



«Методы и алгоритмы  
цифровой обработки сигналов  
на базе MATLAB»

*Дискретное преобразование  
Фурье. Вычисление сверток  
с помощью ДПФ*

Клионский Д.М. – к.т.н., доцент кафедры  
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

# ЛИНЕЙНАЯ И КРУГОВАЯ СВЕРТКА

## Линейная свертка (апериодическая свертка)

$$y(n) = \sum_{m=0}^{L-1} h(n-m)x(m) = \sum_{m=0}^{L-1} h(m)x(n-m)$$

$x(n)$  — входная последовательность

$h(m)$  — импульсная характеристика системы

## Круговая свертка (периодическая свертка)

$$x(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x_1(m)x_2[(n-m) \bmod N] = \sum_{m=0}^{N-1} x_1[(n-m) \bmod N]x_2(m)$$

$x_1(n)$  — первая последовательность

$x_2(n)$  — вторая последовательность



# КРУГОВАЯ СВЕРТКА (1)

## Круговая свертка (периодическая свертка)

$$x(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x_1(m)x_2[(n-m) \bmod N] = \sum_{m=0}^{N-1} x_1[(n-m) \bmod N]x_2(m)$$

$x_1$  (первая) последовательность

$x_2$  (вторая) последовательность

- 1) Рассчитывается  **$N$ -точечное ДПФ** каждой из сворачиваемых последовательностей;
- 2) Вычисляется **произведение  $N$ -точечных ДПФ** первой и второй последовательностей

$$X(k) = X_1(k)X_2(k), k = 0, 1, \dots, N-1$$

## КРУГОВАЯ СВЕРТКА (2). ЛИНЕЙНАЯ СВЕРТКА

ДПФ рассчитывается на основе **алгоритмов БПФ**.

3) Вычисляется **обратное ДПФ** от результата вычисления произведения.

### Линейная свертка

1) Линейная свертка лежит в основе **цифровой фильтрации**;

2) Для перехода от **линейной свертки** к **круговой свертке** последовательности дополняют нулями до длины  $L$ ;

3)  $N_1$  – длина **первой последовательности**;  $N_2$  – длина **второй последовательности**;  $L = N_1 + N_2 - 1$  (**требуемое количество нулей для дополнения первой и второй последовательностей при вычислении линейной свертки на основе круговой свертки**).



# КРУГОВАЯ СВЕРТКА (3). ЛИНЕЙНАЯ СВЕРТКА

$$1) y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m)h[(n-m) \bmod N] = \sum_{m=0}^{N-1} h[(n-m) \bmod N]x(m)$$

$h(n)$  нулевая характеристика дискретного или цифрового фильтра

$x(n)$  входной сигнал (входная последовательность б)

$$2) Y(k) = \tilde{H}(k)\tilde{X}(k)$$

$Y(k)$  Ф реакции

$\tilde{H}(k)$  Ф импульсной характеристики фильтра (после дополнения нулями)

$\tilde{X}(k)$  Ф входного сигнала (после дополнения нулями)

# ВЫЧИСЛЕНИЕ СЕКЦИОНИРОВАННЫХ СВЕРТОК (1)

- 1) При большой длине воздействия вычисление свертки происходит **методом перекрытия с накоплением** (если длина воздействия достаточно большая);
- 2) Используется представление последовательности в виде **коротких смежных секций длиной  $L$** , сравнимой с длиной импульсной характеристики  $N_1$ ;
- 3) Линейная свертка формируется на основе **коротких секционированных свертки**, вычисляемых с помощью **ДПФ** и **ОДПФ**;
- 4) В MATLAB применяется специальный формат функции **fftfilt** с заданием длины секции:  **$y = \text{fftfilt}(h,x,L)$** ;  **$h$**  – вектор отсчетов импульсной характеристики;  **$x$**  – вектор отсчетов входного сигнала;  **$L$**  – длина смежных секций;

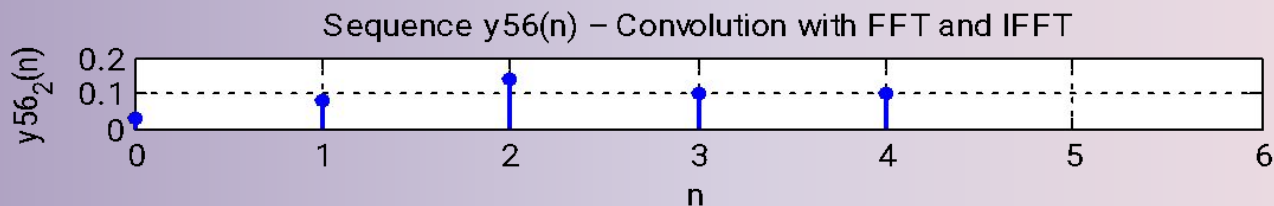
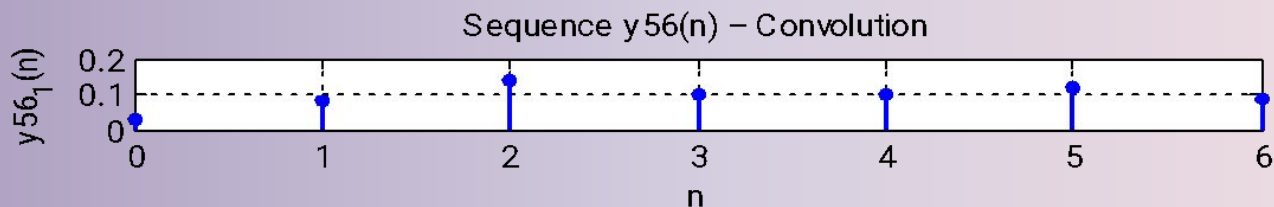
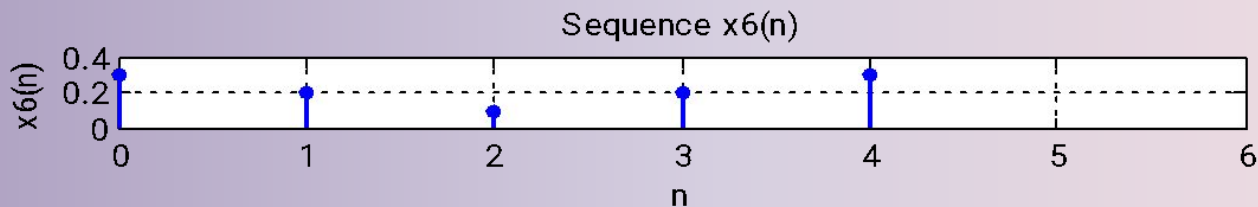
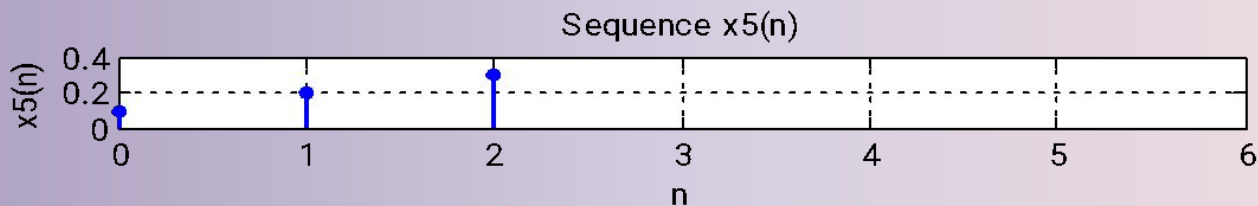
СЕКЦИОНИРОВАННЫХ СВЕРТОК (2).  
ВЫЧИСЛЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ СВЕРТКИ

5) Операция **секционирования** позволяет ускорить вычисления свертки, если длина одной последовательности значительно превосходит длину другой, т.е.  $N_2 \gg N_1$ .

**Вычисление линейной свертки**

- 1)  $x_1 = [0.1 \ 0.2 \ 0.3]$  – **3-элементная** последовательность;
- 2)  $x_2 = [0.3 \ 0.2 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.3]$  – **5-элементная** последовательность;
- 3) Нет ограничений на **длины сворачиваемых последовательностей**;
- 4) Длины последовательностей должны быть **равны** при вычислении **круговой свертки**.

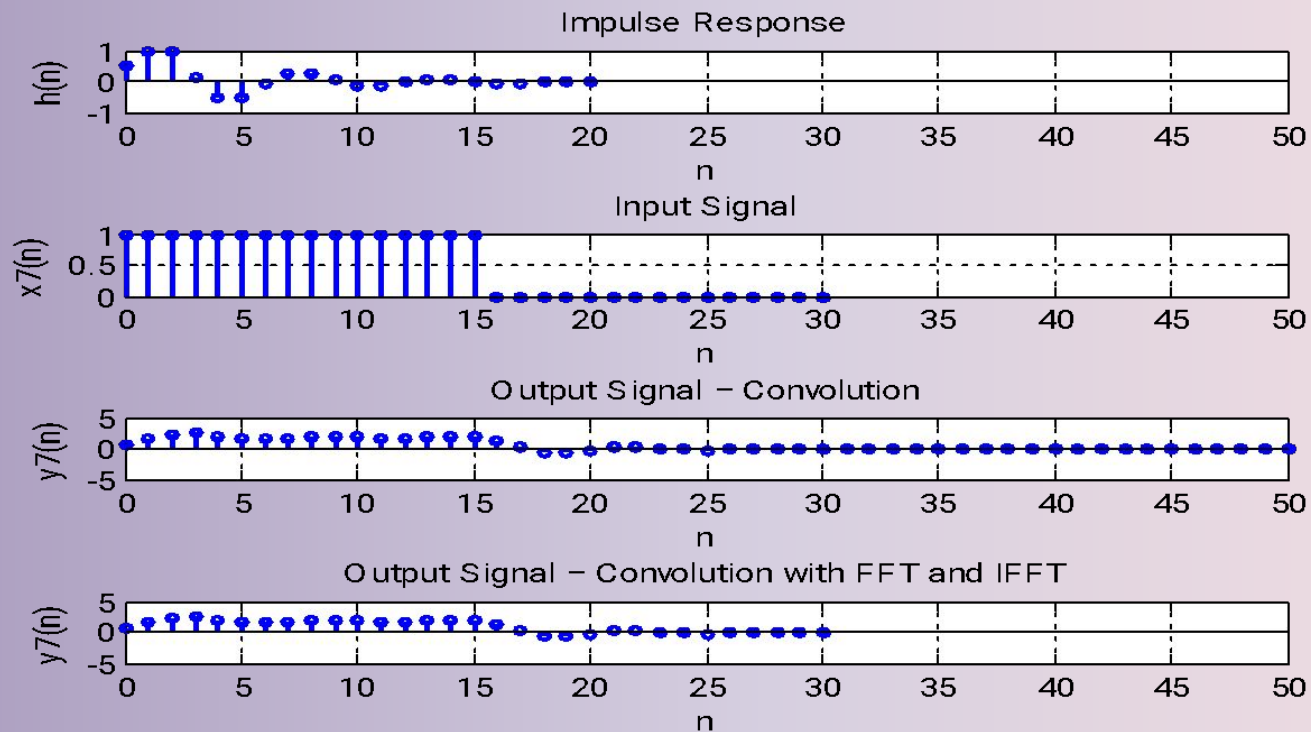
# ВЫЧИСЛЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ СВЕРТКИ



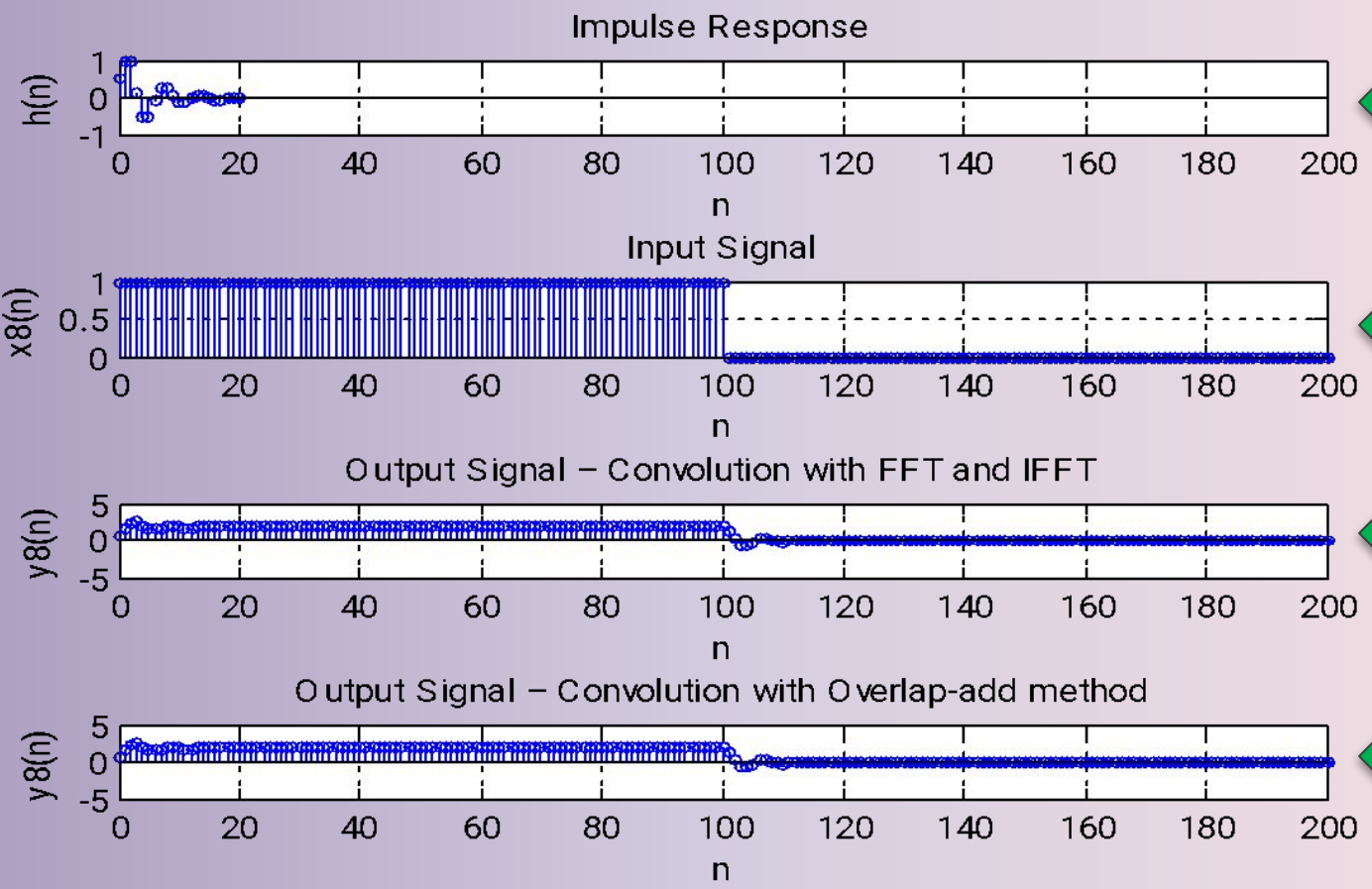


# ВЫЧИСЛЕНИЕ РЕАКЦИИ ЛДС ПО ФОРМУЛЕ СВЕРТКИ

- 1)  $b = [0.52 \ 0.52 \ 0.52]$  – **вектор коэффициентов нерекурсивной части;**
- 2)  $a = [1 \ -0.8028 \ 0.646]$  – **вектор коэффициентов рекурсивной части.**



# ВЫЧИСЛЕНИЕ РЕАКЦИИ ЛДС МЕТОДОМ ПЕРЕКРЫТИЯ С НАКОПЛЕНИЕМ





«Методы и алгоритмы  
цифровой обработки сигналов  
на базе MATLAB»

*Дискретное преобразование  
Фурье. Вычисление сверток  
с помощью ДПФ*

Клионский Д.М. — к.т.н., доцент кафедры  
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)