ЗДРАВСТВУЙТЕ !

Лекция 6. ЭНЕРГИЯ. РАБОТА. МОЩНОСТЬ

6.1. **Работа постоянной и переменной силы**

6.2. **Кинетическая энергия**

6.1. РАБОТА ПОСТОЯННОЙ И ПЕРЕМЕННОЙ СИЛЫ

Понятие энергии является одним из основных понятий физики. С понятием энергии приходится встречаться при рассмотрении ряда технических задач, ибо одной из важнейших проблем техники является получение, передача и использование энергии. В настоящей лекции и последующей за ней будет изложено понятие энергии и показано, как им пользоваться при решении физических задач.

До сих пор мы изучали движение частицы в рамках трех законов динамики Ньютона. При этом для количественного описания движения мы использовали понятие силы. Описание с помощью понятий - **энергия** и **импульс** - является альтернативным описанию движения с помощью силы. Важной особенностью этих величин является то, что они сохраняются. Свойства этих величин сохраняться не только позволяют нам глубже заглянуть в устройство мира, но и дают другой способ решения практических задач.

Законы сохранения энергии и импульса особенно полезны, когда мы имеем дело с системами многих тел, в которых детальное рассмотрение действующих сил представляло бы трудную задачу.

С понятием **энергия** тесно связано понятие **работа**. Поскольку эти величины являются скалярными и не имеют направления, во многих случаях с ними проще иметь дело, чем с векторными величинами. Важная роль энергии обусловлена двумя обстоятельствами.

1) это сохраняющаяся величина,

2) это понятие, которое находит применение не только для изучения механического движения, но и во всех областях физики, а точнее в других науках.

Энергия - универсальная мера различных форм движения и взаимодействия

С различными формами движения материи связывают различные **формы энергии**: **механическую**, **тепловую**, **электромагнитную**, **ядерную** и другие. В одних явлениях форма движения материи не изменяется (например, горячее тело нагревает холодное), в других – переходит в иную форму (например, в результате трения механическое движение превращается в тепловое).

Однако существенно, что во всех случаях **энергия, отданная** (в той или иной форме) **одним телом другому телу**, **равна энергии**, **полученной последним телом**.

Прежде чем рассматривать саму энергию, выясним сначала, что представляет собой **работа.**

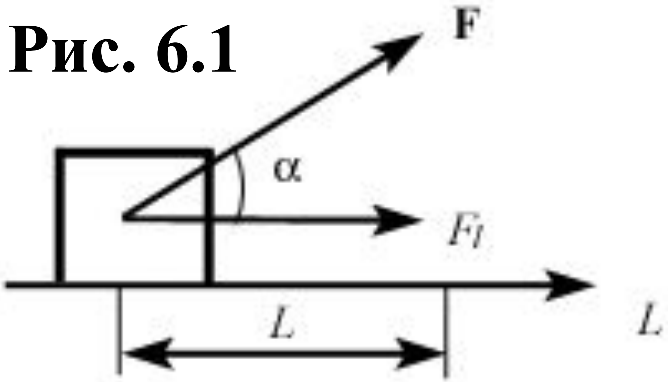
Модель: Нагревание при фрикционном трении

а). Работа, совершаемая постоянной силой

В повседневной жизни слово ***работа*** употребляется в различном смысле. В физике же понятие работа имеет строго определенный смысл. Чтобы количественно характеризовать процесс обмена энергии между взаимодействующими телами в механике вводится понятие

работа силы: **она описывает то, что совершает сила, когда, действуя на тело, она перемещает его на некоторое расстояние.**

Рис. 6.1



В частности, *работа*, совершаемая ***постоянной силой*** ***(как по величине, так и по направлению)*** ***при перемещении частицы, равна произведению проекции силы F_l на направление перемещения***

$$F_l = F \cdot \cos\alpha,$$

умноженной на перемещение точки приложения сил:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{L} = F \cdot L \cdot \cos\alpha = F_{\square} \cdot L$$

$$\textbf{при } \vec{F} = const \qquad (6.1)$$

где F – модуль постоянной силы, L – модуль результирующего перемещения, а α - угол между направлениями силы и перемещения.

Рассмотрим случай, когда сила и перемещение имеют одно и тоже направление, так что $\cos\alpha = 1$ и $A = F \cdot L$.

Например, если вы толкаете шкаф с постоянной горизонтальной силой 200Н и перемещаете его на расстояние 3 метра, то вы совершаете над шкафом работу $(200\text{Н})\cdot(3\text{м}) = 600\ (\text{Н}\cdot\text{м})$.

Из этого примера следует, что в системе СИ работа измеряется в ньютонах, умноженных на метры; для удобства единице измерения работы присвоено специальное название джоуль (Дж): ***Джоуль – это работа, совершаемая силой* 1Н *на расстоянии* 1м *в направлении действия силы:***

$$1\text{Дж} = 1\text{Н}\cdot 1\text{м}.$$

Размерность работы: $[A] = [F]\cdot[L] = \mathbf{M\cdot L^2\cdot T^{-2}}$.

Сила может быть приложена к телу и не совершать при этом работы. Например, если вы держите в руках тяжелую сумку и не двигаетесь, то вы не совершаете работы; вы можете устать (и действительно ваши мускулы расходуют энергию), но, поскольку сумка остается в покое (т.е. перемещение равно нулю), работа **$A = 0$**.

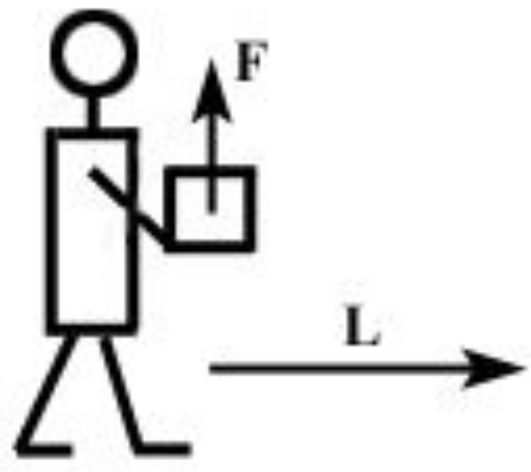


Рис. 6.2

Вы также не совершаете работы, когда несете сумку с продуктами так, как показано на рисунке 6.2, т. е. идете по горизонтальному полу. Для перемещения вашего груза с постоянной скоростью не требуется никакой горизонтальной силы. Однако вы действуете на сумку с силой F направленной вверх и равной ее весу. Но эта сила перпендикулярна горизонтальному перемещению сумки и, следовательно, не влияет на горизонтальное движение; поэтому вертикальная сила не производит работы.

Это согласуется с нашим определением работы (6.1), в самом деле, А = 0, поскольку $\alpha = 90^0$, а $\cos 90^0 = 0$. Таким образом, **когда сила направлена перпендикулярно перемещению, она** ***не совершает работы*** **!!!**

Вычислим работу, совершаемую против силы тяжести при подъеме рюкзака массой 60 кг на холм высотой 5 м.

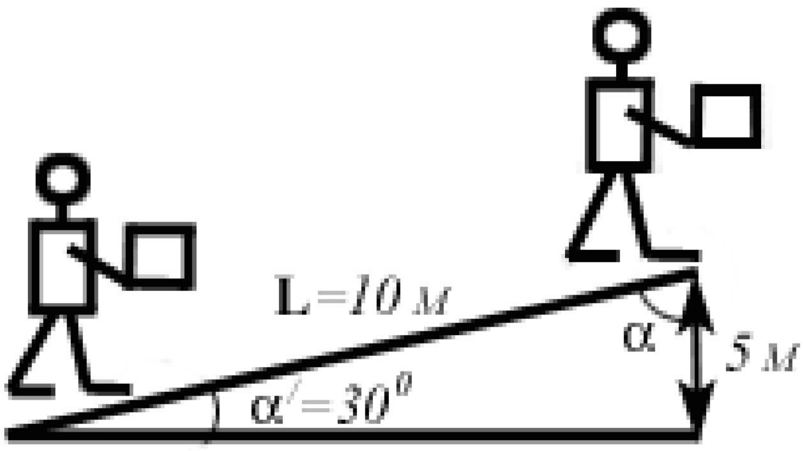


Рис. 6.3

Пренебрегая возможным ускорением, будем считать, что человек прилагает к рюкзаку постоянную силу, направленную вертикально вверх и численно равную силе тяжести, действующей на рюкзак: (60 кг)·(9,8 м/с^2) = 588 Н.

Формула (6.1) может быть переписана в виде $A = F\cdot(L\cdot\cos\alpha)$, а из рис. 6.3 следует, что $L\cdot\cos\alpha = h$. Следовательно, мы имеем $A = F\cdot h = 588\cdot 5 = 2940$ Дж.

!!!Заметим, что работа зависит только от изменения высоты и не зависит от крутизны холма!!!

При вертикальном подъеме рюкзака на такую же высоту h совершается такая же работа. Если угол $\alpha > \pi/2$ (см. рис. 6.1), то сила действует против направления перемещения, $\cos\alpha < 0$ и работа отрицательна.

Как и в случае с силой, когда мы имеем дело с работой, необходимо уточнять, совершается ли работа данным телом, или она совершается над телом.

Существенно также выяснить, производится ли работа какой-либо одной конкретной силой или результирующей сил, действующих на тело.

Полная (результирующая) работа, совершаемая над телом, является алгебраической суммой каждой из сил, действующих на тело; **разумеется, что это полная работа производится равнодействующей всех сил, действующих на тело**. Таким образом, ***работа аддитивна***: $A = A_1 + A_2 + \ldots + A_N$.

Задача 6.1. Пусть вам надо поднять груз массой 15 кг на высоту 1 м (груз поднимаете равномерно, т.е. с постоянной скоростью). Найдите работу, совершаемую человеком над грузом ($A_ч=?$), и полную работу, совершаемую над грузом.

Задача 6.1. Пусть вам надо поднять груз массой 15 кг на высоту 1 м (груз поднимаете равномерно, т.е. с постоянной скоростью). Найдите работу, совершаемую человеком над грузом ($A_ч$=?), и полную работу, совершаемую над грузом ($A_{полн}$).

Как было показано в лекции 5 в механике большое значение имеет ***принцип независимости сил***. Согласно этому принципу, силы и ускорения можно разлагать на составляющие. Так, при движении материальной точки по криволинейной траектории силу $\vec{F}$, которая сообщает точке ускорение, можно разложить на две составляющие – тангенциальную и нормальную, совпадающие по направлению с соответствующими ускорениями точки. Мы видим, что в пределе вектор $\vec{F}_\tau$ направлен по касательной, а вектор $\vec{F}_n$ - соответственно по нормали к траектории. Из приведенного выше определения работы следует, что ее совершает только касательная составляющая силы $\vec{F}_\tau$, а работа нормальной составляющей силы $\vec{F}_n$ равна нулю.

ВЫВОДЫ

1) **работа обладает свойством аддитивности**;

2) **если $\pi/2>\alpha>0$, то $\cos\alpha>0$ – работа положительна**;

3) если $\boldsymbol{\alpha = \pi/2}$, то **работа равна нулю**;

4) если $\boldsymbol{\pi>\alpha>\pi/2}$, то **работа** совершается против действия силы и она **отрицательна**;

5) **центростремительная сила на совершает работы.**

б). Работа, совершаемая переменной силой

В общем случае сила может изменяться как по модулю, так и по направлению, поэтому формулой (6.1) пользоваться нельзя. Например, при старте ракеты с Земли совершается работа против силы тяжести, которая обратно пропорционально квадрату расстояния ракеты до центра Земли. Сила, обусловленная деформацией пружины, возрастает с увеличением этой деформации. ***Как можно рассчитать работу, совершенную переменной силой?***

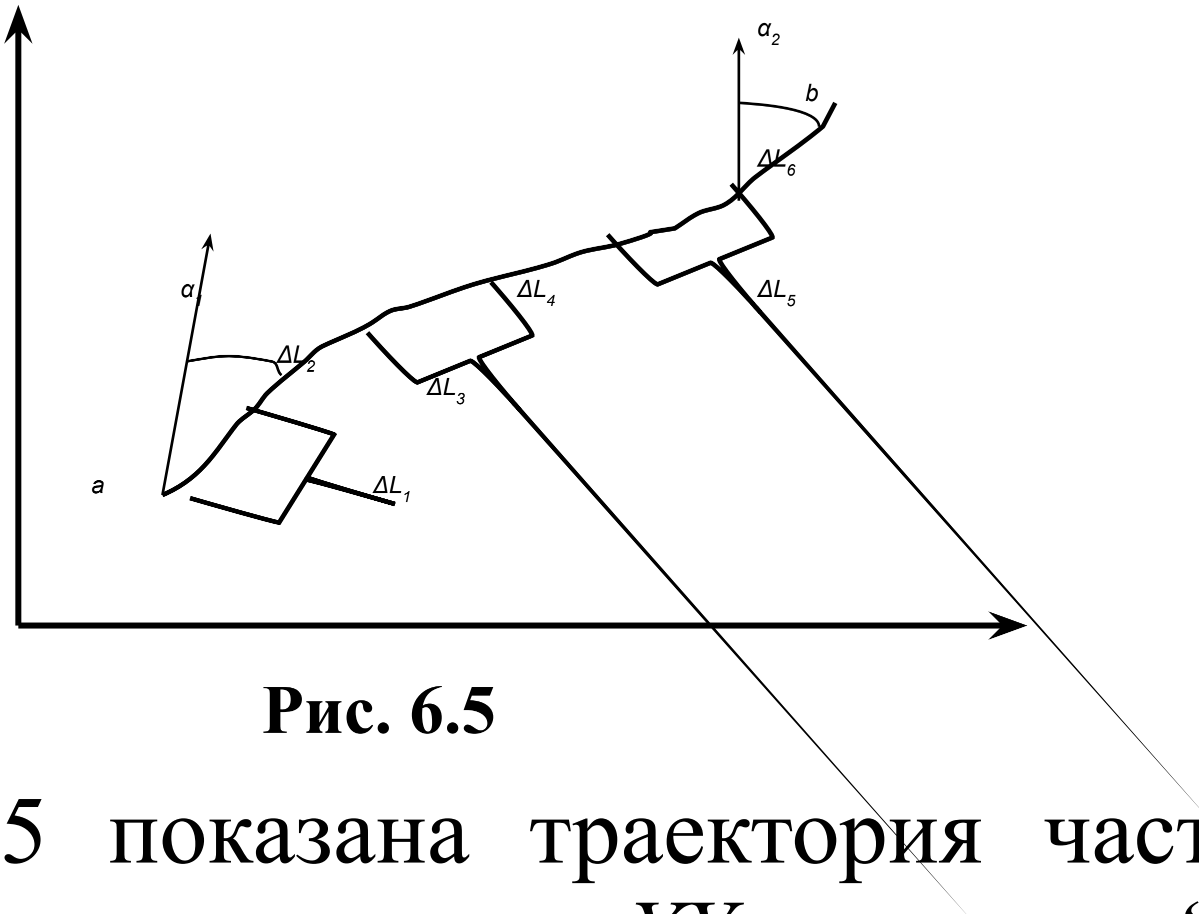


Рис. 6.5

На рис. 6.5 показана траектория частицы, движущейся в плоскости *XY* из точки “*a*” в точку “*b*”. Для вычисления работы на конечном участке пути, разобьем весь путь на малые перемещения и вычислим элементарную работу на каждом из них. (Элементарная работа силы на бесконечно малом перемещении есть произведение модуля силы F на модуль перемещения dL и на косинус угла между ними:

$$\Delta A = F \cdot dL \cdot \cos\alpha = F_{\tau} \cdot dL \qquad (6.2)$$

Иными словами, ***элементарная работа равна произведению тангенциальной составляющей силы на модуль перемещения.***

Сила действует на частицу в любой точки траектории: на рис. 6.5 показана сила, действующая в двух точках и обозначаемая в этих точках соответственно, как $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_5$. В пределах каждого интервала ΔL сила меняется мало и ее можно считать постоянной. Тогда на первом интервале сила совершает элементарную работу ΔA, приближенно (см. 6.1) равную $\Delta A \approx F_1 \cdot \cos\alpha_1 \cdot \Delta L_1$. Работа на втором интервале приближенно равна $F_2 \cdot \cos\alpha_2 \cdot \Delta L_2$ и т.д.

Полная работа при перемещении частицы на полное расстояние $L = \Delta L_1 + \ldots + \Delta L_6$ равна сумме всех таких слагаемых:

$$A \approx \sum_{i=1}^{6} F_i \Delta L_i \cos\alpha_i = \sum F_{\tau_i} \Delta L_i. \qquad (6.3)$$

Строго говоря, здесь возникает некоторая ошибка, зависящая от способа разбиения пути на малые участки. Точный результат получится лишь в пределе, когда путь будет разбит на бесконечно большое число бесконечно малых перемещений.

Представим сумму (6.3) графически (рис. 6.6). Для этого построим зависимость проекции $F_\tau = F \cdot cos\alpha$ от L. Отрезок L разделим на шесть равных частей вертикальными штриховыми линиями. Значения F_τ на каждом отрезке ΔL указываются горизонтальными штриховыми линиями

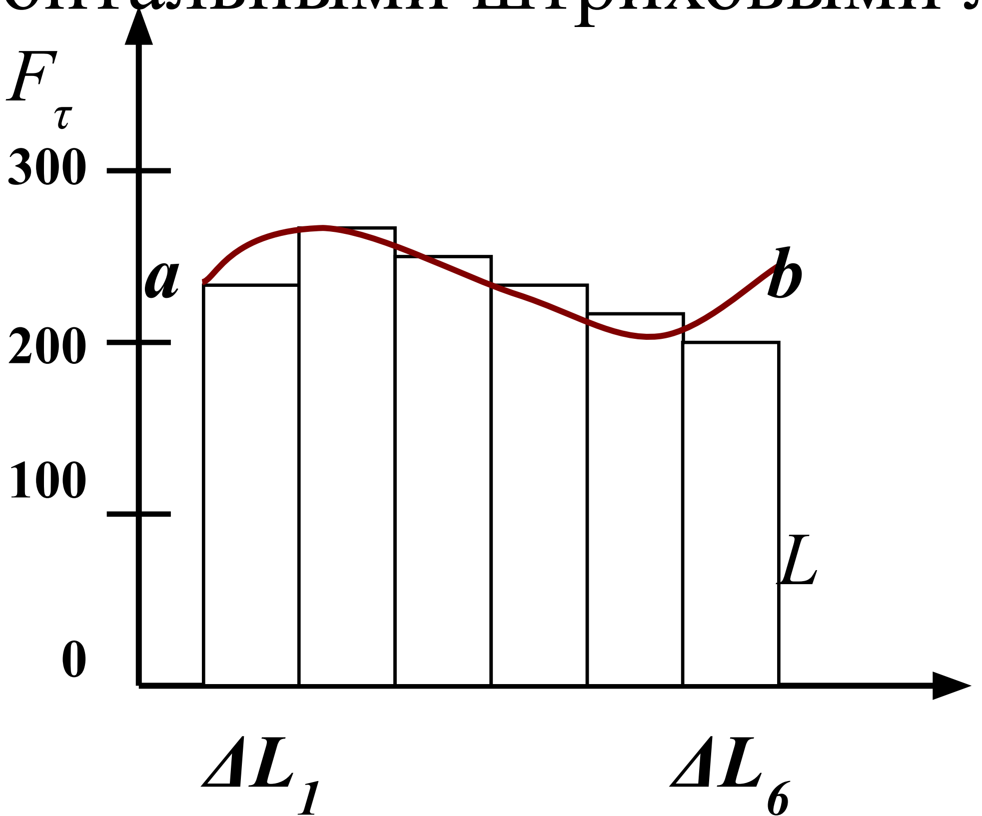


Рис. 6.6.

Каждый из заштрихованных прямоугольников имеет площадь $(F_i \cdot \cos\alpha_i)(\Delta L)$, равную работе, совершенной при перемещении частицы на ΔL_i . Таким образом, определяемая выражением (6.3) работа равна сумме площадей всех прямоугольников.

Если траекторию разбить на большее число отрезков, так что длина ΔL_i станет меньше, то по формуле (6.3) мы определим работу более точно (при этом предположение о том, что сила F_τ постоянна на каждом отрезке ΔL_i оказывается еще более справедливым).

Если устремить длину каждого отрезка ΔL_i к нулю (т.е. получить бесконечное число отрезков разбиения), то мы найдем точное значение совершенной работы:

$$A = \lim_{\Delta L_i \to 0} \sum F_i \cdot \cos\alpha_i \cdot dL_i \qquad (6.4)$$

Итак, *работа, совершаемая переменной силой при перемещении частицы от одной точки до другой, численно равна площади под кривой зависимости $F \cdot \cos\alpha$ от L между этими двумя точками “a” и “b”.*

$$A = \int_a^b F \cdot \cos\alpha \, dL = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{L}$$

Выражение (6.4) наиболее общее определение работы. Интеграл, входящий в формулу (6.4), называется ***криволинейным интегралом***, т.к. он представляет собой интеграл от функции $F \cdot \cos\alpha$ вдоль линии, которая представляет собой траекторию тела (формула (6.1) представляет собой частный случай (6.4) – для работы постоянной силы). ***В общем случае этот интеграл зависит от формы и длины траектории***.

в). Мощность

Чтобы охарактеризовать скорость совершения работы, вводят понятие ***мощности.***

Средней мощностью **за промежуток времени Δt называется отношение работы, совершенной за это время, к промежутку времени:**

$$\langle N\rangle = \Delta A/\Delta t \qquad (6.5)$$

Мгновенной мощностью **называется предел, к которому стремиться средняя мощность за бесконечно малый промежуток времени:**

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}, \qquad (6.6)$$

Мгновенную мощность можно выразить через силу и мгновенную скорость. Для этого подставим в (6.6) выражение (6.2):

$$N = \frac{dA}{dt} = F \cdot \cos\alpha dL / dt = F_{\tau} \cdot \cos\alpha \cdot V = \vec{F}\vec{V} \qquad \textbf{(6.7.)}$$

Где $\vec{V}$ - вектор мгновенной скорости, V - модуль вектора мгновенной скорости.

Итак, ***мощность равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения силы. Мощность - величина скалярная. Единицей мощности в СИ служит ватт (Вт):*** **1Вт -** ***мощность, при которой за время 1с совершается работа*** **1Дж: 1Вт=1Дж/с:** ***размерность мощности*** **[N]=[A/t]=M·L²·T⁻³.**

Содержание

6.2. КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

Энергия представляет собой одно из наиболее важных понятий в науке. Однако мы не можем дать простого и в тоже время строгого и полного определения энергии всего лишь в нескольких словах. Любой из различных ее видов можно определить весьма просто, и здесь мы определим кинетическую энергию (поступательного) движения, а в следующей лекции и потенциальную (механическую) энергию. В дальнейшем мы рассмотрим другие виды энергии, например, связанные с тепловым движением (во второй части курса данного семестра).

Все виды энергии объединяет то, что их можно определить согласованно друг с другом, т.е. их единицы измерения должны совпадать с единицами измерения работы (сила · расстояние), и таким образом, что сумма всех видов энергии, а именно полная энергия, должна оставаться неизменной, какой бы процесс мы ни рассматривали. Иными словами, энергию можно определить как величину, которая сохраняется.

Если понимать под движением не только простое перемещение, но и любые превращения происходящие в системе, то определение энергии можно сформулировать следующим образом.

Энергия – скалярная величина, являющаяся общей мерой различных форм движения материи.

Для анализа качественно различных форм движения материи и соответствующих взаимодействий, рассматривают различные виды энергии: *механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную, энергию слабых взаимодействий*.

При взаимодействии одно из тел выступает в качестве источника работы, а другое – как объект, над которым совершается работа (молоток – гвоздь, электровоз – вагон, ядро – стена и т.д.). С этих позиций можно дать еще одно определение энергии: ***энергия есть мера работоспособности системы в данных условиях.***

Это простое определение не совсем точно и в действительности не применимо ко всем видам энергии, но его вполне достаточно для механической энергии, которая рассматривается в первой части нашего семестрового курса.

Различают ***кинетическую и потенциальную энергию***. Займемся первой.

Движущееся тело может совершить работу над другим телом, с которым оно соударяется: летящее ядро пушки совершает работу над кирпичной стеной, которую оно проламывает, движущийся молоток производит работу по забиванию гвоздя. В любом из этих случаев движущееся тело действует с определенной силой на второе тело и перемещает его на некоторое расстояние. Движущееся тело обладает способностью совершать работу, и потому можно говорить, что оно обладает энергией.

Энергию механического движения называют кинетической энергией.

Для того, чтобы получить количественное определение кинетической энергии, вычислим работу, которую действительно может совершить движущееся тело. Будем считать, что рассматриваемое тело является материальной частицей или в любом случае может двигаться лишь поступательно. Пусть тело массой *m*, движущееся со скоростью $\vec{V}$, соударяется со вторым телом (над которым оно производит работу) и затем останавливается. Напишем уравнение движения частицы:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}, \tag{6.8}$$

Здесь $\vec{F}$ - результирующая сила, действующая на частицу.

Умножив уравнение (6.8) на перемещение частицы $d\vec{L} = \vec{V} \cdot dt$, получим:

$$m \cdot \vec{a} \cdot \vec{V} \cdot dt = \vec{F} \cdot d\vec{L} \qquad \textbf{(6.9)}$$

Произведение $\vec{V}dt$ представляет собой приращение скорости $d\vec{V}$ за время *dt*. Соответственно

$$m \cdot \vec{a} \cdot \vec{V}dt = m \cdot \vec{V} \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} \cdot dt = m \cdot \vec{V} \cdot d\vec{V} = m \cdot d\left(\frac{V^2}{2}\right) = d\left(\frac{m \cdot V^2}{2}\right) \qquad \textbf{(6.10)}$$

Произведя теперь замену в (6.9), придем к соотношению:

$$d\left(\frac{m \cdot V^2}{2}\right) = \vec{F} \cdot d\vec{L} \qquad \textbf{(6.11)}$$

Если система замкнута, т.е. $\vec{F} = 0$, то $d(m \cdot V^2/2)=0$, а сама величина:

$$T = \frac{m \cdot V^2}{2} = const \qquad \textbf{(6.12)}$$

остается постоянной.

Эта величина называется *кинетической энергией* (можно обозначить: E_K, W_K) *поступательного (трансляционного) движения тела.*

Умножив на m числитель и знаменатель выражения (6.12) и приняв во внимание, что произведение $m \cdot V$ равно импульсу частицы P, выражению для кинетической энергии можно придать вид:

$$T = \frac{P^2}{2 \cdot m} \qquad (6.13)$$

Определение кинетической энергии (6.12) дает количественный смысл представлению о энергии как способности совершать работу. Очень важно и то, что определение кинетической энергии позволяет сравнивать с еще более общим понятием энергии, которая сохраняется в любом процессе.

Мы убедились в том, что движущееся тело может совершать работу. Верно и обратное: чтобы тело приобрело кинетическую энергию, над ним надо совершить работу. Для того, чтобы найти точную взаимосвязь, обратим ход рассуждений. Предположим, что тело массой m движется прямолинейно с начальной скоростью V_1, при чем для равномерного ускорения его скорости V_2 прикладывают силу в направлении, параллельном движению тела, при чем сила действует на расстоянии L. Тогда работа, совершаемая над телом, равна $A=F\cdot L$. ($cos\alpha=1$, т.к. $\vec{F} \parallel \vec{V}$). Используя второй закон Ньютона $F=m\cdot a$ и формулу $V_2^2 = V_1^2 + 2\cdot a\cdot L$, где V_1 и V_2- начальная и конечная скорости соответственно, находим

$$A = F\cdot L = m\cdot a\cdot L = m\cdot\left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2\cdot L}\right)\cdot L, или \qquad \mathbf{(6.14)}$$

$$A = \frac{1}{2}\cdot m\cdot V_2^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot V_1^2 = T_2 - T_1 = \Delta T$$

Таким образом: полная работа, произведенная над телом, равна изменению его кинетической энергии.

Это утверждение иногда называют **теоремой о связи работы и энергии**. Заметим, что, поскольку мы использовали второй закон Ньютона, сила F должна быть результирующей (суммой всех сил, действующих на тело). Поэтому сформулированное выше утверждение справедливо лишь в том случае, когда A - это полная работа, произведенная над телом.

Соотношение между работой и кинетической энергией можно рассматривать с двух точек зрения. С одной стороны, если над телом совершается работа, его кинетическая энергия возрастает. С другой стороны, если у тела имеется кинетическая энергия, оно может совершить работу над каким-то другим телом, и если это происходит, то его собственная кинетическая энергия уменьшается. Это можно выразить иначе: если полная работа А, совершаемая над телом, положительна, то его кинетическая энергия возрастает; если же А отрицательна, то кинетическая энергия убывает. В случае, когда полная работа равна нулю, кинетическая энергия остается постоянной.

Из (6.14) следует, что энергия имеет ту же размерность, что и работа, следовательно, должна иметь те же единицы измерения. Кинетическая энергия, как и работа, является скалярной величиной, кинетическая энергия системы частиц равна скалярной сумме кинетических энергий отдельных частиц, входящих в систему.

Из формулы (6.12) видно, что кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела, т.е. !!! **кинетическая энергия есть функция состояния ее движения !!!**

При выводе формулы (6.14) предполагалось, что движение рассматривается в инерциальной системе отсчета, т.к. иначе нельзя было бы использовать законы Ньютона. В разных инерциальных системах отсчета, движущихся относительно друг друга, скорость тела, а, следовательно, и его кинетическая энергия будут неодинаковы. Таким образом, !!!

кинетическая энергия зависит от выбора системы отсчета!!!

Задача 6.2 Горизонтально расположенная пружина имеет коэффициент упругости (жесткость) k=180 Н/м (рис 6.2.1).

а). Какая работа требуется, чтобы сжать ее из свободного состояния (x=0) до значения x=15,5 см (x-величина деформации пружины)?

б). Если прикрепить теперь к концу пружины груз массой m=1,85 кг, то какова будет его скорость, когда он отделиться от пружины в точке x=0? Трением пренебречь

в). Рассмотрите случай б), считая теперь груз скользящим по полу и принимая коэффициент трения скольжения, равным μ=0,27.

Лекция окончена!

Нагревание при фрикционном трении

Эффект заключается в том, что при относительном движении твердых тел, имеющих контакт, происходит превращение кинетической энергии поступательного или вращательного движения во внутреннюю тепловую энергию беспорядочного движения микрочастиц поверхностных слоев трущихся пар.

Возврат