

***ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ СИНУСОМ,  
КОСИНУСОМ И ТАНГЕНСОМ  
ОДНОГО И ТОГО ЖЕ УГЛА***

# Зависимость между синусом и косинусом

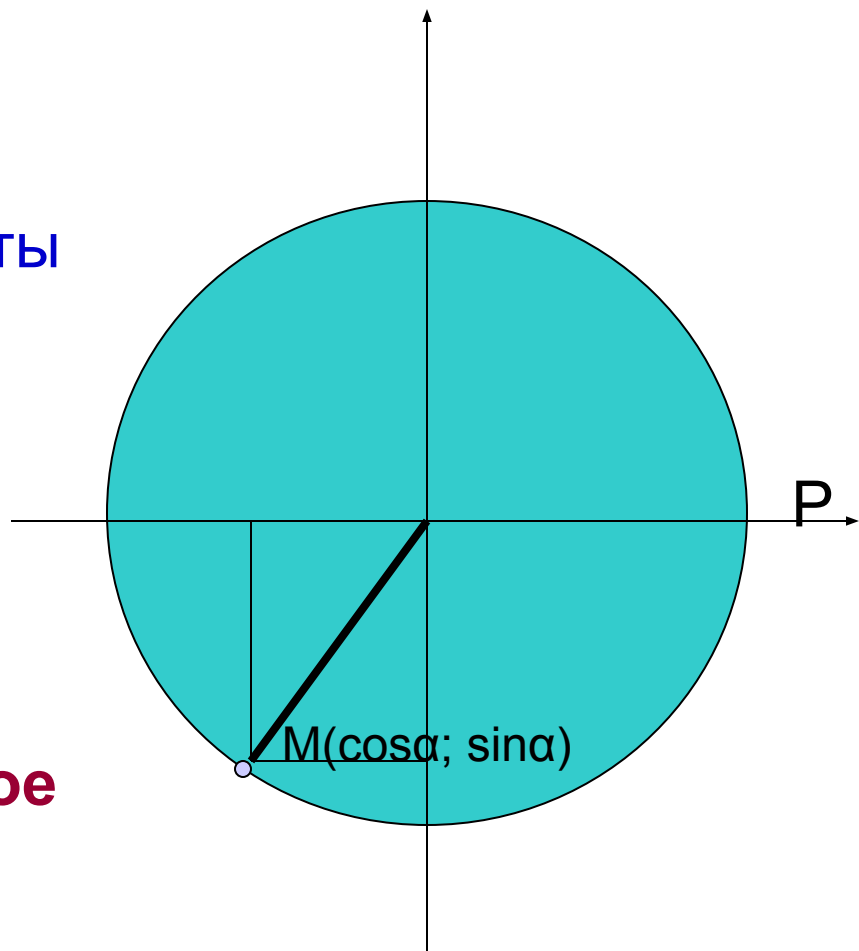
■ По определению:

$$y = \sin \alpha, \quad x = \cos \alpha$$

М - принадлежит единичной окружности, значит её координаты  $(x; y)$  удовлетворяют уравнению  $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

**Основное тригонометрическое тождество**



$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

Из равенства

выразим  $\sin\alpha$  через  $\cos\alpha$

и  $\cos\alpha$  через  $\sin\alpha$

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$$

$$\sin\alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$$

$$\cos\alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$$

1) Вычислите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$

$$\text{и } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$$

Воспользуемся формулой  $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$

Т.к  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ , то  $\sin \alpha < 0$ ,

поэтому знак будет "-".

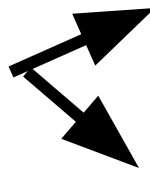
$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}$$

## Зависимость между тангенсом и котангенсом

Перемножая равенства  
получим:

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cancel{\sin \alpha} \cancel{\cos \alpha}}{\cancel{\cos \alpha} \cancel{\sin \alpha}} = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

## *Зависимость между тангенсом и косинусом*

- Разделив обе части равенства  $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$  на  $\cos^2\alpha$ , предполагая, что  $\cos\alpha \neq 0$ . Получаем:

$$\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}, \text{ откуда}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

№2. Вычислить  $\operatorname{tg}\alpha$ , если  $\cos\alpha = -3/5$  и  $\pi/2 < \alpha < \pi$

■ Из формулы

$$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

■ Получаем:  $\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 =$   
 $= 1: (-3/5)^2 - 1 = 16/9$

Тангенс во второй четверти отрицателен, зн.  
 $\operatorname{tg}\alpha = -4/3$



*Дома:*

■ *П.25*

*№ 457*

*№ 458*