Основные показатели безотказности

- ***вероятность безотказной работы;***
- ***плотность распределения отказов;***
- ***интенсивность отказов;***
- ***средняя наработка до отказа.***

Схема испытаний

- *Пусть на испытания поставлено N одинаковых серийных объектов.*
- $T = \{0, t1, \dots tN\} = \{t\}$ – случайная величина наработки объекта до отказа;
- $N(t)$ – число объектов, работоспособных к моменту наработки t;
- $n(t)$ – число объектов, отказавших к моменту наработки t;
- $\Delta n(t, t+\Delta t)$ – число объектов, отказавших в интервале наработки $[t, t+\Delta t]$;
- Δt – длительность интервала наработки.

1. Вероятность безотказной работы

Статистическая оценка

$$\hat{P}(t) = \frac{N(t)}{N}$$

Поскольку *N(t)* = *N* - *n(t)*, то

$$\hat{P}(t) = 1 - \frac{n(t)}{N} = 1 - \hat{Q}(t)$$

Вероятностное определение

$$P(t) = P\{T \geq t\}$$

$$Q(t) = P\{T < t\}$$

$$Q(t, t + \Delta t) = 1 - P(t, t + \Delta t) = \frac{P(t) - P(t + \Delta t)}{P(t)}$$

2. Плотность распределения отказов

Статистическая оценка

$$\hat{f}(t) = \frac{\Delta n(t, t+\Delta \mathrm{t})}{\mathrm{N}\Delta \mathrm{t}} [\text{ед.наработки}^{-1}]$$

Поскольку $\Delta n(t, t + \Delta t) = n(t + \Delta t) - n(t)$

$$\hat{f}(t) = \frac{\Delta n(t+\Delta t) - n(t)}{N\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}(\hat{Q}(t+\Delta t) - \hat{Q}(t)) = \frac{\hat{Q}(t, t+\Delta t)}{\Delta t}$$

Вероятностное определение

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\hat{Q}(t, t+\Delta t)}{\Delta t} = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{d[1-P(t)]}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}$$

Поскольку Q(t) = P{T < t}, то

$$Q(t) = P\{0 < T < t\} = P\{T \in (0, t)\} = \int_0^t f(t)dt$$

$$P(t) = P\{t \le T < \infty\} = \int_t^\infty f(t)dt$$

$$\int_0^\infty f(t)dt = \int_0^t f(t)dt + \int_t^\infty f(t)dt = Q(t) + P(t) = 1$$

3. Интенсивность отказов

Статистическая оценка

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{\Delta n(t, t+\Delta t)}{N(t)\Delta t}[\text{ед.наработки}^{-1}]$$

Вероятностная оценка

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{\Delta n(t, t+\Delta t)}{N(t)\Delta t} \cdot \frac{N}{N} = \frac{\Delta n(t, t+\Delta t)}{N\Delta t} \cdot \frac{N}{N(t)}$$

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{\hat{Q}(t, t+\Delta t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\hat{P}(t)}$$

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\hat{Q}(t, t+\Delta t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\hat{P}(t)} = \frac{dQ(t)}{dt} \cdot \frac{1}{P(t)} = \frac{f(t)}{P(t)}$$

Уравнение связи показателей надежности

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$$

$$dP(t)/dt = -\lambda(t) \cdot P(t)$$

умножив обе части на *dt / P(t)*, получим *dP(t) / P(t) = -λ(t) dt.*

Интегрируя от *0* до *t* и принимая во внимание, что при *t= 0* ВБР объекта *P(0) = 1*, получаем

$$\int_0^t \frac{dP(t)}{P(t)} = \ln P(t)\Big|_0^t = \ln P(t) = -\int_0^t \lambda(t)dt$$

Откуда уравнение связи основных показателей надежности имеет вид:

$$P(t) = \exp\{-\int_0^t \lambda(t)dt\}$$

Величина λ *(t) dt* – есть вероятность того, что элемент, безотказно проработавший в интервале наработки [*0, t*], откажет в интервале [*t, t* + *dt*].

Уравнение связи показывает, что все показатели надежности *P(t), Q(t), f(t)* и λ *(t)* равноправны в том смысле, что зная один из них, можно определить другие.

4. Средняя наработка до отказа

Статистическая оценка

$$\hat{T}_0 = \frac{1}{N}\sum_{1}^{N} t_i$$

где ti – наработка до отказа i-го объекта.

При *вероятностном определении* средняя наработка до отказа представляет собой ***математическое ожидание (МО)*** случайной величины *T* и определяется:

$$T_0 = M\{T\} = \int_0^\infty t \cdot f(t)dt$$

Используя выражение для плотности распределения отказов

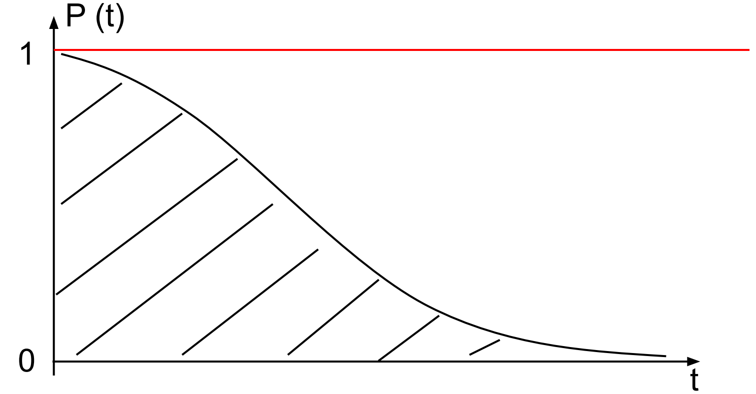
$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt}$$

и интегрирование по частям

$$T_0 = \int_0^\infty P(t)dt$$

с учетом того, что P(0) = 1, P(∞) = 0.

средняя наработка до отказа геометрически интерпретируется как площадь под кривой *P(t)*



На практике также представляют интерес *условные средние наработки:*

1) *средняя полезная наработка* ($T_{0|t\le t1}$) определенная при условии, что при достижении наработки *t1* все оставшиеся работоспособными объекты снимаются с эксплуатации;

2) *средняя продолжительность предстоящей работы* ($T_{0|t>t1}$) при условии, что объект безотказно работал на интервале (*0, t1*).

Причины использования этих показателей:

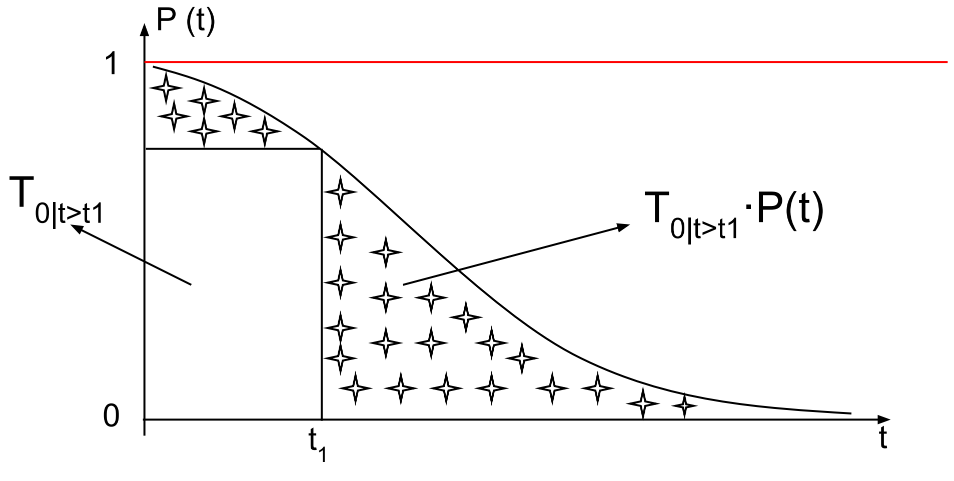
1. Высоконадежные объекты (элементы электронных схем), как правило, эксплуатируются меньший срок чем T_0 ($t_{экс} < T_0$), т. е. заменяются по причине морального старения раньше, чем успевают наработать T_0.
2. Часто для указанных объектов сокращают период испытаний (проводят до наработок соответствующих их моральному старению), поэтому T_0 в таком случае понимают как среднюю наработку, которая имела бы место в действительности, если бы ИО оставалась такой, какой она была в начальный период испытаний.

средняя полезная наработка $T_{0|t \le t1}$

$$T_{0|t \le t_1} = \int_0^{t_1} P(t)dt$$

средняя продолжительность предстоящей работы $T_{0|t>t1}$

$$T_{0|t>t_1} = M\{T - t_1\} = \frac{1}{P(t_1)} \int_{t_1}^{\infty} P(t)dt$$

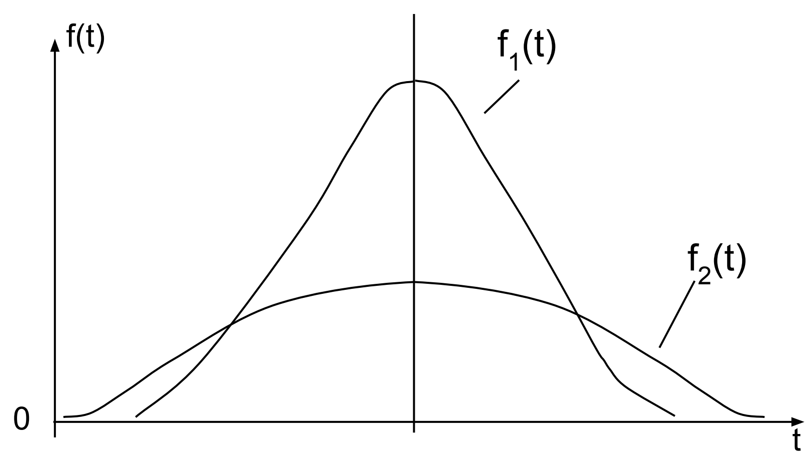


В то же время средняя наработка не может полностью характеризовать безотказность объекта.

Так при равных средних наработках до отказа T_0 надежность объектов 1 и 2 может весьма существенно различаться. Очевидно, что в виду большего рассеивания наработки до отказа (кривая ПРО *f2(t)* ниже и шире), объект 2 менее надежен, чем объект 1.

Поэтому для оценки надежности объекта необходимо еще знать и показатель рассеивания случайной величины $T = \{t\}$, около средней наработки T_0.

К числу показателей рассеивания относятся *дисперсия и среднее квадратичное отклонение (СКО) наработки до отказа.*



Дисперсия случайной величины наработки:

статистическая оценка

$$\hat{D} = \frac{1}{N-1}\sum_{1}^{N}(t_i - \hat{T}_0)^2$$

вероятностное определение

$$D = D\{T\} = M\{(T - T_0)^2\} = \int_{0}^{\infty}(t - T_0)^2 f(t)dt$$

СКО случайной величины наработки:

$$\hat{S}^2 = \hat{D}$$

$$S^2 = D\{T\}$$

Средняя наработка до отказа T_0 и СКО наработки S имеют размерность [ед. наработки], а дисперсия D - [ед. наработки^2].