

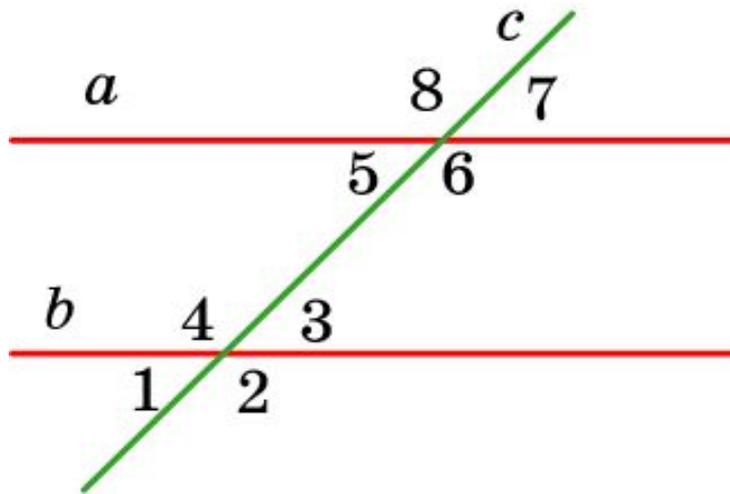
Параллельные прямые

Две прямые на плоскости называются **параллельными**, если они не пересекаются, т.е. не имеют общих точек.

Параллельность прямых обозначается знаком \parallel .

Если прямые a и b параллельны, то пишут $a \parallel b$.

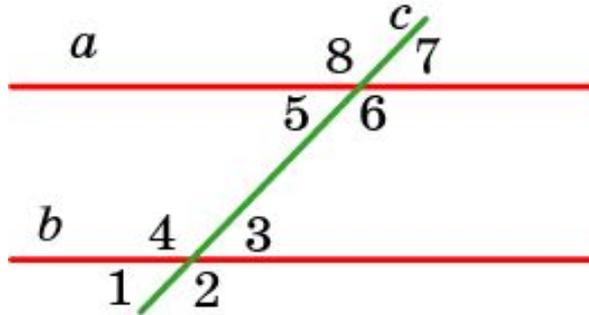
Пусть a и b – две прямые и c – пересекающая их третья прямая, называемая **секущей**. Обозначим углы, образованные этими прямыми, цифрами 1, ..., 8, как показано на рисунке.



Углы 1 и 5, 4 и 8, 2 и 6, 3 и 7 называются **соответственными**;
углы 3 и 5, 4 и 6 называются **внутренними накрест лежащими**;
углы 4 и 5, 3 и 6 называются **внутренними односторонними**.

Теорема 1

Теорема. (Признак параллельности двух прямых.) Если при пересечении двух прямых третьей прямой, внутренние накрест лежащие углы равны, то эти две прямые параллельны.



Следствие 1. Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны, то эти две прямые параллельны.

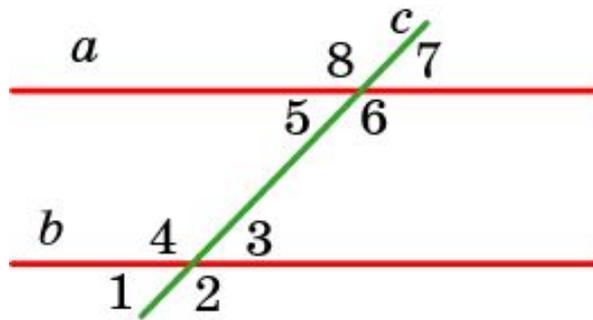
Следствие 2. Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние односторонние углы составляют в сумме 180° , то эти две прямые параллельны.

Следствие 3. Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые параллельны.

Аксиома параллельных

Аксиома параллельных. Через точку, не принадлежащую данной прямой, проходит не более одной прямой, параллельной данной.

Теорема. Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то внутренние накрест лежащие углы равны.



Следствие 1. Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то соответственные углы равны.

Следствие 2. Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то внутренние односторонние углы составляют в сумме 180° .

История параллельных

Вопрос о количестве прямых, проходящих через данную точку и параллельных данной прямой, имеет давнюю и интересную историю. Среди аксиом в "Началах" Евклида пятый по счету постулат по своему содержанию совпадает с аксиомой параллельности: "Через точку, взятую вне данной прямой, можно провести не более одной прямой, параллельной этой прямой".

На протяжении двух тысячелетий после Евклида математики пытались доказать этот постулат, однако все их попытки заканчивались неудачей, рано или поздно в их рассуждениях обнаруживались ошибки. Лишь в 1826 году великий русский геометр Н.И. Лобачевский (1792-1856), профессор Казанского университета, предположил, что этот постулат нельзя логически вывести из других постулатов (аксиом) Евклида, т.е. нельзя доказать. Поэтому его можно взять или в качестве аксиомы, или в качестве аксиомы может быть взято другое свойство о существовании нескольких прямых, проходящих через данную точку и параллельных данной прямой. Положив в основу геометрии эту новую аксиому параллельности, Лобачевский создал совершенно новую – неевклидову геометрию, которая была названа геометрией Лобачевского.

Н.И. Лобачевский



Идеи Лобачевского были настолько оригинальны и настолько противоречили так называемому здравому смыслу, что их не поняли даже крупные математики того времени. Несмотря на это, Лобачевский не отказался от своих идей. Он не только был убежден в логической непротиворечивости новой геометрии, но и твердо верил в ее применимость к исследованию реального пространства. Признание геометрии Лобачевского пришло только после его смерти. Работы Лобачевского были переведены на другие языки и изучались математиками всего мира.

В настоящее время геометрия Лобачевского является неотъемлемой частью современной математики и находит применение во многих областях человеческого знания, способствует более глубокому пониманию окружающего нас мира.

Вопрос 1

Как могут располагаться на плоскости две прямые относительно друг друга?

Ответ: Две прямые на плоскости могут иметь одну общую точку или не иметь общих точек.

Вопрос 2

Какие прямые называются параллельными?

Ответ: Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются, т.е. не имеют общих точек.

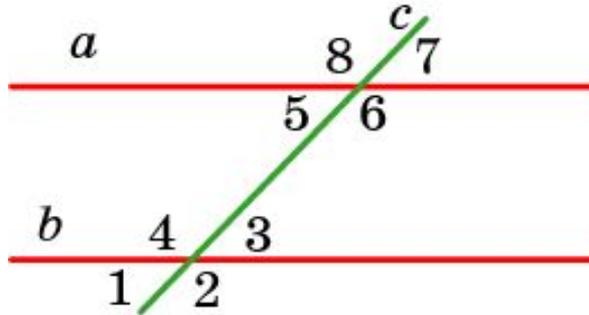
Вопрос 3

Какая прямая называется секущей двух данных прямых?

Ответ: Секущей называется прямая, пересекающая две данные прямые.

Вопрос 4

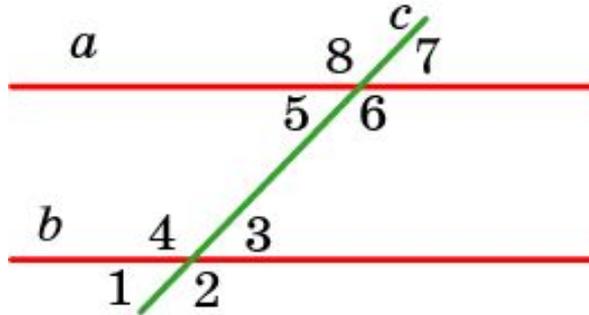
Назовите соответственные углы.



Ответ: 1 и 5, 4 и 8, 2 и 6, 3 и 7.

Вопрос 5

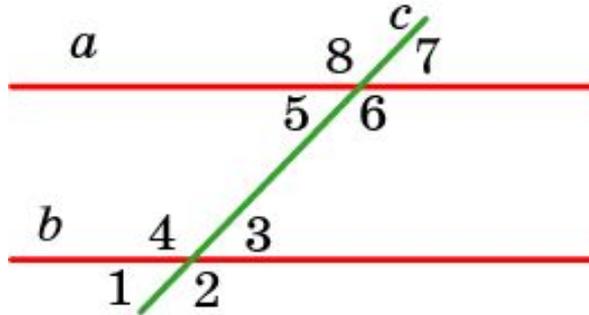
Назовите внутренние накрест лежащие углы.



Ответ: 3 и 5, 4 и 6.

Вопрос 6

Назовите внутренние односторонние углы.



Ответ: 4 и 5, 3 и 6.

Вопрос 7

Сформулируйте признак параллельности двух прямых.

Ответ: Если при пересечении двух прямых третьей прямой, внутренние накрест лежащие углы равны, то эти две прямые параллельны.

Вопрос 8

Сформулируйте аксиому параллельных.

Ответ: Через точку, не принадлежащую данной прямой, проходит не более одной прямой, параллельной данной.

Вопрос 9

Как связаны между собой внутренние накрест лежащие углы при пересечении двух параллельных прямых третьей?

Ответ: Равны.

Вопрос 10

Как связаны между собой соответственные углы при пересечении двух параллельных прямых третьей?

Ответ: Равны.

Вопрос 11

Как связаны между собой внутренние односторонние углы при пересечении двух параллельных прямых третьей?

Ответ: Составляют в сумме 180° .

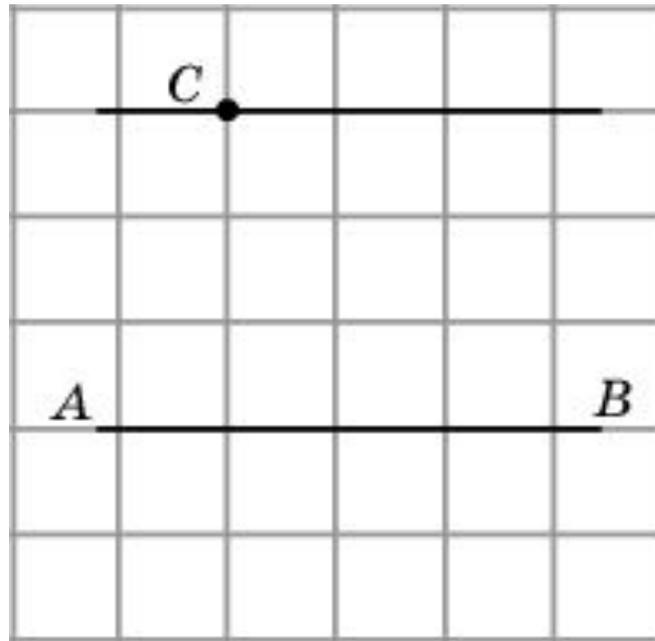
Вопрос 12

Лучи AB и CD не имеют общих точек. Следует ли из этого, что они параллельны?

Ответ: Нет.

Упражнение 1

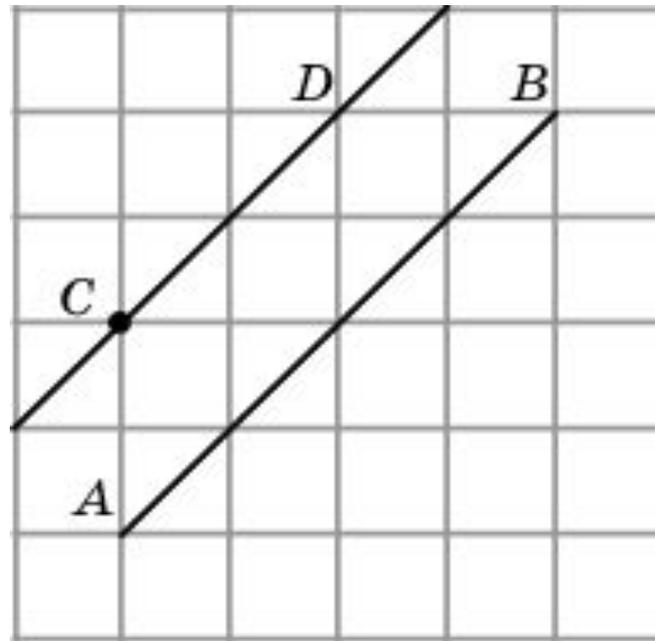
Через точку C проведите прямую, параллельную прямой AB .



Ответ:

Упражнение 2

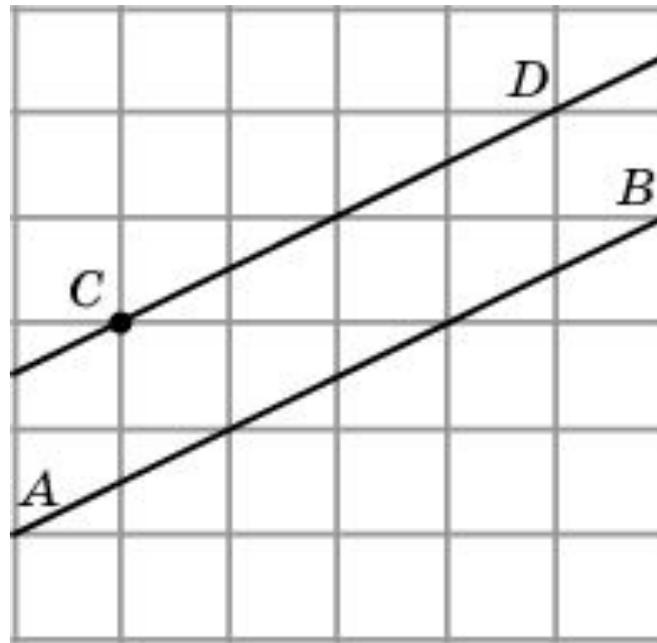
Через точку C проведите прямую, параллельную прямой AB .



Ответ:

Упражнение 3

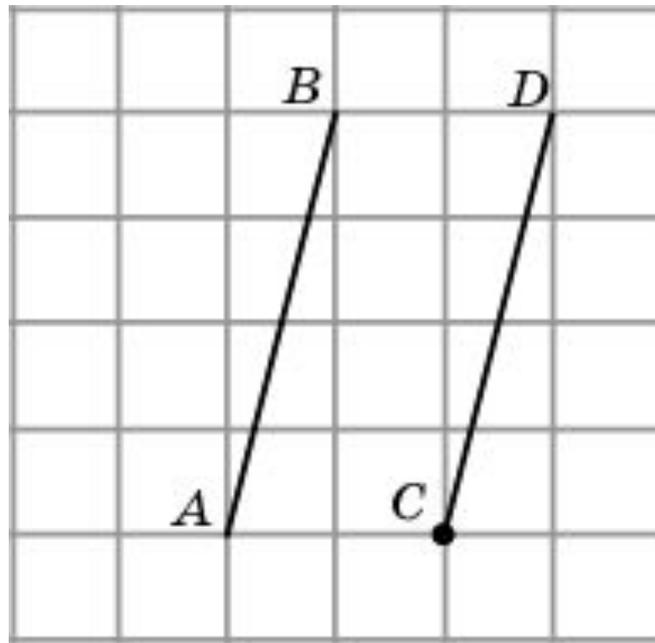
Через точку C проведите прямую, параллельную прямой AB .



Ответ:

Упражнение 4

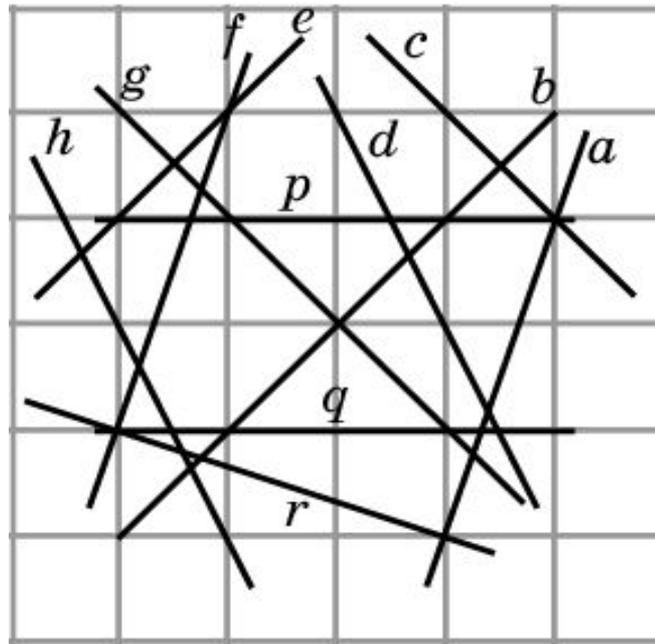
Через точку C проведите прямую, параллельную прямой AB .



Ответ:

Упражнение 5

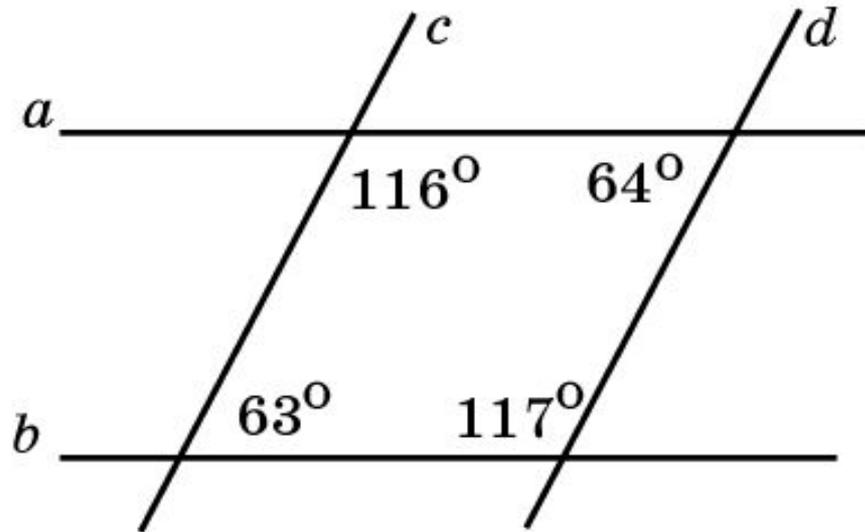
Укажите пары параллельных прямых.



Ответ: a и f , b и e , c и g , d и h , p и q .

Упражнение 6

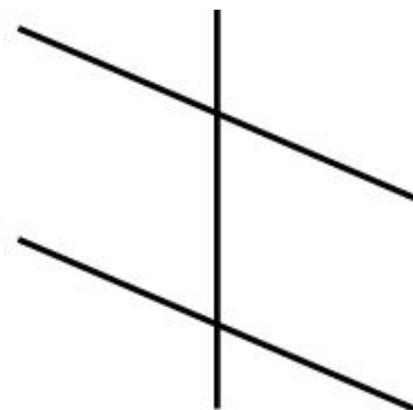
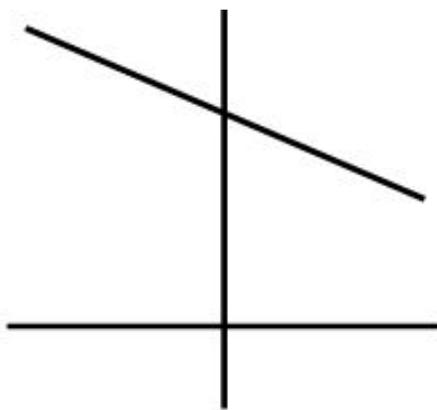
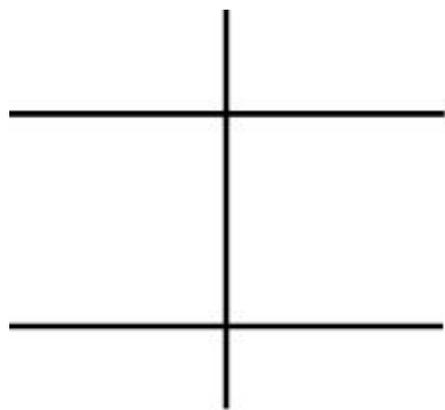
Какие прямые на рисунке параллельны?



Ответ: c и d .

Упражнение 7

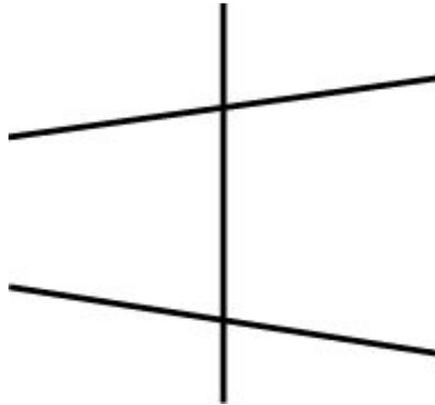
При пересечении двух прямых третьей образуется 8 углов. Сколько из них может оказаться тупых?



Ответ: 0, 2 или 4.

Упражнение 8

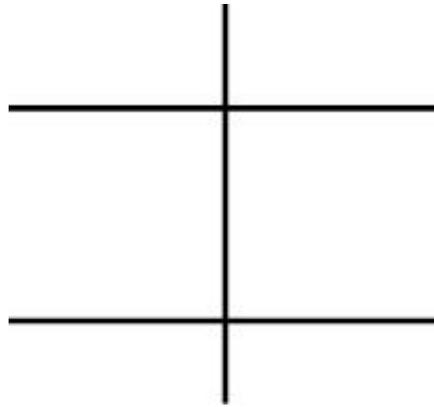
Могут ли оба внутренних односторонних угла при пересечении двух прямых третьей быть тупыми?



Ответ: Да.

Упражнение 9

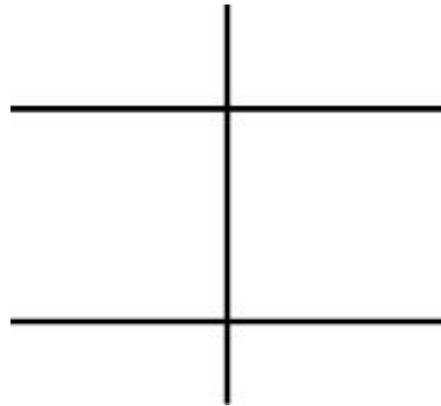
Могут ли быть равны внутренние односторонние углы при пересечении двух прямых третьей?



Ответ: Да.

Упражнение 10

Могут ли все углы, образованные при пересечении двух прямых третьей, быть равными между собой?



Ответ: Да.

Упражнение 11

Сумма внутренних накрест лежащих углов при пересечении двух параллельных прямых третьей равна 70° . Чему равен каждый из углов?

Ответ: 35° .

Упражнение 12

Один из углов, образовавшихся при пересечении двух параллельных прямых третьей, втрое больше одного из остальных. Найдите все углы.

Ответ: 135° , 45° .

Упражнение 13

Найдите углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых секущей, если: а) один из углов равен 150° ; б) один из углов на 70° больше другого.

Ответ: а) 150° , 30° ;
б) 55° , 125° .

Упражнение 14

Разность двух внутренних односторонних углов, образованных параллельными прямыми и секущей, равна 30° . Найдите эти углы.

Ответ: 75° , 105° .

Упражнение 15

Угол ABC равен 80° , а угол $B CD$ равен 120° .
Могут ли прямые AB и CD быть параллельными?

Ответ: Нет.

Упражнение 16

В треугольнике ABC $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 70^\circ$.
Через вершину B проведена прямая BD так,
что луч BC - биссектриса угла ABD . Будут ли
прямые AC и BD параллельными?

Ответ: Да.

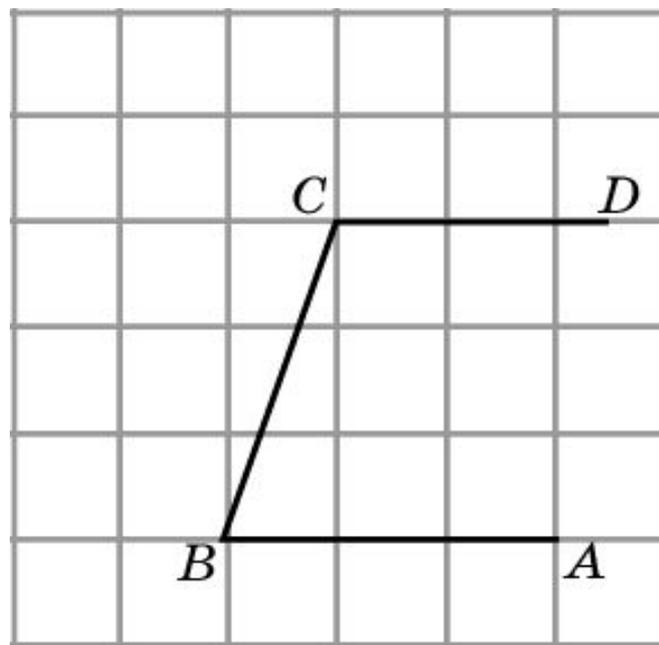
Упражнение 17

Противоположные стороны четырехугольника $ABCD$ попарно параллельны. Найдите величины углов этого четырехугольника, если $\angle A = 30^\circ$.

Ответ: $\angle B = 150^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $\angle D = 150^\circ$.

Упражнение 18

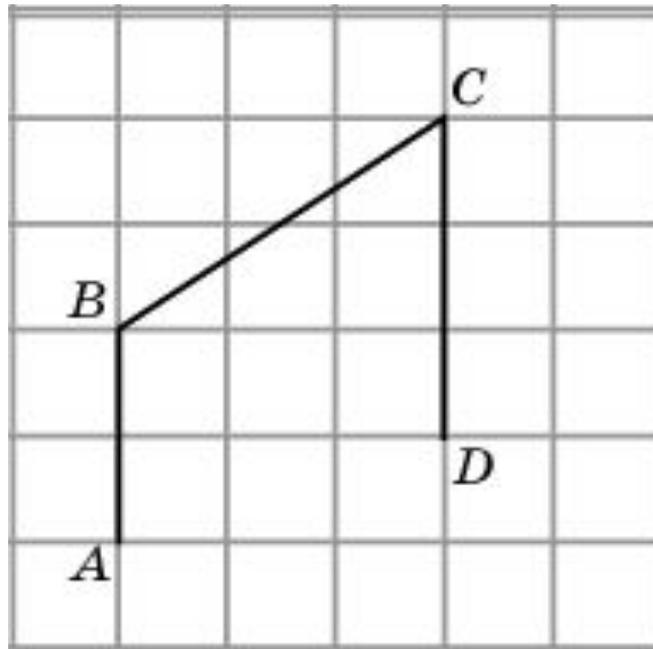
Найдите величину суммы углов ABC и BCD , изображенных на рисунке.



Ответ: 180° .

Упражнение 19

Проведите луч CD , для которого сумма углов ABC и BCD равна 180° .



Ответ: