

Решаем задание №20
(базовый уровень)

1. Условие:

Из книги выпало несколько идущих подряд листов. Номер последней страницы перед выпавшими листами — 498, номер первой страницы после выпавших листов записывается теми же цифрами, но в другом порядке. Сколько листов выпало из книги?



Решение:

1) В первую очередь узнаем номер первой страницы после выпавших листов.

Из цифр числа 498 можно составить следующие возможные комбинации чисел: 489, 894, 849, 948, 984.

Страница 489 нам не подходит, так как меньше 498, а этого быть не может.

Мы знаем, что первая страница в книге после выпавших листов будет всегда нечетной, поэтому 894, 948 и 984 нам так же не подходят.

Вывод: первая страница после выпавших листов — 849.

2) Определим количество выпавших страниц:

$$849 - 498 - 1 = 350 \text{ страниц.}$$

3) Осталось узнать, сколько листов выпало из книги:

$$350 : 2 = 175 \text{ листов.}$$

Ответ: 175

2. Условие:

Из книги выпало несколько идущих подряд листов. Номер последней страницы перед выпавшими листами — 326, номер первой страницы после выпавших листов записывается теми же цифрами, но в другом порядке. Сколько листов выпало из книги?

Решение:

1) В первую очередь узнаем номер первой страницы после выпавших листов.

Из цифр числа 326 можно составить следующие возможные комбинации чисел: 362, 236, 263, 623, 632.

Страницы 236 и 263 нам не подходят, так как меньше 326, а этого быть не может.

Мы знаем, что первая страница в книге после выпавших листов будет всегда нечетной, поэтому 362, и 632 нам так же не подходят.

Вывод: номер первой страницы после выпавших листов — 623.

2) Определим количество выпавших страниц:

$$623 - 326 - 1 = 296 \text{ страниц.}$$

3) Осталось узнать, сколько листов выпало из книги:

$$296 : 2 = 148 \text{ листов.}$$

Ответ: 148



3. Условие:

Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит 3800 рублей, а за каждый следующий метр будет платить на 1500 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 6 метров?

Решение:

Хозяин должен будет заплатить рабочим за колодец глубиной 6 метров:

$$3800 + (3800 + 1500) + (3800 + 1500 + 1500) + (3800 + 1500 + 1500 + 1500) + \dots + (3800 + 1500 \cdot 5) = 3800 \cdot 6 + 1500 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 22800 + 1500 \cdot 15 = 22800 + 22500 = 45300 \text{ рублей.}$$

Ответ: 45300

4. Условие:

Список заданий викторины состоял из 50 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 9 очков, за неправильный ответ с него списывали 14 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 207 очков, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?

Решение:

Пусть ученик дал X — правильных ответов, Y — неправильных ответов ($Y \geq 1$, так как ученик по крайней мере один раз ошибся), Z раз не дал ответа.

Всего вопросов в викторине — 50, тогда получим следующее 1-ое уравнение: $X + Y + Z = 50$.

В результате викторины ученик набрал 207 очков (за правильный ответ получал 9 очков; за неправильный с него списывали 14 очков; при отсутствии ответа давали 0 очков), поэтому второе уравнение примет следующий вид: $9X - 14Y + 0Z = 207$.

В итоге имеем следующую систему с тремя переменными:

$$\begin{cases} X + Y + Z = 50 \\ 9X - 14Y + 0Z = 207 \end{cases}$$

Из второго уравнения:

$$9X - 14Y + 0Z = 207 \Rightarrow 9X - 14Y = 207 \Rightarrow 9X - 207 = 14Y \Rightarrow 9(X - 23) = 14Y \Rightarrow$$

Мы видим, что левая часть, получившегося уравнения, делится на 9, а это значит, что и правая часть делится на 9, то есть $14Y$ делится на 9.

Рассмотрим следующие случаи:

$$1. Y = 9, \text{ тогда } 9(X - 23) = 14Y = 14 \cdot 9 \Rightarrow 9(X - 23) = 126 \Rightarrow X - 23 = 14 \Rightarrow X = 37. \text{ Тогда } 37 + 9 + Z = 50 \Rightarrow Z = 4$$

$$2. Y = 18, \text{ тогда } 9(X - 23) = 14Y = 14 \cdot 18 \Rightarrow 9(X - 23) = 252 \Rightarrow X - 23 = 28 \Rightarrow X = 51. \text{ Тогда } 51 + 18 + Z \neq 50 \Rightarrow \text{пришли к противоречию условиям задачи.}$$

Делаем вывод, что ученик дал 37 правильных ответа.

Ответ: 37

5. Условие:

Взяли несколько досок и распилили их. Всего сделали 10 поперечных распилов, в итоге получилось 17 кусков. Сколько досок взяли?



Решение:

Возьмем одну доску и распилим её 10-ью поперечными распилами. В итоге получим 11 кусков.

Теперь возьмем две доски и распилим их 10-ью поперечными распилами (произвольным образом). В итоге получим 12 кусков.

Возьмем три доски и распилим их 10-ью поперечными распилами (произвольным образом). В итоге получим 13 кусков.

и т.д.

Получаем закономерность: при распиливании X досок 10-ью поперечными распилами, получаем $(10 + X)$ кусков.

На основе данной закономерности и условий задачи получаем следующее уравнение, где X — количество досок, которые необходимо распилить:

$$10 + X = 17$$

$$X = 7 \text{ досок}$$

Ответ: 7

6. Условие:

Взяли несколько досок и распилили их. Всего сделали 5 поперечных распилов, в итоге получилось 23 куска. Сколько досок взяли?

Решение:

Возьмем одну доску и распилим её 5-ью поперечными распилами. В итоге получим 6 кусков.

Теперь возьмем две доски и распилим их 5-ью поперечными распилами (произвольным образом). В итоге получим 7 кусков.

Возьмем три доски и распилим их 5-ью поперечными распилами (произвольным образом). В итоге получим 8 кусков.

и т.д.

Получаем закономерность: при распиливании X досок 5-ью поперечными распилами, получаем $(5 + X)$ кусков. На основе данной закономерности и условий задачи получаем следующее уравнение, где X — количество досок, которые необходимо распилить:

$$5 + X = 23$$

$$X = 18 \text{ досок}$$

Ответ: 18

7. Условие:

Десять столбов соединены между собой проводами так, что от каждого столба отходит ровно 9 проводов. Сколько всего проводов протянуто между этими десятью столбами?

Решение:

От каждого столба отходит ровно 9 проводов, получается, что всего $10 \cdot 9 = 90$ соединения. Учтём, что два столба связаны друг с другом одним проводом, а это значит, что всего между этими десятью столбами будет протянуто проводов в два раза меньше, чем соединений, то есть $90 : 2 = 45$ проводов.

Ответ: 45

8. Условие:

В магазине бытовой техники объём продаж холодильников носит сезонный характер. В январе было продано 10 холодильников, и в три последующих месяца продавали по 10 холодильников. С мая продажи увеличивались на 15 единиц по сравнению с предыдущим месяцем. С сентября объём продаж начал уменьшаться на 15 холодильников каждый месяц относительно предыдущего месяца. Сколько холодильников продал магазин за год?



Решение:

1. Определим объём продаж холодильников в каждом месяце: январь — 10; февраль — 10; март — 10; апрель — 10; май — 25 (10+15); июнь — 40 (25+15); июль — 55 (40+15); август — 70 (55+15); сентябрь — 55 (70-15); октябрь — 40 (55-15); ноябрь — 25 (40-15); декабрь — 10 (25-15);
2. Чтобы найти объём продаж холодильников за год, просуммируем месячные продажи: $10 + 10 + 10 + 10 + 25 + 40 + 55 + 70 + 55 + 40 + 25 + 10 = 360$.

Ответ: 360 холодильников

Решите самостоятельно

1. Условие:

Список заданий викторины состоял из 33 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 7 очков, за неправильный ответ с него списывали 12 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 70 очков, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?

2. Условие:

Взяли несколько досок и распилили их. Всего сделали 8 поперечных распилов, в итоге получилось 19 кусков. Сколько досок взяли?

3. Условие:

Семь столбов соединены между собой проводами так, что от каждого столба отходит ровно 6 проводов. Сколько всего проводов протянуто между этими семью столбами?

ОТВЕТЫ:

Вариант 1:

1. Ответ: 22

2. Ответ: 11

3. Ответ: 21

Вариант 2:

1. Ответ: 16

2. Ответ: 5

3. Ответ: 28