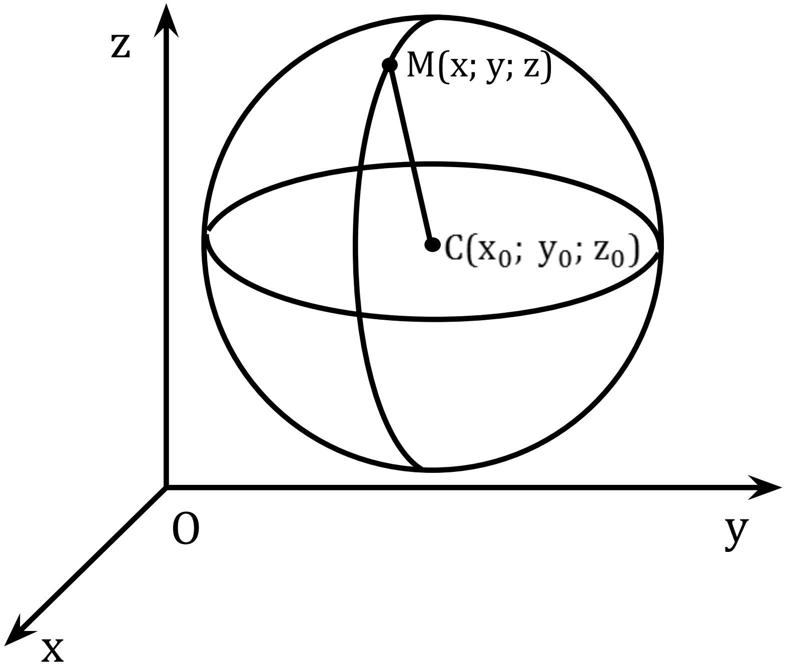
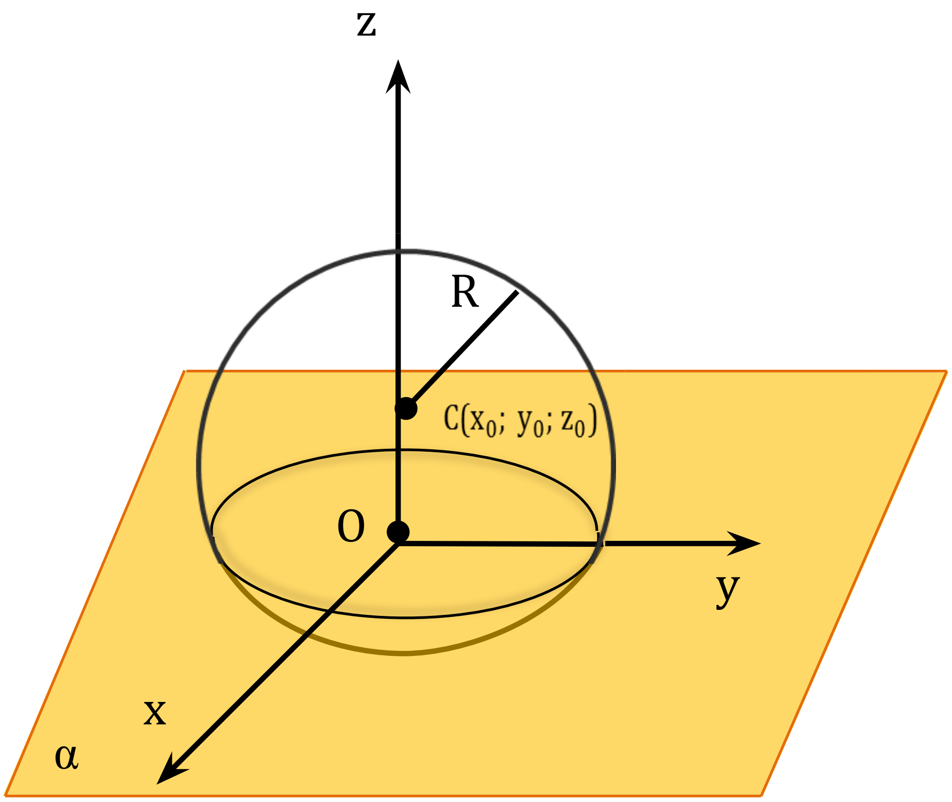
Взаимное расположение сферы и плоскости



$C(x_0;\ y_0;\ z_0)$



1. O_{xyz}, $C(0;0;d)$ — центр сферы

R — радиус

d — расстояние от центра сферы до плоскости α

$\alpha \equiv O_{xy}$

2. Уравнение данной сферы:

$x^2 + y^2 + (z - d)^2 = R^2$

3. Уравнение плоскости α:

$z = 0$

$C(x_0;\ y_0;\ z_0)$

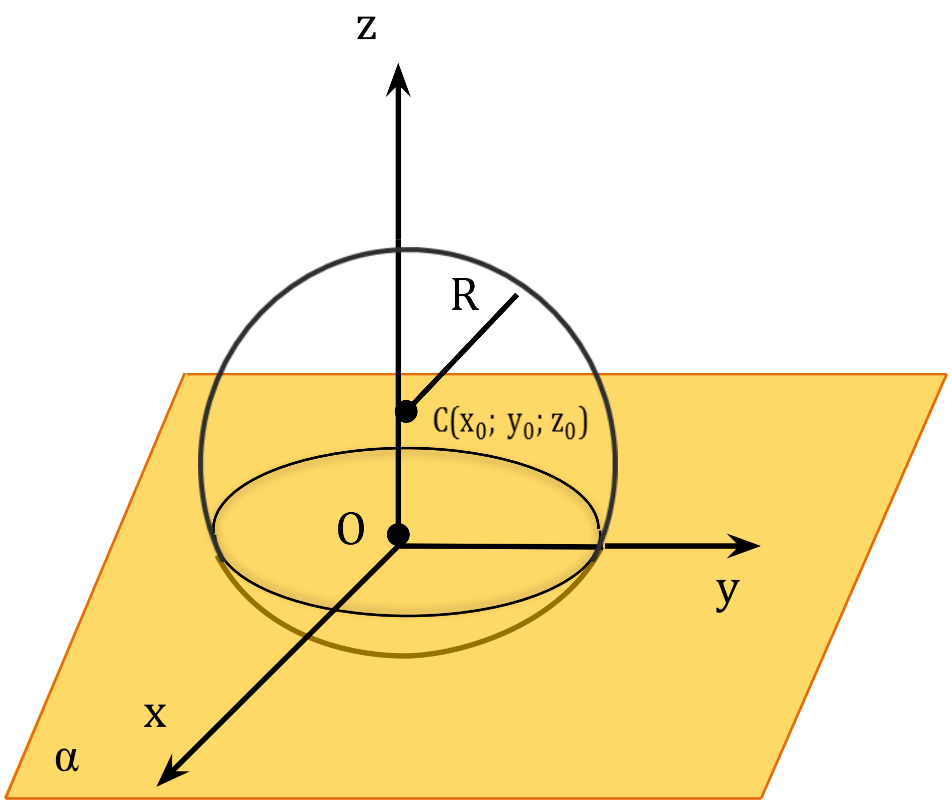
$C(x_0;\ y_0;\ z_0)$

$z = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = R^2 - d^2$

1. $d < R \Rightarrow R^2 - d^2 > 0$

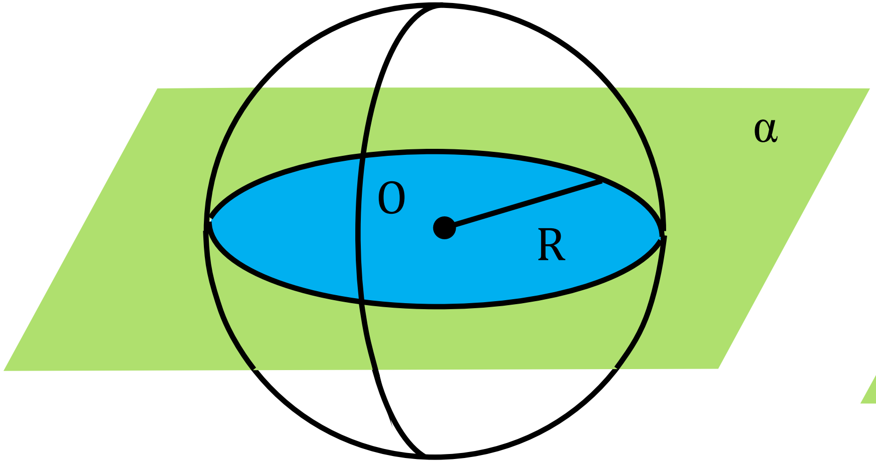
$$C(x_0;\ y_0;\ z_0)$$

Если расстояние от центра до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы данной плоскостью является окружностью

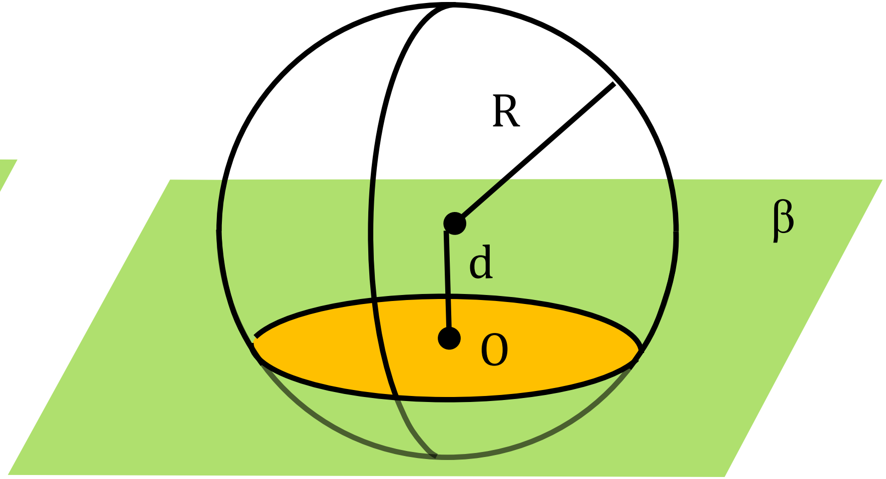


Сечение шара плоскостью — круг

проходит через центр



не проходит через центр



В сечении получается круг, радиус которого равен радиусу шара

В сечении получается круг, радиус которого меньше радиуса шара

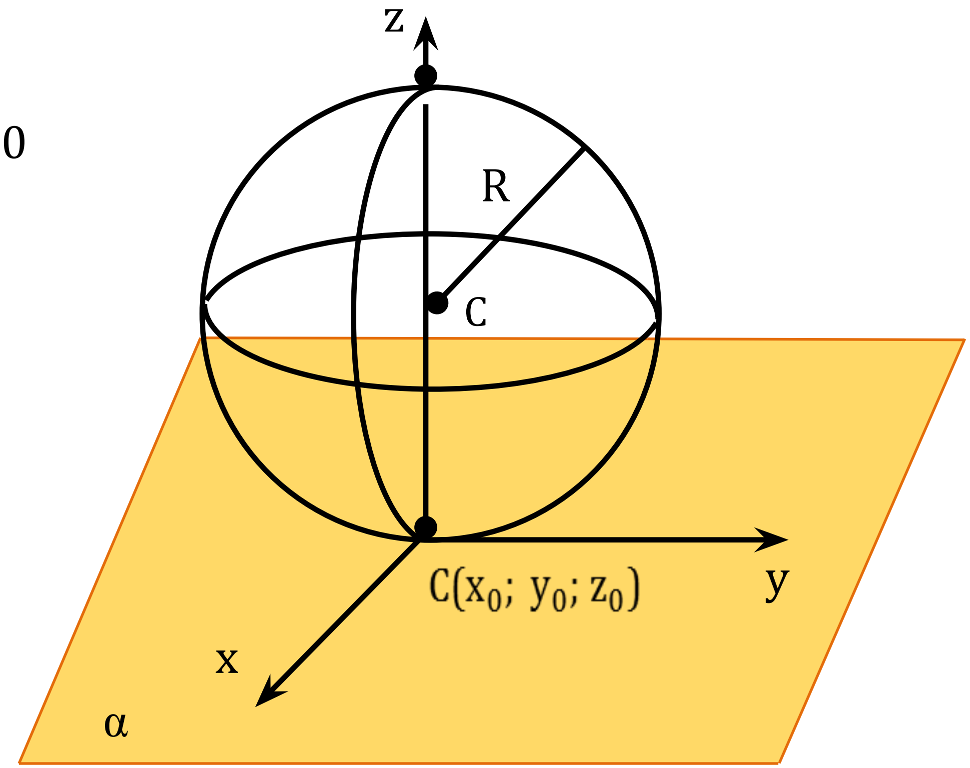
$2.\ d = R \Rightarrow R^2 - d^2 = 0$

$x^2 + y^2 = 0$

Единственное решение: $x = 0, y = 0$

$O(0; 0; 0)$ — единственная общая точка плоскости и сферы

Если расстояние от центра до плоскости равно радиусу сферы, то плоскость и сфера имеют единственную общую точку

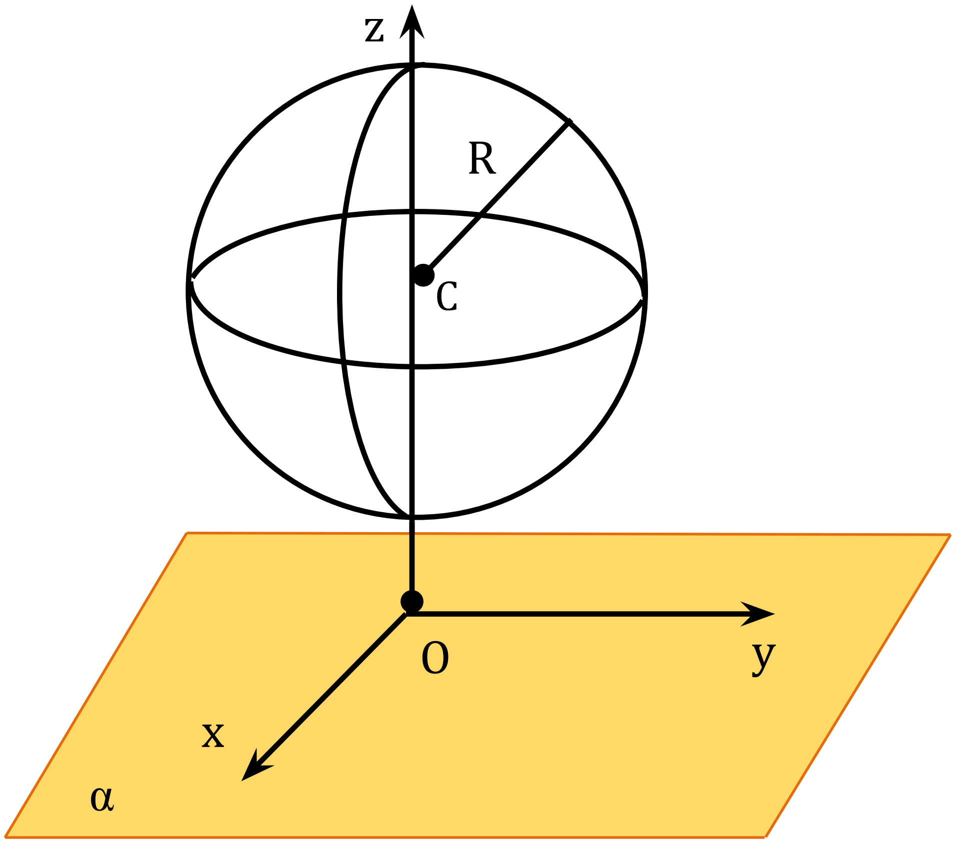


$3.\ d > R \Rightarrow R^2 - d^2 < 0$

$x^2 + y^2 = R^2 - d^2$ —

не имеет решения

Если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то плоскость и сфера не имеют общих точек



Задача 1

Дано: шар

$R = 41$ дм

$d = 9$ дм

Найти: $S_{сеч.}$

Решение:

1) $d < R \Rightarrow$ сечение шара плоскостью — круг

$S = \pi r^2$, $r = AK$ — радиус круга

2) ΔAOK — прямоуг. $\Rightarrow$

$C(x_0;\ y_0;\ z_0)$

$C(x_0;\ y_0;\ z_0)$

3) $S_{сеч.} = \pi r^2 = \pi \cdot 40^2 = 1600\pi$ (дм^2)

Ответ: $S_{сеч.}$ **=** 1600 дм^2