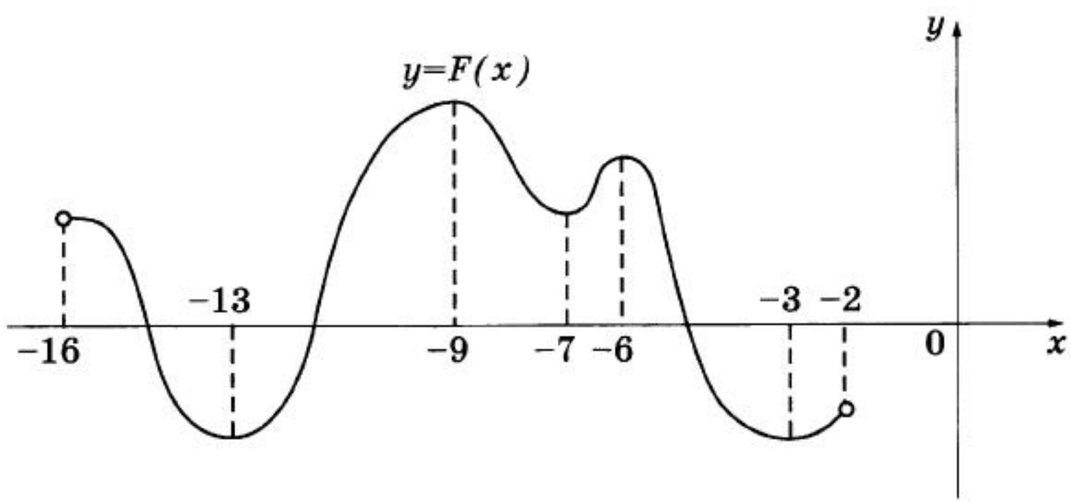


Производная равна нулю в данных точках

Запомните!!!в данной точке производной «НЕ СУЩЕСТВУЕТ»

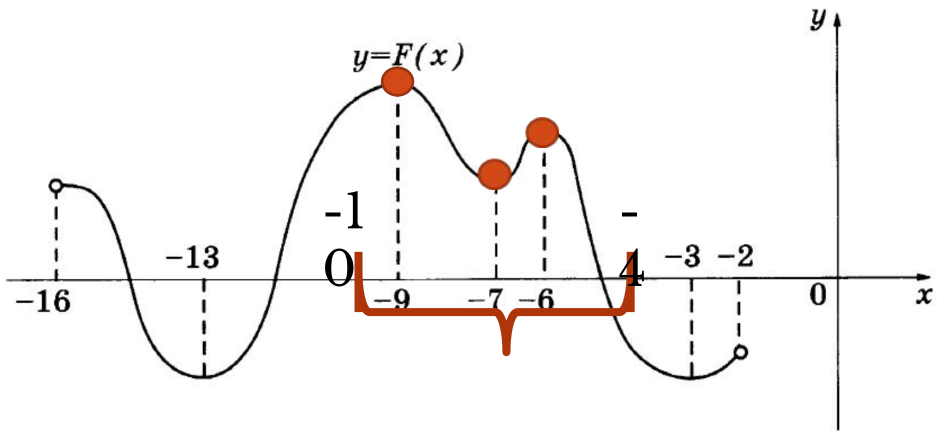
11 вариант

8 На рисунке изображён график первообразной $y = F(x)$ некоторой функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-16; -2)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-10; -4]$.



Ответ:____________________.

Решение



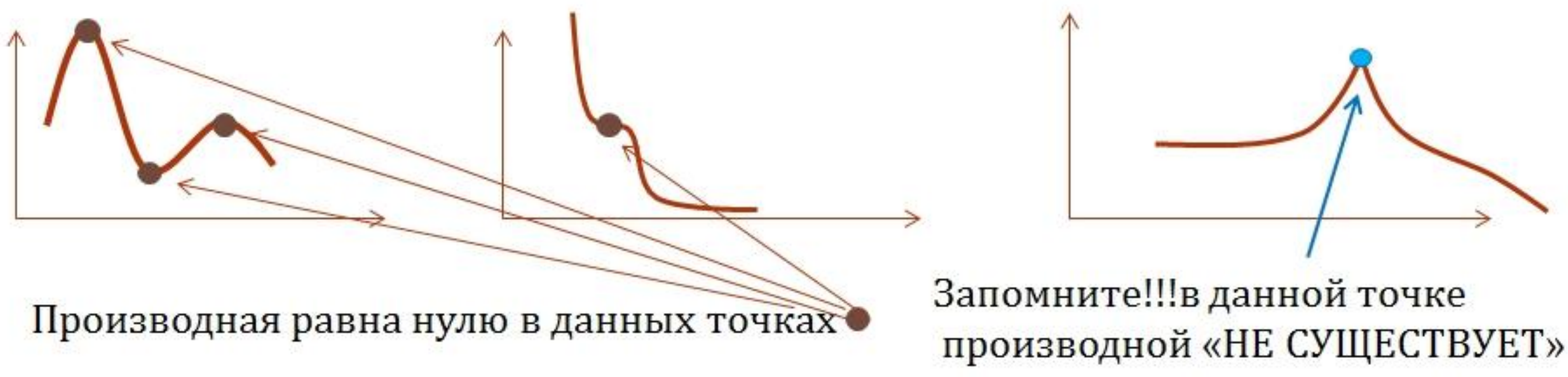
1) Функция $y = F(x)$ является *первообразной* для функции $y = f(x)$, поэтому можно сказать, что функция $y = f(x)$ является *производной* функции $y = F(x)$

$$F'(x) = f(x)$$

2) Вспомним в каких точках производная равна 0.

Вариант 6

Примечание:



3) Нам нужно определить количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке [-10;-4], *т.е. количество точек, где производная функции $y=F(x)$ равна 0.*

4) По рисунку видим, что количество данных точек равно 3.

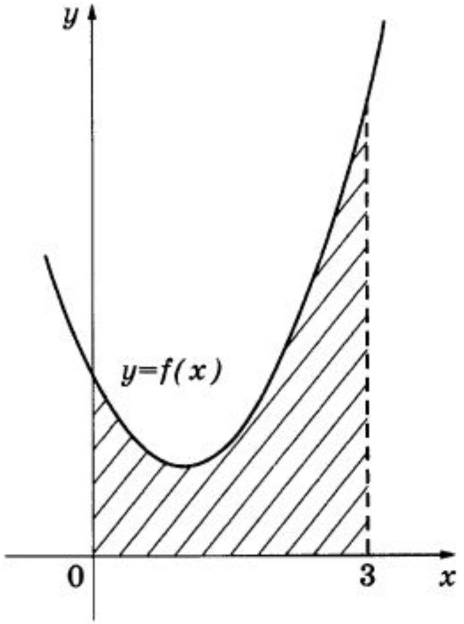
Ответ: 3

Вариант 18

8 На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Одна из первообразных этой функции равна

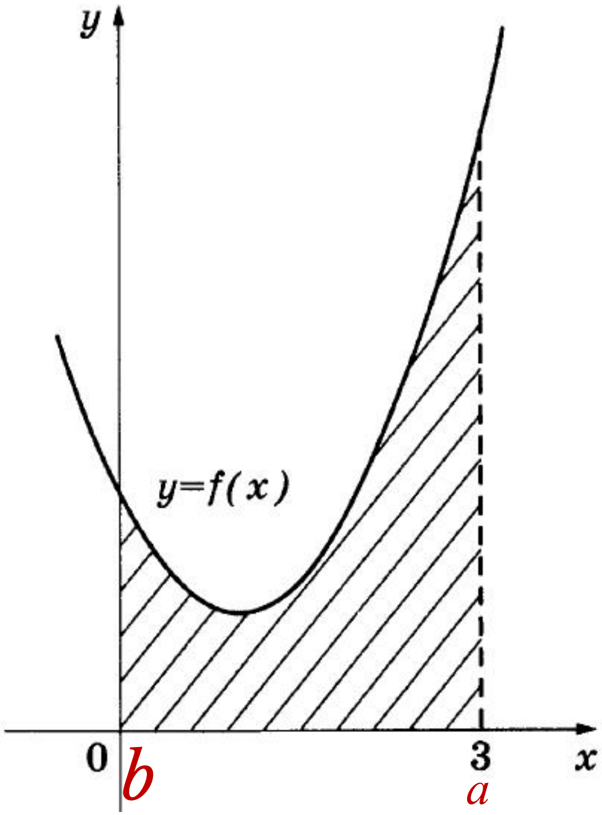
$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x - 3.$$

Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Ответ:____________________.

Решение



1) Площадь $S = \int_b^a f(x)dx = F(a) - F(b)$.
Где $a = 3$, а $b = 0$.

2) $S = \frac{1}{3}a^3 - a^2 + 2a - 3 - \left(\frac{1}{3}b^3 - b^2 + 2b - 3\right) =$

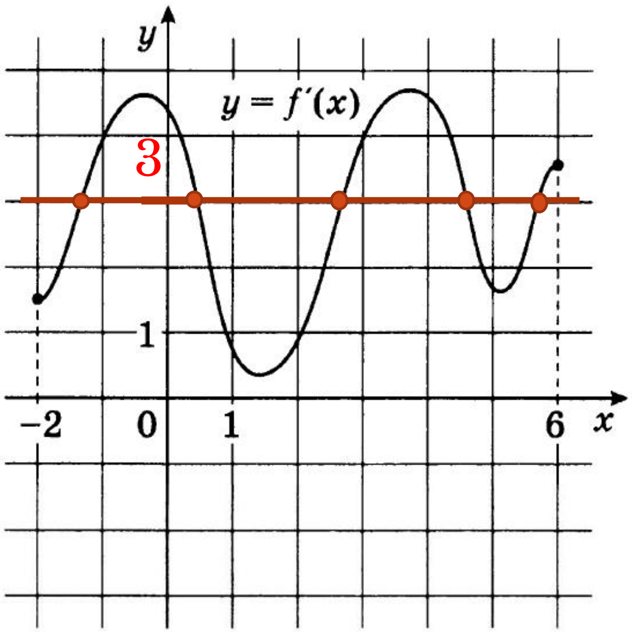
$$= \frac{1}{3}3^3 - 3^2 + 2\cdot 3 - 3 - (-3) = \frac{27}{3} - 9 + 6 - 3 + 3 =$$
$$= 9 - 9 + 6 = 6.$$

Ответ: 6

Вариант 19

8 **Функция** $y = f(x)$ **определена на интервале** $[-2; 6]$**. На рисунке изображён график её производной. Определите, сколько существует касательных к графику функции**

Решение



1) Чтобы решить эту задачу, нужно знать некоторое *Примечание*:

а) Две прямые параллельны между собой если их коэффициенты равны, *например*

$$y = 4x - 3 \text{ и } y = 4x + 23$$

б) Две прямые перпендикулярны между собой, если Их коэффициенты обратно пропорциональны и противоположны по знаку, *например*

$$y = 5x + 6 \text{ и } y = -\frac{1}{5}x + 3$$

2) Нам нужно первое условие а)

3) Нам нужно определить сколько существует касательных к графику функции $y = f(x)$, которые параллельны прямой $y = 3x + 4$ или совпадают с ней.

4) Значит у этих касательных коэффициент будет равен 3, $k = 3$.

5) Как мы знаем значение производной в точке равно коэффициенту касательной

$$f'(x) = k = 3$$

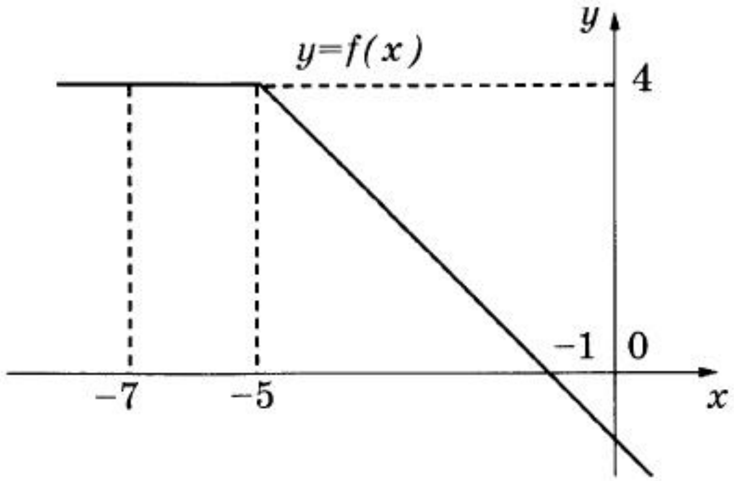
6) Найдем по графику в каких точках производная $f'(x) = 3$.

7)По графику видим, что таких точек *5*

Ответ: *5*

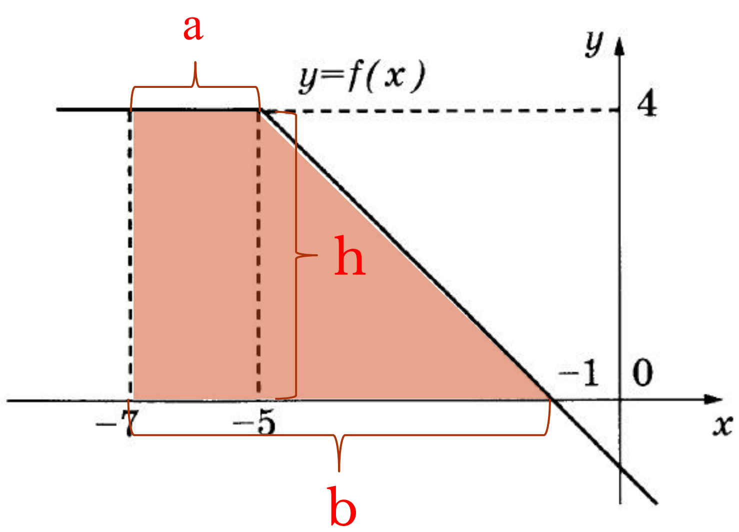
Вариант 26

8 На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определённый интеграл $\int_{-7}^{-1} f(x)dx$.



Ответ:_______________________.

Решение



1) Нам нужно вычислить *определенный интеграл* $\int_{-7}^{-1} f(x)dx$.
Т.е. нам нужно вычислить *площадь закрашенной фигуры*

2) Данная фигура – это *трапеция*.

3) Площадь трапеции

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$a = |-7-(-5)| = |-2| = 2$$

$$b = |-7-(-1)| = |-6| = 6$$

$$h = |4| = 4$$

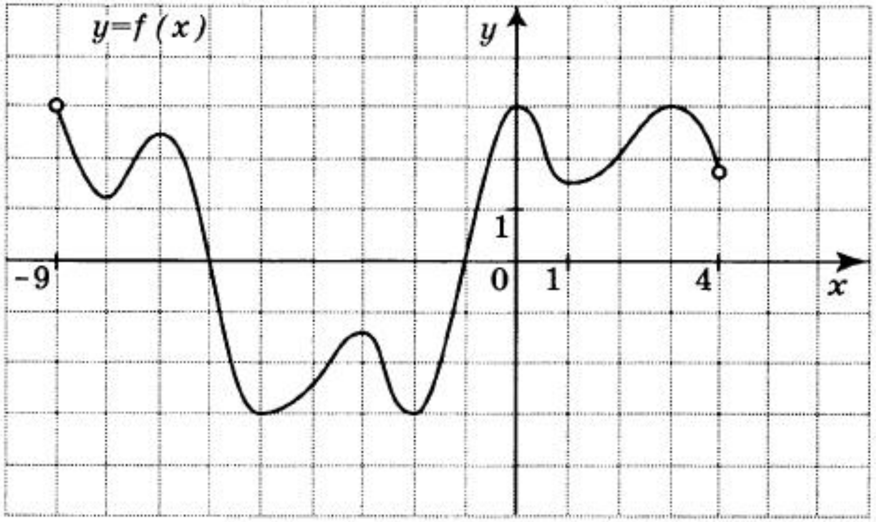
4) По графику видим, что $a = 2, b = 6, h = 4$

5) $S = \frac{2+6}{2} \cdot 4 = \frac{8}{2} \cdot 4 = 4 \cdot 4 = 16$

Ответ: 16

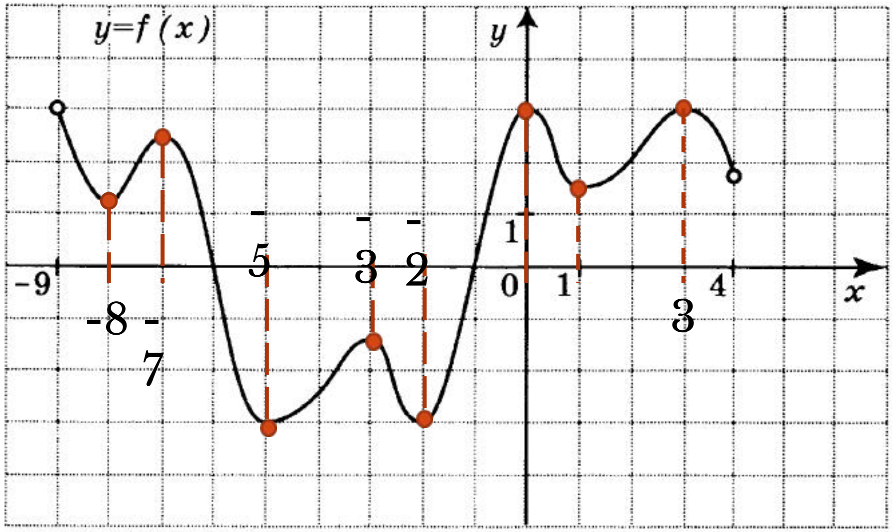
27 вариант

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9;\ 4)$. Найдите сумму абсцисс точек экстремума функции $f(x)$.



Ответ:____________________.

Решение



1) *Экстремумы* – это *максимумы* и *минимумы* функции.
2) Рассмотрим на графике количество данных точек и их абсциссы.

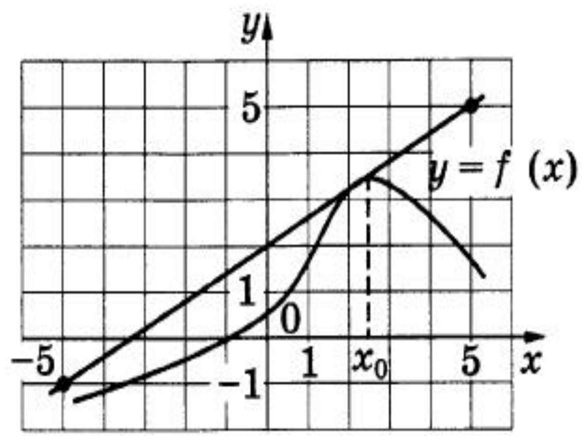
3) По графику мы видим, что количество экстремумов функции восемь и их абсциссы равны: -8; -7;-5;-3;-2;0;1;3

4) Нам нужно найти сумму данных точек:
$S = -8 + (-7) + (-5) + (-3) + (-2) + 0 + 1 + 3 = -21$

Ответ: -21

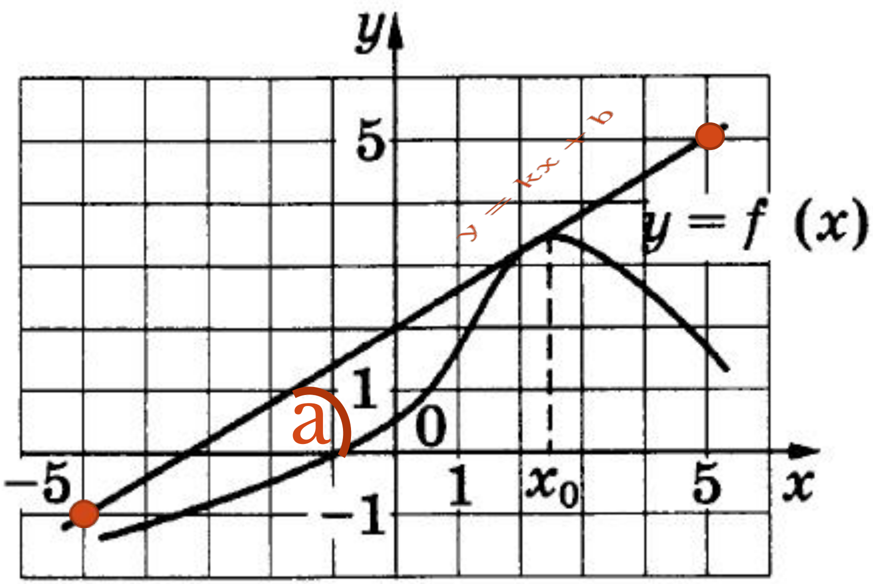
Вариант 32

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Ответ:____________________.

Решение



1) Значение производной функции $f(x)$ равно *коэффициенту* k касательной, проходящей через эту точку и равно $tg(a)$ между положительной полуосью Ох и *касательной.*

$$f'(x) = k = tg(a)$$

2) Решим задачу по k.

3)Касательная проходит через точки (5;5) и (-5;-1).

4) Подставим данные значения в уравнение $y = kx + b$ и решим систему уравнений.

5) Точка (5;5) : $5 = 5k + b$

6) Точка (-5;-1): $-1 = -5k + b$

7) Решаем систему

$$\begin{cases} 5 = 5k + b, \\ -1 = -5k + b; \end{cases} \begin{cases} b = 5 - 5k, \\ -1 = -5k + (5 - 5k); \end{cases} \begin{cases} b = 5 - 5k, \\ -1 = -5k + 5 - 5k; \end{cases} \begin{cases} b = 5 - 5k, \\ -6 = -10k; \end{cases}$$

$k = 0{,}6.$

9) $f'(x) = k = 0{,}6.$

Ответ: 0,6