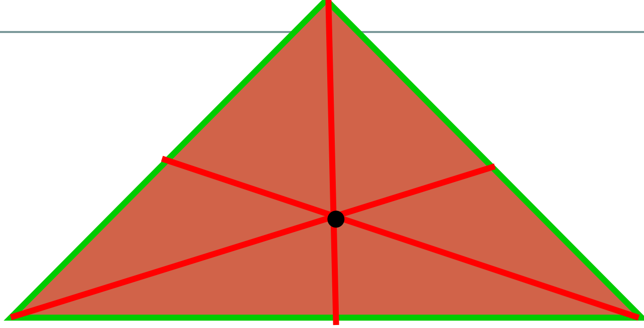
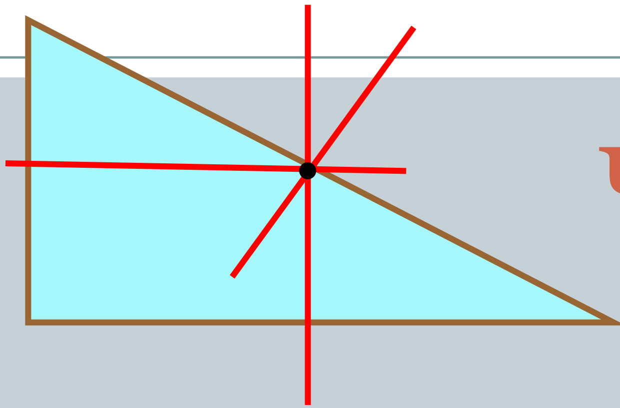
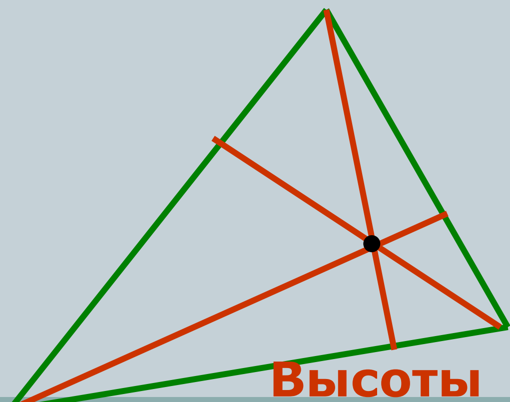
Четыре замечательные точки треугольника



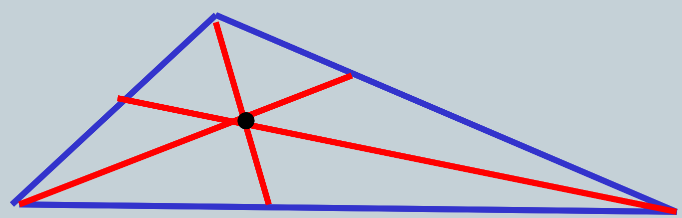
медианы



серединные перпендикуляры



Высоты

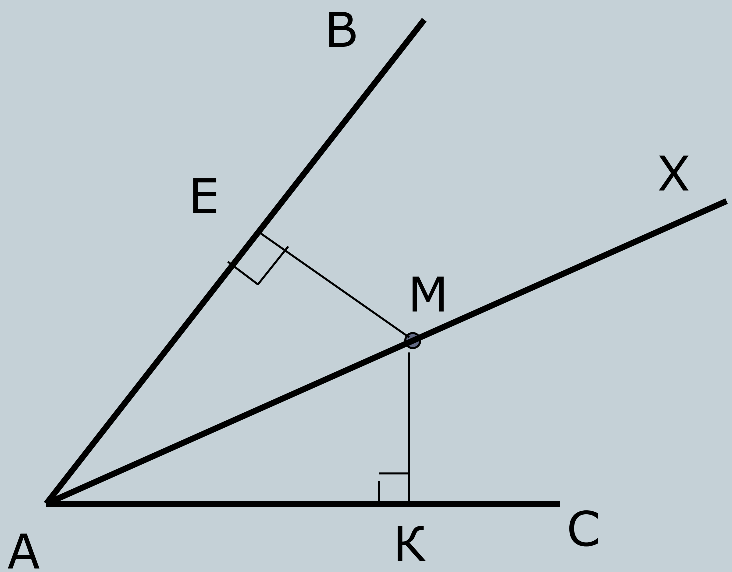


биссектрисы

Помощник 5-9 классы

Свойство биссектрисы неразвёрнутого угла

Теорема1. **Каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от его сторон.**



Дано: $\angle BAC$, AX – биссектриса,

M Є AX, ME $\perp$ AB, MK $\perp$ AC

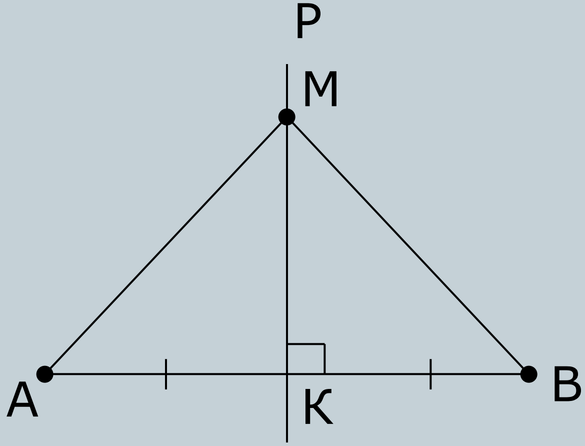
Доказать: ME = MK

Теорема 2 (обратная).**Точка, лежащая внутри неразвёрнутого угла и равноудалённая от его сторон, лежит на биссектрисе этого угла.**

Обобщённая теорема: биссектриса неразвёрнутого угла – множество точек плоскости, равноудалённых от сторон этого угла.

Серединный перпендикуляр к отрезку

Теорема 1. **Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от его концов.**



Дано: AB – отрезок,
PK – серединный перпендикуляр,
M є PK

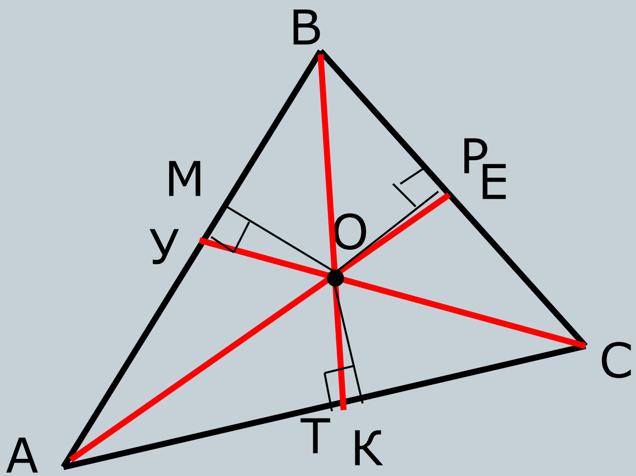
Доказать: MA = MB

Теорема 2. **Точка, равноудалённая от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.**

Обобщённая теорема: серединный перпендикуляр к отрезку – – множество точек плоскости, равноудалённых от его концов.

Первая замечательная точка треугольника

Теорема. **Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.**



Дано: △ABC, AE, BT – биссектрисы,
О - точка их пересечения

Доказать: СУ – биссектриса △ABC, О є СУ

Доказательство:

AE – биссектриса и OM ⊥ AB, OK ⊥ AC,
значит, OM = OK

BT – биссектриса, и OM ⊥ AB, OP ⊥ BC, значит, OM = OP

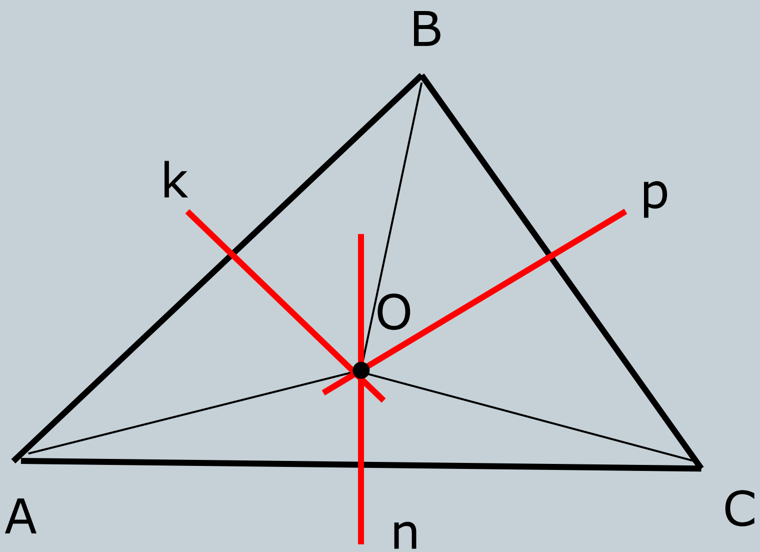
Значит, OM = OK = OP и OP ⊥ BC, OK ⊥ AC, следовательно,
O лежит на биссектрисе угла ACB, т. е. СУ – биссектриса △ABC.

Значит, О – точка пересечения трёх биссектрис треугольника

Прмрщник 5-9 классы.

Вторая замечательная точка треугольника

Теорема. **Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.**



Дано: △ ABC, k,n – серединные перпендикуляры к сторонам треугольника,
O – точка их пересечения

Доказать: p – серединный перпендикуляр к BC, O є p

Доказательство:

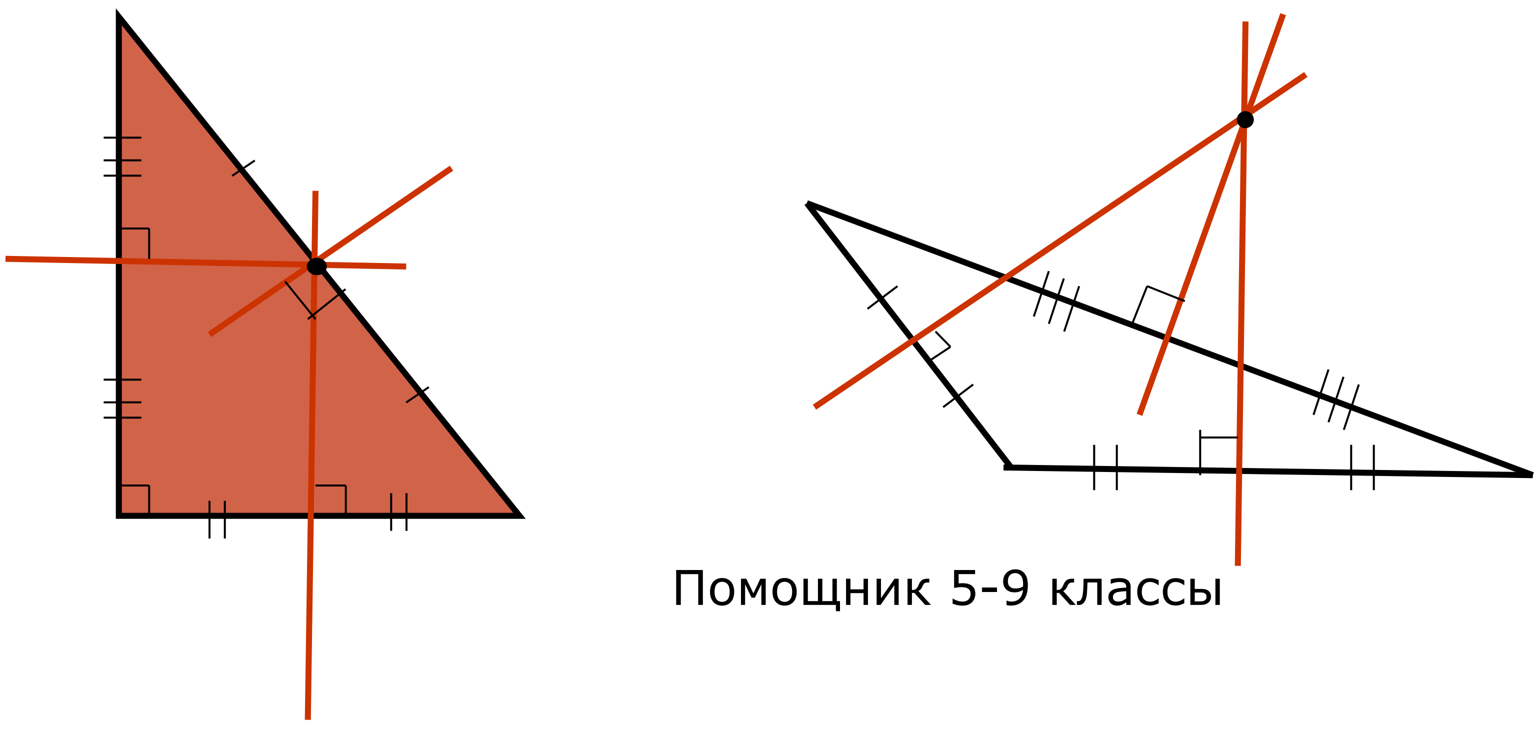
n – серединный перпендикуляр к AC и O є n, значит, OA = OC.

k – серединный перпендикуляр к AB и O є k, значит, OA = OB.
Следовательно, OA = OB =OC, значит, O лежит на серединном перпендикуляре к стороне BC, т. е. на p.

Значит, O – точка пересечения серединных перпендикуляров k, n, p.

Вторая замечательная точка треугольника (продолжение)

Ещё возможное расположение:

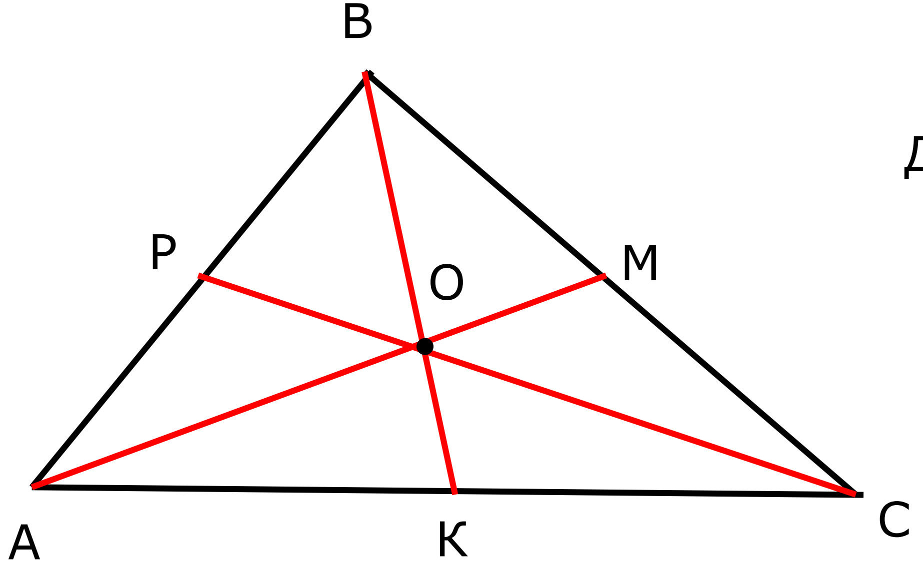


Помощник 5-9 классы

Третья замечательная точка треугольника

Теорема. **Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую в отношении 2: 1, считая от вершины.**

(центр тяжести треугольника – центроид)



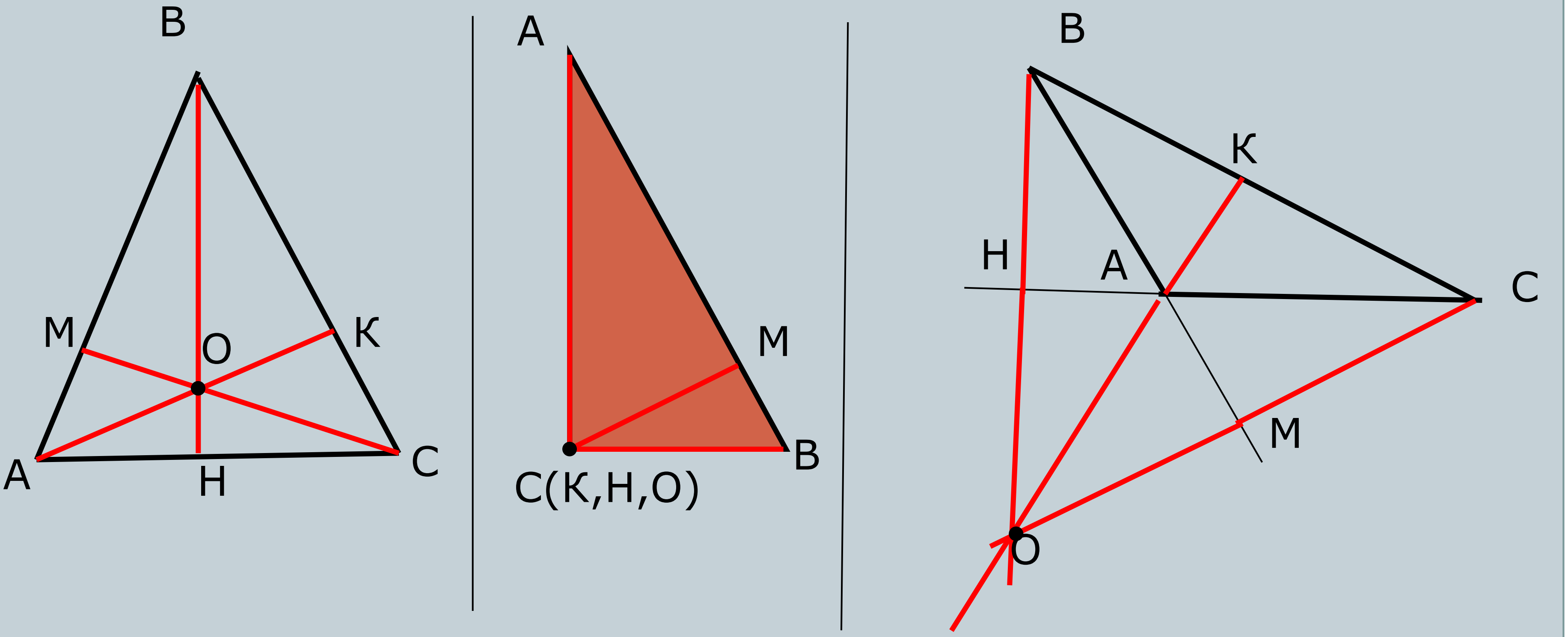
Дано: △ ABC, AM,BK,CP - медианы

Доказать: AM ∩ BK ∩ CP = O

Доказательство проведено ранее: задача 1 п. 62.

Четвёртая замечательная точка треугольника

Теорема. **Высоты треугольника или их продолжения пересекаются в одной точке** **(ортоцентр).**



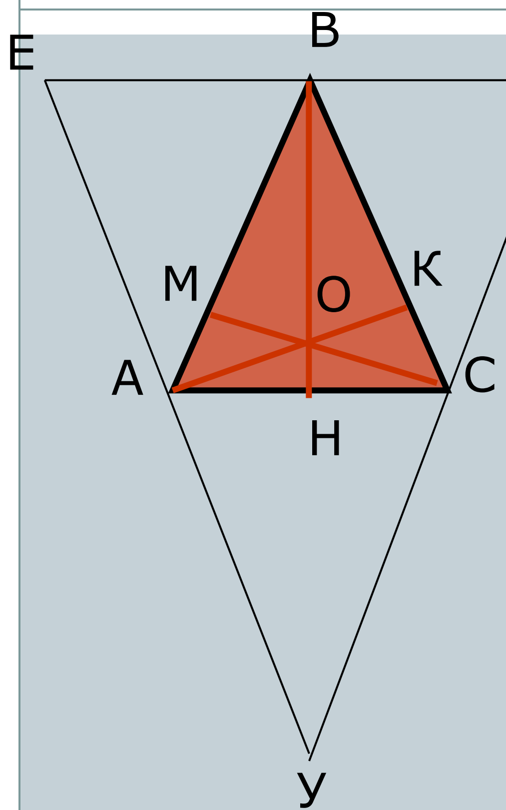
Дано: △ABC, AK, BH, CM - высоты

Доказать: O – точка пересечения высот или их продолжений.

Доказательство:

Через вершины В, А, С треугольника АВС

проведём ЕТ || АС, ЕУ || ВС, ТУ || АВ.



Получим:

АСВЕ – параллелограмм, значит, АС = ВЕ

АСТВ – параллелограмм, значит, АС = ВТ

Следовательно, ВЕ = ВТ, т. е. В – середина ЕТ.

Т.к. ВН – высота △ АВС по условию, то ВН ⊥ АС

Т. к. ЕТ || АС по построению, значит, ВН ⊥ ЕТ

Получим: ВН – серединный перпендикуляр к ЕТ.

Аналогично, СМ – серединный перпендикуляр к ТУ
и АК - серединный перпендикуляр к УЕ.

Т. е. ВН, СМ, АК – серединные перпендикуляры к сторонам △ ЕТУ,

которые по ранее доказанному пересекаются в одной точке,
значит, высоты △ АВС пересекаются в одной точке.

Повторим изученное


8
класс
ГЕОМЕТРИЯ