

---

***Правильные  
многогранники***

---

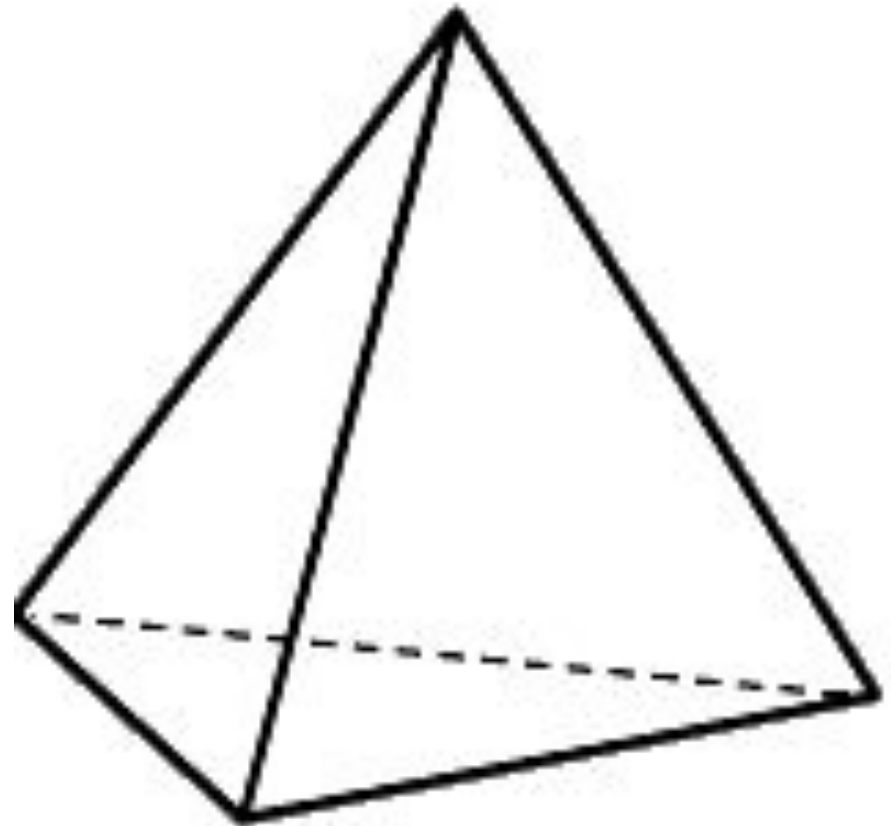
---

# Определение

- Выпуклый многогранник называется *правильным*, если его гранями являются *равные правильные многоугольники*, и в *каждой вершине сходится одинаковое количество граней*.
-

# ТЕТРАЭДР

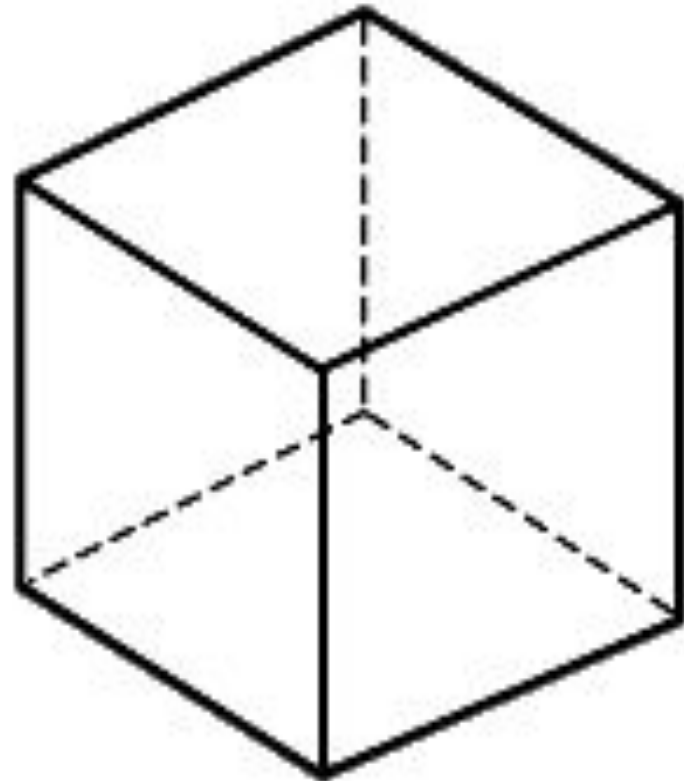
- С некоторыми правильными многогранниками учащиеся уже встречались. Это *треугольная пирамида*, *гранями которой являются правильные треугольники*. Иное название *тетраэдр*, что в переводе с греческого означает *четырёхгранник*.



Тетраэдр

# КУБ

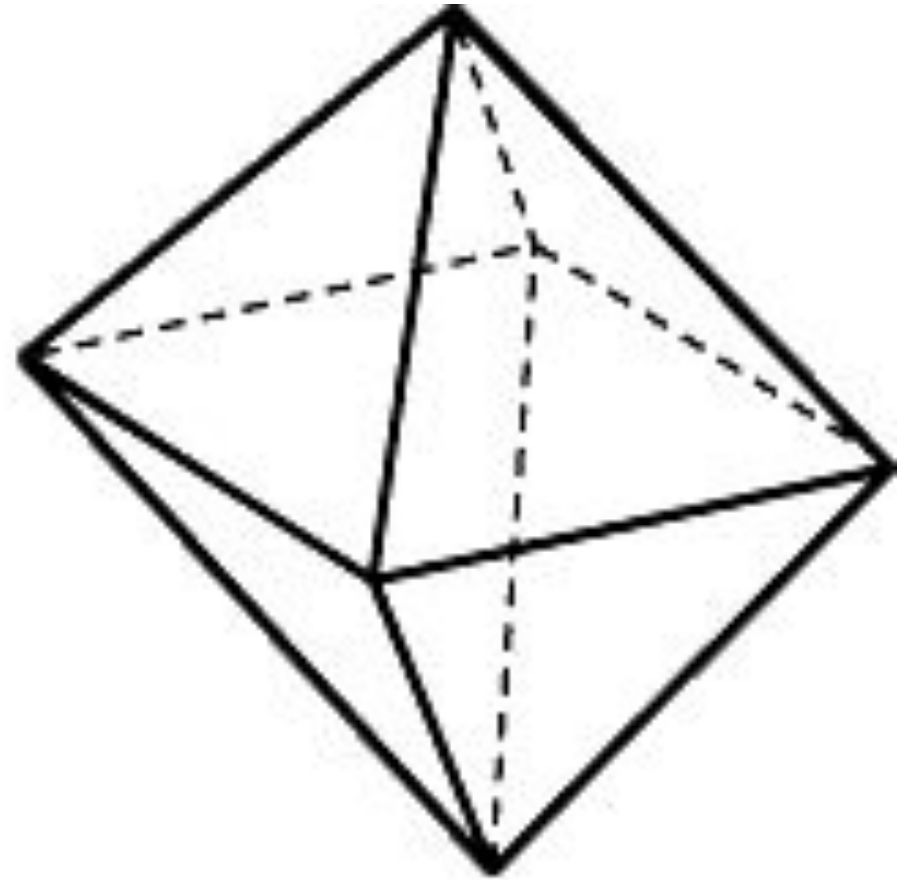
- Куб имеет шесть граней и поэтому называется *гексаэдром*, поскольку по-гречески гекса означает шесть.



Куб

# ОКТАЭДР

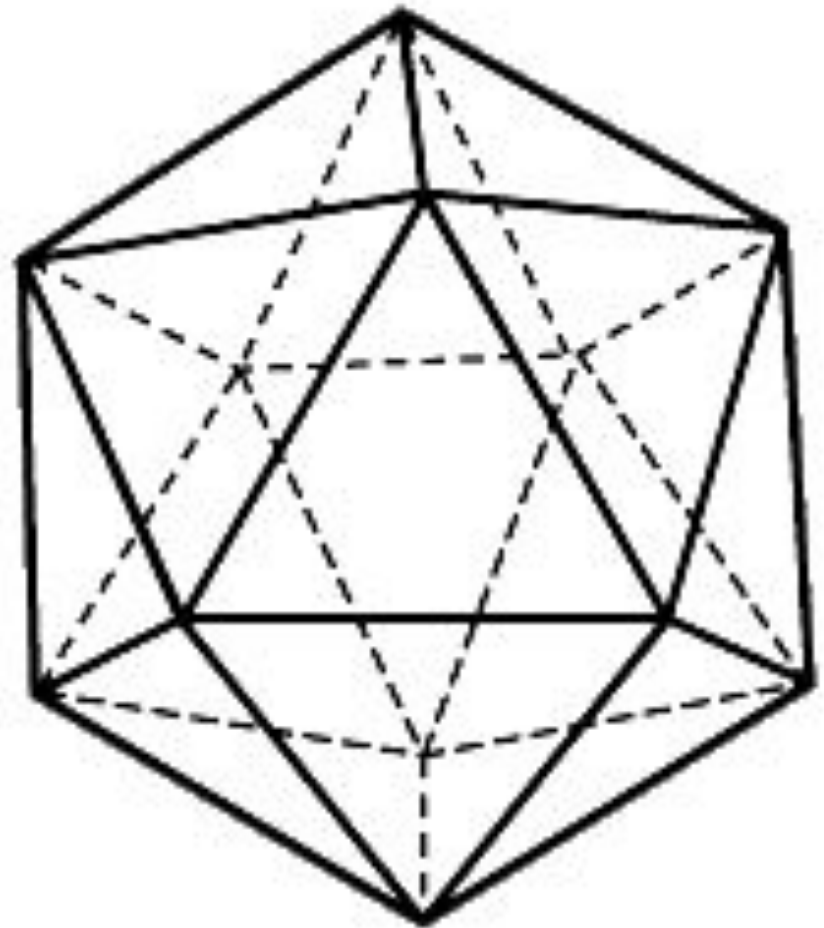
- Многогранник, гранями которого являются восемь правильных треугольников, называется *октаэдром*, (окта-восемь)



Октаэдр

# ИКОСАЭДР

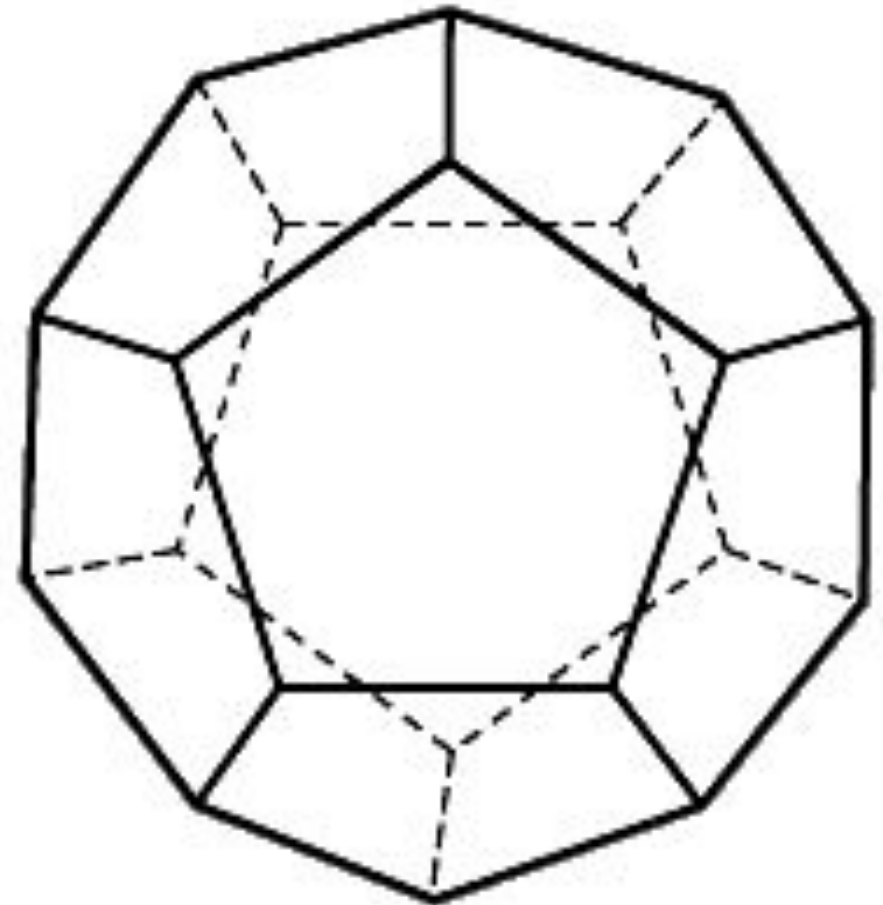
- Многогранник, состоящий из двадцати правильных треугольников называется *икосаэдром* (икоса- двадцать).



Икосаэдр

# ДОДЕКАЭДР

- Многогранник, гранями которого являются двенадцать правильных пятиугольников называется *додекаэдром* (*доде* – двенадцать). В каждой его вершине сходятся три грани.



Додекаэдр

---

# ПРИМЕЧАНИЕ

- В вершинах выпуклого многогранника не могут сходиться правильные многоугольники, у которых число сторон больше пяти, поэтому других правильных многогранников не существует, и, таким образом, имеется только пять правильных многогранников: *тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр*.
-



# ЗАДАЧИ

- Почему гранями правильного многогранника не могут быть правильные шестиугольники?
- Представьте многогранник – бипирамиду, сложенную из двух правильных тетраэдров совмещением их оснований. Будет ли она правильным многогранником? ответ обоснуйте

# ЗАДАЧИ

- Нарисуйте правильные многогранники.
- Покажите, что центры граней куба являются вершинами октаэдра и, наоборот, центры граней октаэдра являются вершинами куба.
- Покажите, что центры граней додекаэдра являются вершинами икосаэдра и, наоборот, центры граней икосаэдра являются вершинами додекаэдра.

# ЗАДАЧИ

- Ребро октаэдра равно  $a$ . Определите расстояние между его противоположными вершинами (ось октаэдра).
- Ребро куба равно  $a$ . Вычислите ребро вписанного в него октаэдра.

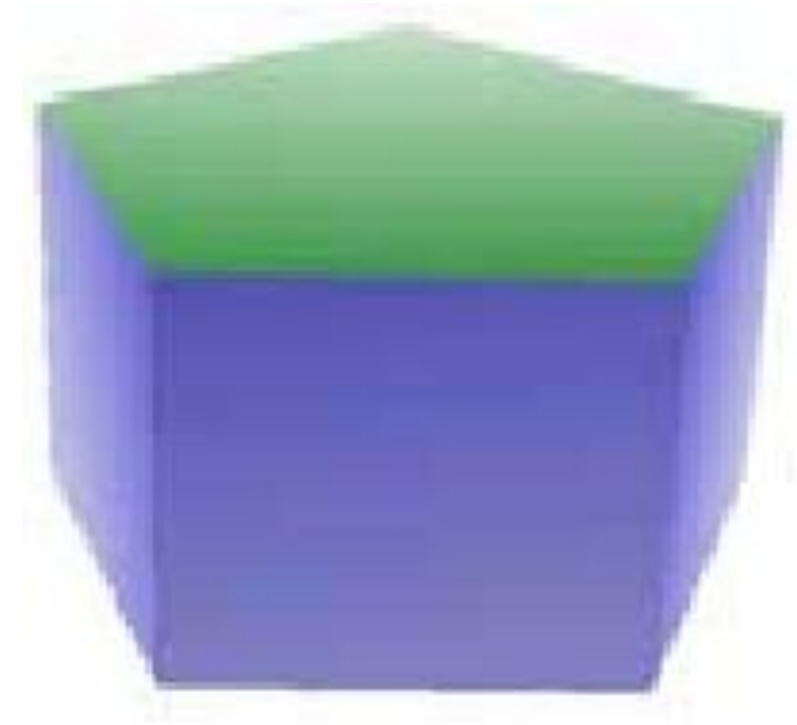
---

# ПОЛУПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

- *Полуправильным* называется выпуклый многогранник, гранями которого являются правильные многоугольники (возможно и с разным числом сторон), причем в каждой вершине сходится одинаковое число граней.
-

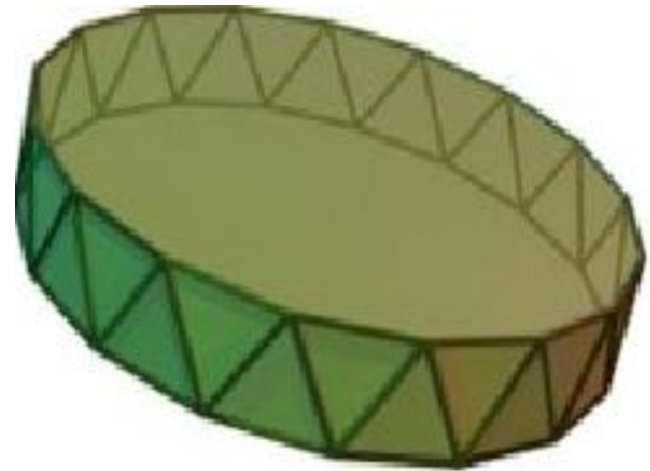
# ПРИЗМА

- К полуправильным многогранникам относятся правильные *n*-угольные призмы, все ребра которых равны. Например правильная *шестиугольная призма* имеет своими гранями два правильных шестиугольника – основания призмы и шесть квадратов – боковая поверхность.



# АНТИПРИЗМА

- К полуправильным многогранникам относятся и так называемые *антипризмы*. В *антипризме* каждая вершина верхнего и нижнего оснований соединена с двумя ближайшими вершинами другого основания



---

# Тела Архимеда

- Кроме бесконечных серий призм и антипризм имеется еще только 14 полуправильных многогранников, 13 из которых впервые открыл и описал Архимед. Поэтому эти многогранники называются *телами Архимеда*.
-

---

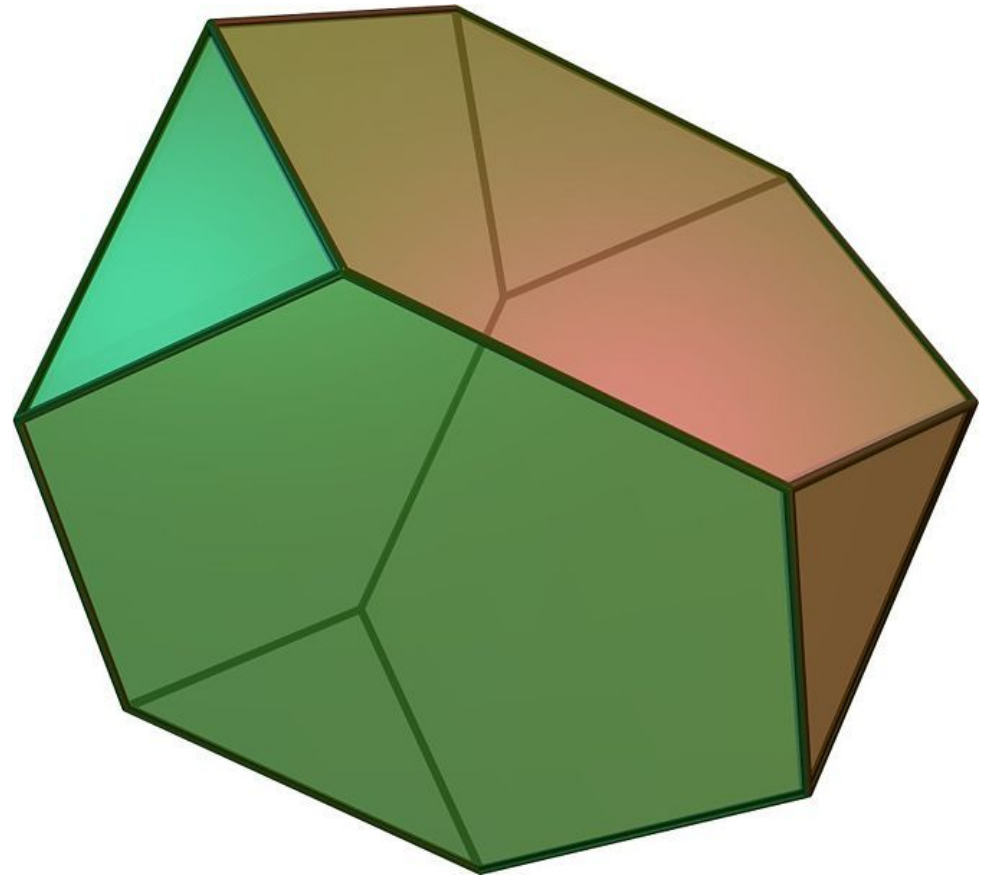
# «УСЕЧЕНИЯ»

- Самые простые из них получаются из правильных многогранников операцией «усечения», состоящей в отсечении плоскостями углов многогранника.
-



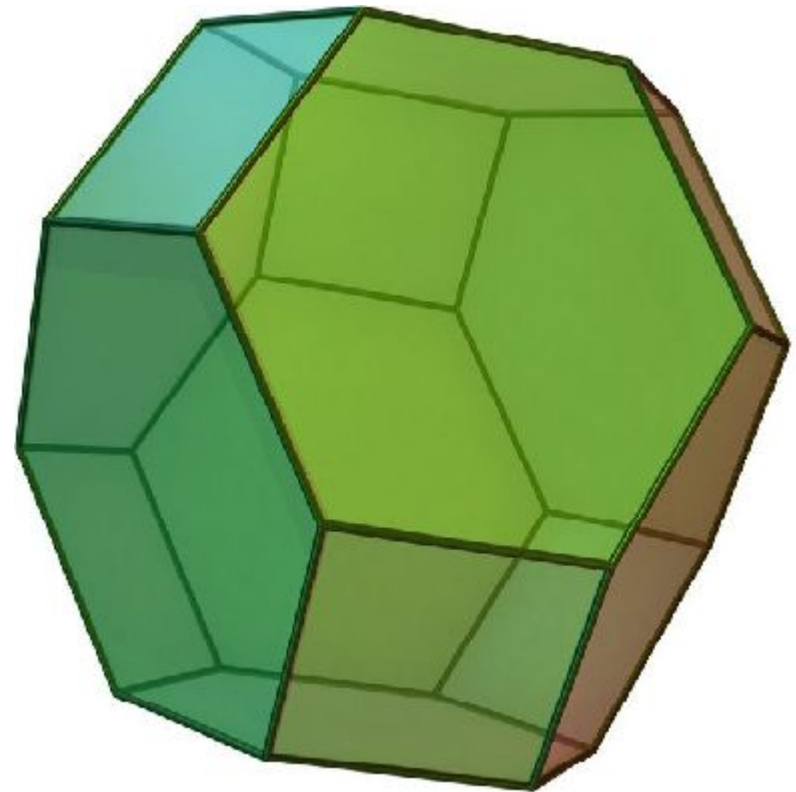
# УСЕЧЕННЫЙ ТЕТРАЭДР

- Если срезать углы правильного тетраэдра плоскостями, каждая из которых отсекает третью часть его ребер, выходящих из одной вершины, то получится усеченный тетраэдр, который имеет восемь граней, из них 4 – правильные шестиугольники и 4 – правильные треугольники, 12 вершин. Многогранник выпуклый, в каждой вершине сходится три ребра. Он называется *усеченным тетраэдром*.



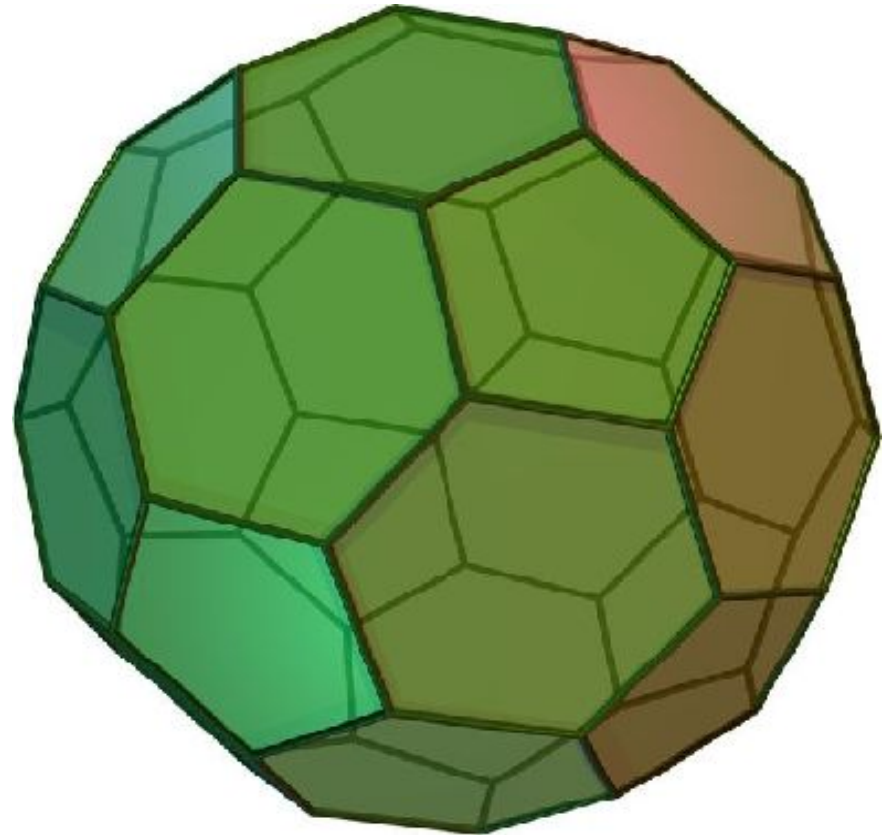
# УСЕЧЕННЫЙ ОКТАЭДР

- Если указанным образом срезать вершины октаэдра, то получим *усеченный октаэдр*.



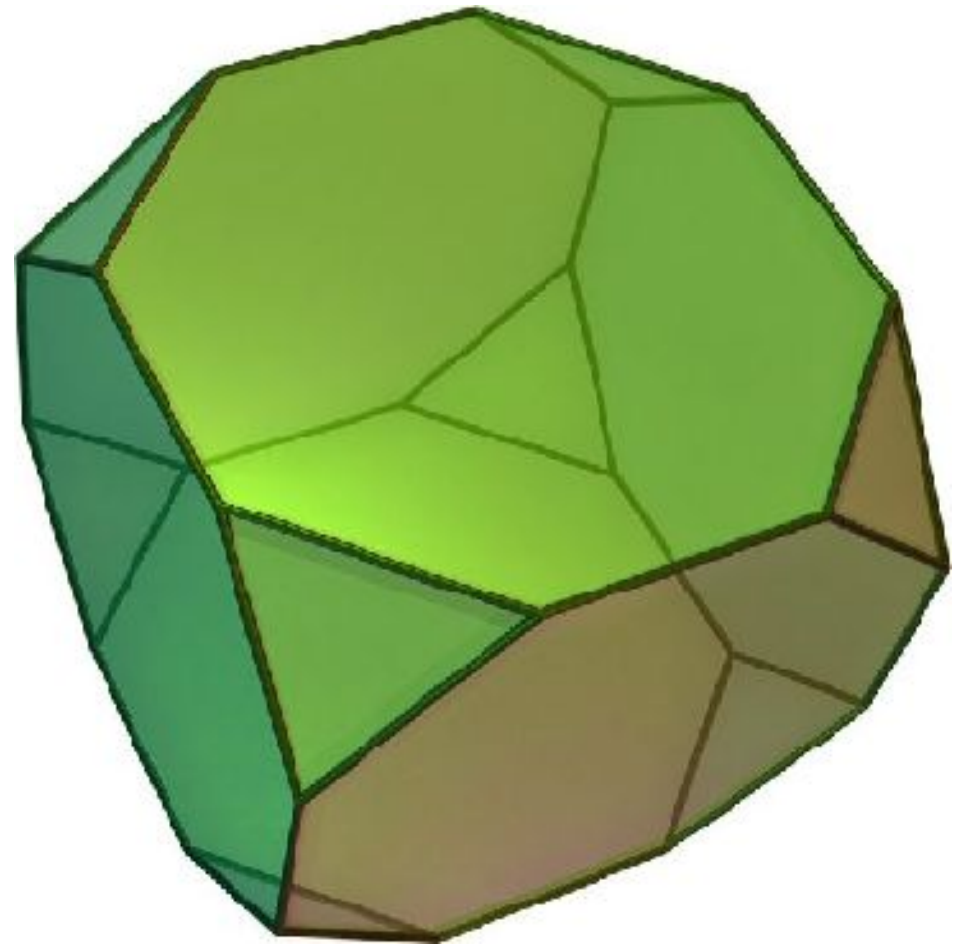
# УСЕЧЕННЫЙ ИКОСАЭДР

- Если указанным образом срезать вершины икосаэдра, то получим *усеченный икосаэдр*. Обратите внимание, что *усеченный икосаэдр* очень напоминает изображение *футбольного мяча*.



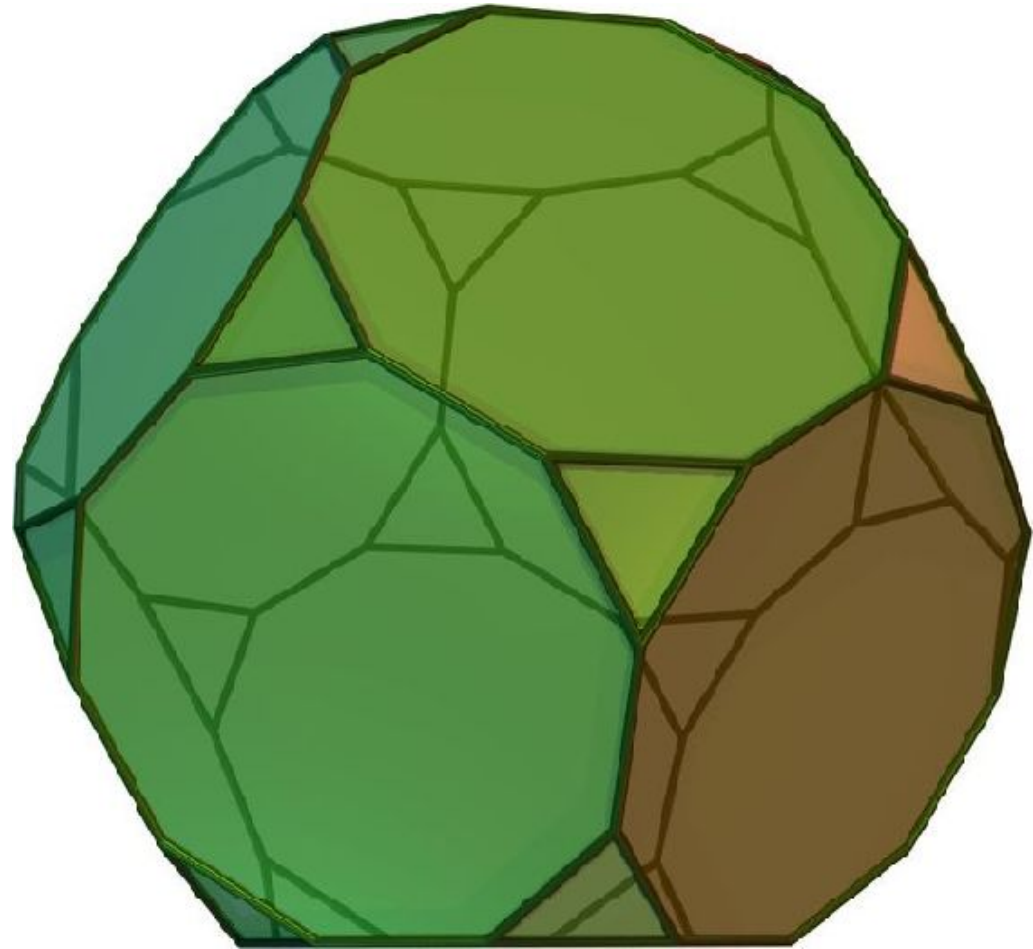
# УСЕЧЕННЫЙ КУБ

- Из куба тоже можно получить *усеченный куб*.



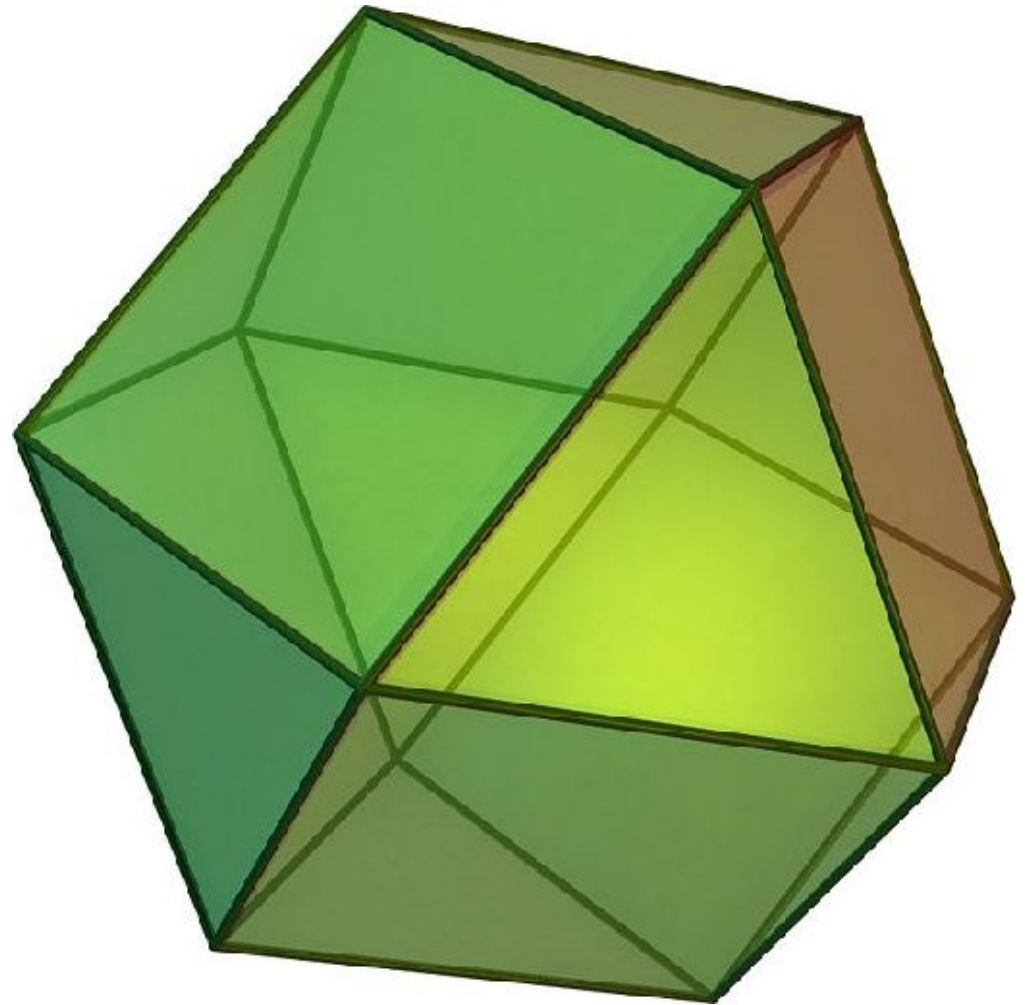
# УСЕЧЕННЫЙ ДОДЕКАЭДР

- Из додекаэдра тоже можно получить *усеченный додекаэдр*.



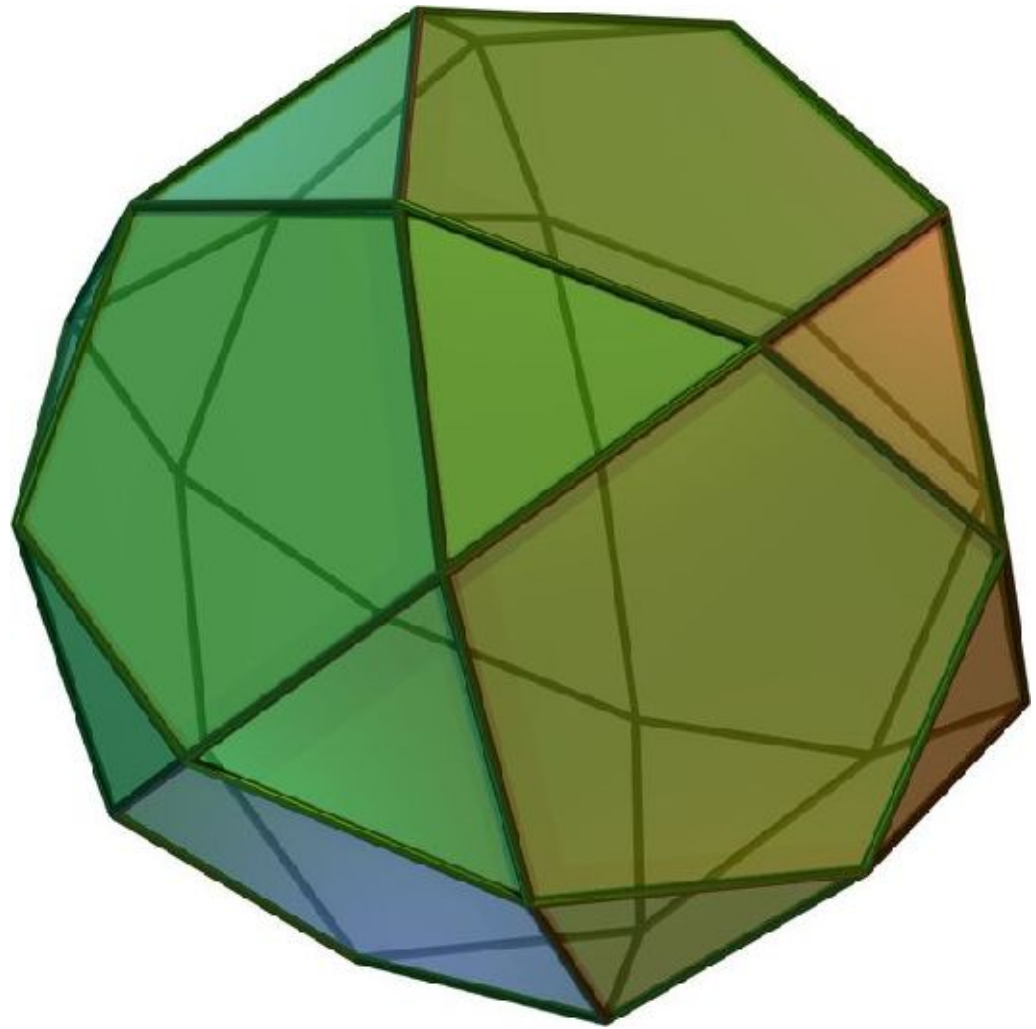
# КУБООКТАЭДР

- Если теперь в кубе провести плоскости через середины ребер, выходящих из одной вершины, получим еще один шестой равноугольно полуправильный многогранник – *кубооктаэдр*. Его гранями являются шесть квадратов и восемь правильных треугольников, т.е. грани куба октаэдра, отсюда и название многогранника.



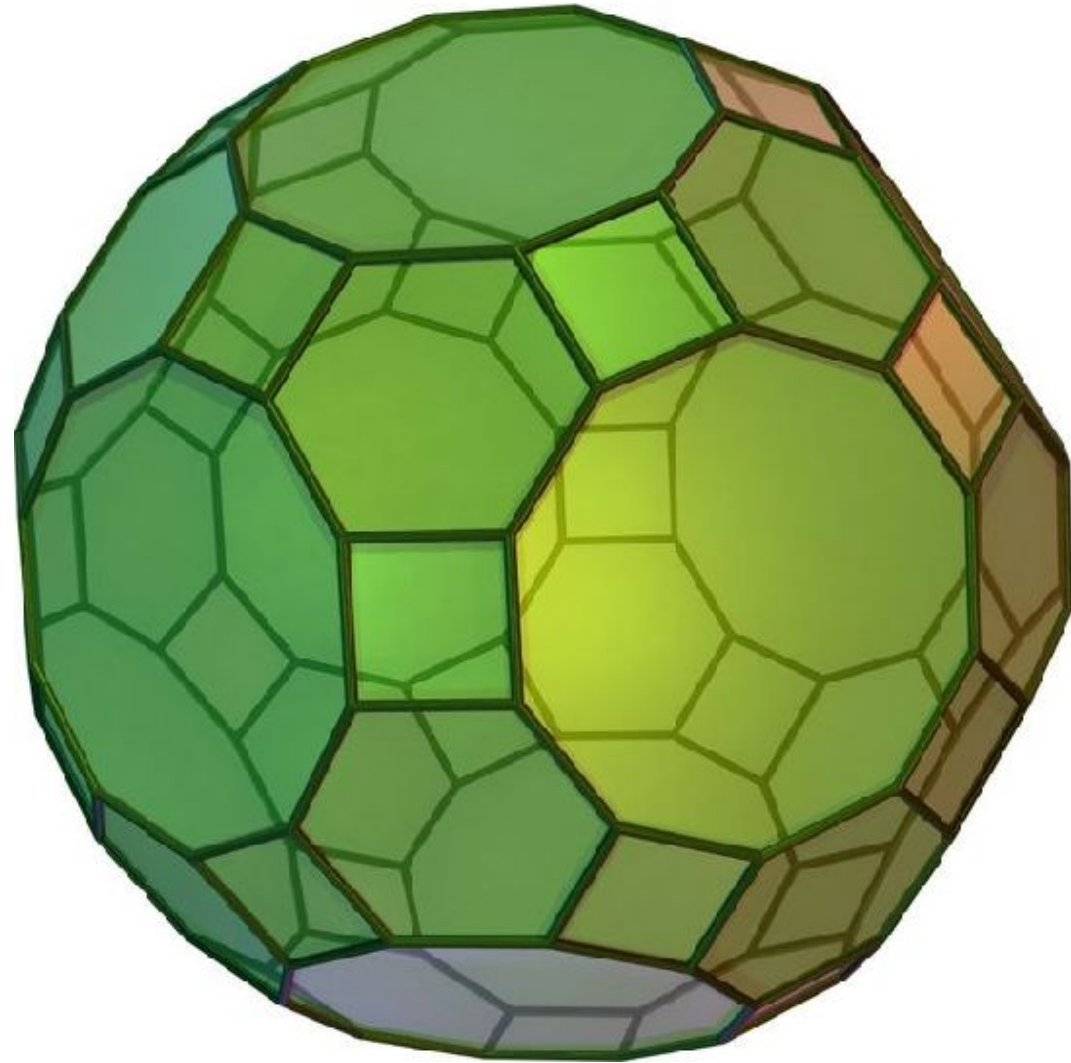
# ИКОСАДОДЕКАЭДР

- Аналогично, если в додекаэдре провести плоскости через середины его ребер, выходящих из одной вершины, получим многогранник, который называется *икосадодекаэдром*. У него двенадцать граней – правильные пятиугольники, и двадцать – правильные треугольники, т.е. все грани додекаэдра и икосаэдра.



# УСЕЧЕННЫЙ ИКОСАДОДЕКАЭДР

- К этим двум последним многогранникам также можно применять операцию «усечения» вершин. Получим *усеченный кубоктаэдр* и *усеченный икосадодекаэдр*.





# ПРИМЕЧАНИЕ

- Мы рассмотрели 9 из 13 описанных Архимедом тел. Четыре оставшихся – многогранники более сложного типа. Перечислим их.  
*Ромбокубооктаэдр*: он состоит из 26 граней, из них 18 квадратов и 8 правильных треугольников;  
*Ромбоикасодадекаэдр*: у него всего 62 грани, из них 30 квадратов, 20 правильных треугольников и 12 правильных пятиугольников;  
*«плосконосый» куб*: у него всего 38 граней, из них 6 квадратов, 32 правильных треугольника;  
*«плосконосый» додекаэдр*: всего 92 грани, из них 12 правильных пятиугольников и 80 правильных треугольников.  
В трактате «О многогранниках» Архимед описал каждый полуправильный многогранник, дал его рисунок, а также поставил и решил задачу о количестве многогранных углов и ребер каждого многогранника.