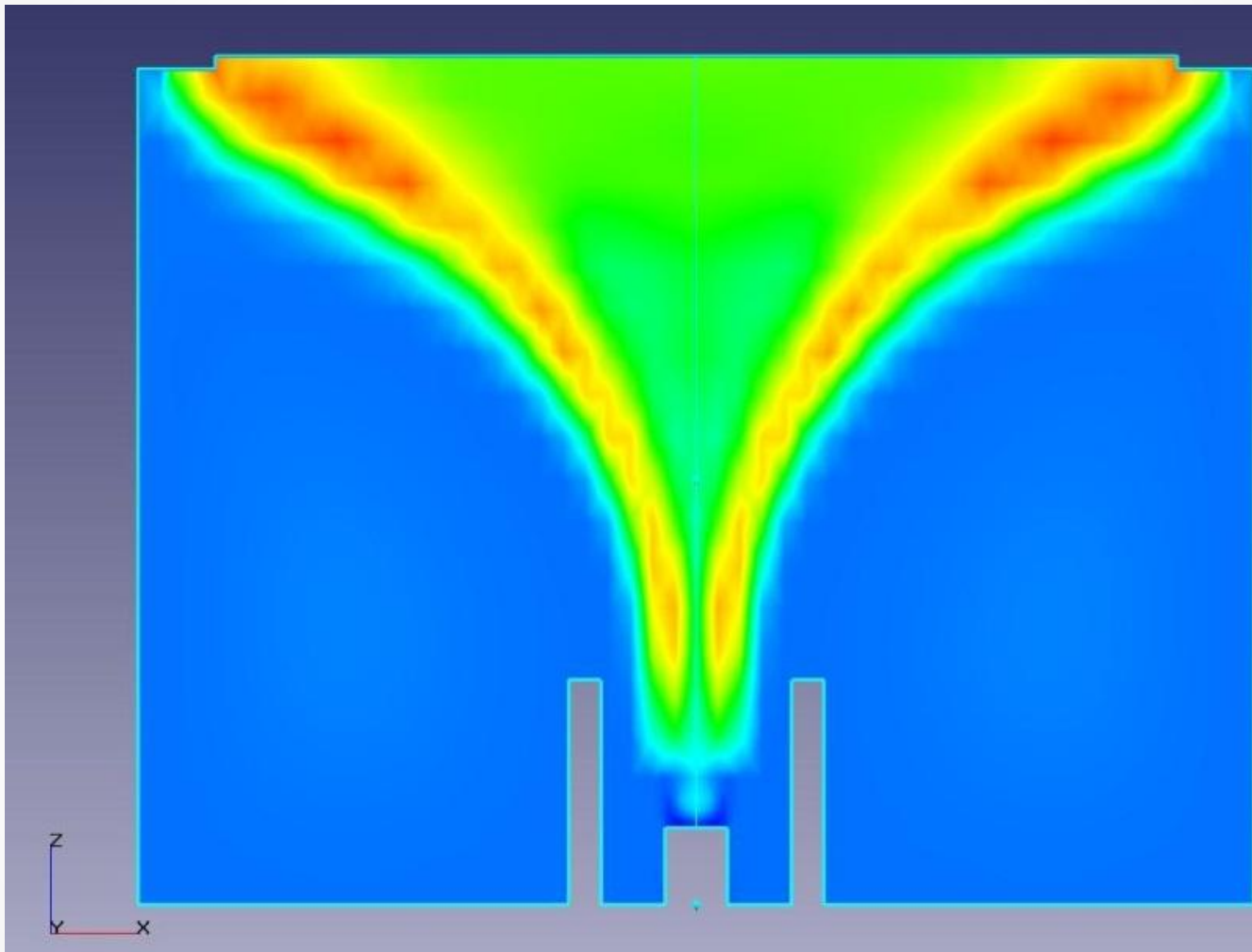


# Температурное поле



Математическая модель горения пропан-бутановой смеси  
в диффузионной горелке

# Температурное поле

совокупность значений температуры  
во всех точках изучаемого  
пространства в данный момент  
времени

$$t=f(x, y, z, \tau)$$

$x, y, z$  – координаты точки,  $\tau$  - время

# Температурное поле

## стационарное

температура во всех точках пространства не зависит от времени

$$t=f(x, y, z, \tau) \quad \partial t/\partial \tau=0$$

## нестационарное

температура зависит от времени, что соответствует неустановившемуся тепловому режиму

$$t=f(x, y, z, \tau) \quad \partial t/\partial \tau \neq 0$$

# Температурное поле

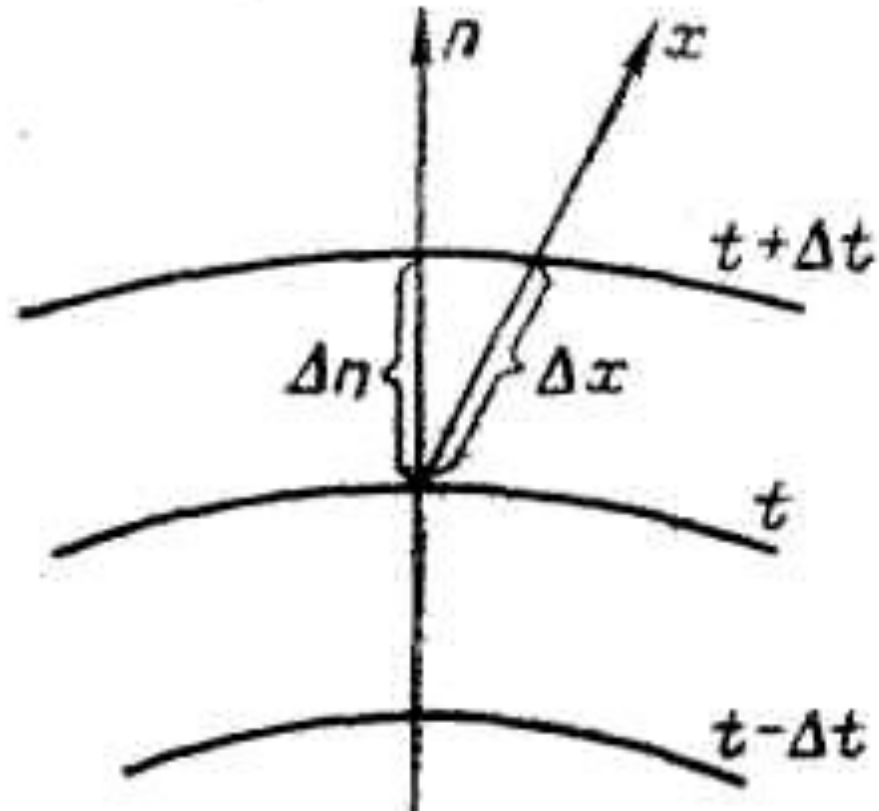
в зависимости от количества координат,  
вдоль которых может изменяться  
температура

одномерное

двухмерное

трехмерное

# Изотермическая поверхность



семейство изотерм, отличающихся на  $\Delta t$

# Изотермическая поверхность

**геометрическое место точек,  
температура которых одинакова**

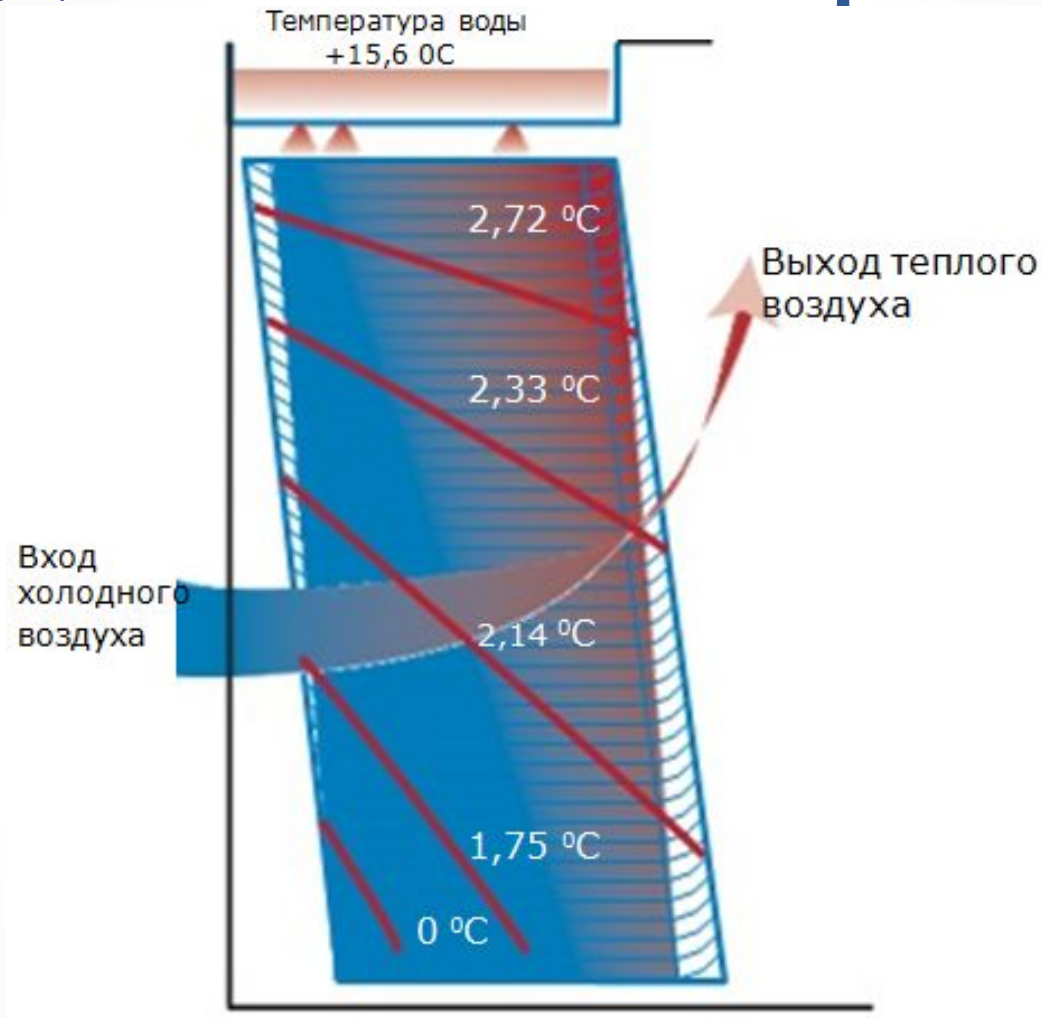
**изотермические поверхности не  
пересекаются – они либо  
оканчиваются на поверхности тела,  
либо целиком лежат внутри тела**

Пересечение изотермических поверхностей **плоскостью** дает семейство изотерм, которые обладают свойствами изотермических поверхностей

Температура в теле может изменяться только в **направлениях, пересекающих** изотермические поверхности



# Градиент температуры



Градиент температуры в теплообменнике градирни с перекрестным током при температуре замерзания в нижней части подачи воздуха



# Градиент температуры

вектор, направленный по нормали к изометрической поверхности в сторону возрастания температуры и численно равный производной от температуры по этому направлению

$$\text{grad } t = \partial t / \partial n$$

$$\text{grad} = \lim \frac{\Delta t}{\Delta n}, \quad \text{при } \Delta n \rightarrow 0, \quad \left[ \frac{K}{m} \right]$$

# Тепловой поток

количество теплоты, проходящее через изотермическую поверхность  $F$  в единицу времени называется

$Q$

$[Вт=Дж/с]$

# Плотность теплового потока

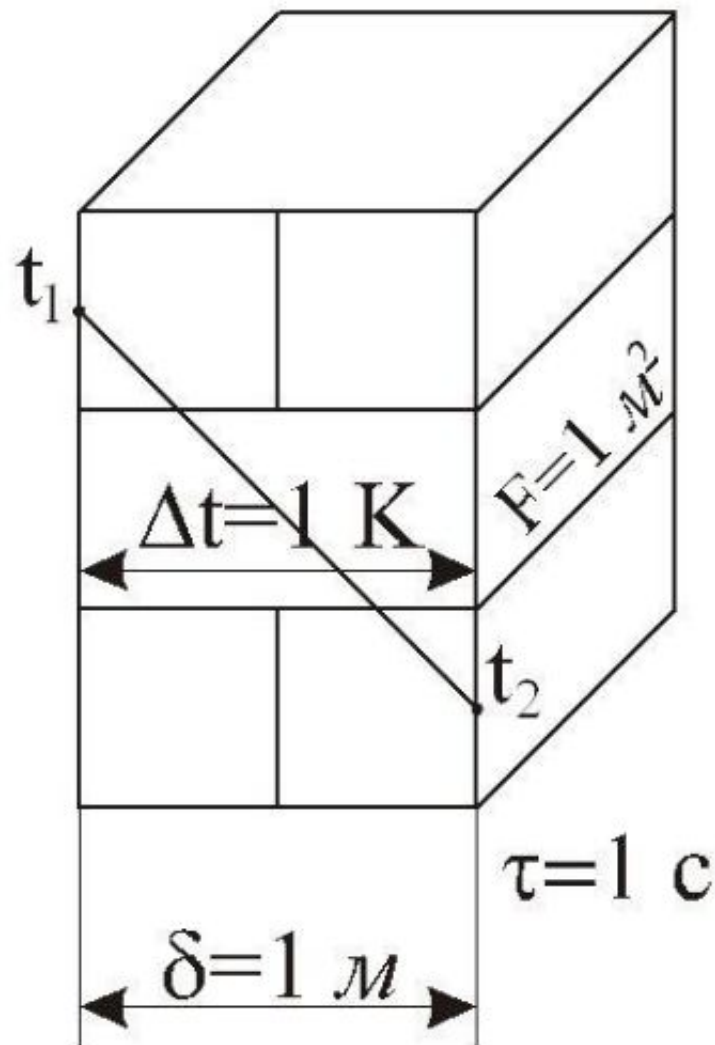
удельный тепловой поток

$q$

количество теплоты, проходящее через  
стенку 1 кв.м за время 1 с

или

тепловой поток отнесенный к единице  
поверхности



$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2), \quad \frac{Bm \cdot K}{m \cdot K \cdot m} = \left[ \frac{Bm}{m^2} \right]$$

# Закон Фурье

(основное уравнение теплопроводности)

В 1822 году французский математик и физик Фурье экспериментально установил

**количество переданного тепла пропорционально времени, площади сечения, перпендикулярного направлению распространению тепла, и градиенту температуры**

$$dQ_{\tau} = - \lambda \frac{dt}{dn} dF d\tau$$

Минус в правой части показывает, что в направлении теплового потока температура убывает и величина grad t является величиной отрицательной

# Коэффициент теплопроводности

$\lambda$

множитель пропорциональности

характеризует способность вещества  
проводить теплоту через себя

# Коэффициент теплопроводности

показывает, какое количество теплоты проходит вследствие теплопроводности в единицу времени через стенку толщиной 1 м и площадью 1 кв. м при разности температур ее поверхностей 1 К.

Размерность этого коэффициента – Вт/м·К

Значение коэффициента теплопроводности зависит от природы вещества и его температуры.



# Закон Фурье

плотность теплового потока пропорциональна  
градиенту температуры

т.е. коэффициент теплопроводности - это тепловой  
поток, передаваемый через единичную поверхность при  
единичном значении температурного градиента

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_1 - t_2), \quad \frac{Bm \cdot K}{M \cdot K \cdot M} = \left[ \frac{Bm}{M^2} \right]$$

$$q = \lambda, \quad \text{т.к.} \quad \delta = 1 M \quad \text{и} \quad (t_1 - t_2) = 1 K$$

$$\lambda = \frac{|\bar{q}|}{|\text{grad}t|}$$



- Теплопроводность является функцией рода вещества, температуры и давления. Для газов теплопроводность имеет значение в пределах  $\lambda = 0,006...0,6 \frac{Вт}{м \cdot К}$ , почти не зависит от давления и увеличивается с повышением температуры.
- Теплопроводность жидкостей  $\lambda = 0,07...0,6 \frac{Вт}{м \cdot К}$ , с увеличением температуры теплопроводность жидкостей уменьшается (кроме воды и глицерина), а с повышением давления увеличивается.
- Теплопроводность твёрдых материалов имеет разный порядок для металлов и неметаллов (диэлектриков). Металлы по сравнению с неметаллами являются лучшими проводниками теплоты, и их теплопроводность меняется в пределах  $3...450 \frac{Вт}{м \cdot К}$ . Значение теплопроводности строительных и теплоизоляционных материалов находятся в пределах  $0,023...2,9 \frac{Вт}{м \cdot К}$ .

В целом коэффициент теплопроводности убывает с уменьшением плотности

В неметаллических твердых телах  $\lambda$  растет с увеличением температуры, а также с ростом плотности вещества

Для порошкообразных и пористых тел  $\lambda$  сильно зависит от их объемной плотности – растет с ее увеличением, так как теплопроводность заполняющего поры воздуха существенно меньше теплопроводности твердых компонентов пористого материала



# Дифференциальное уравнение теплопроводности

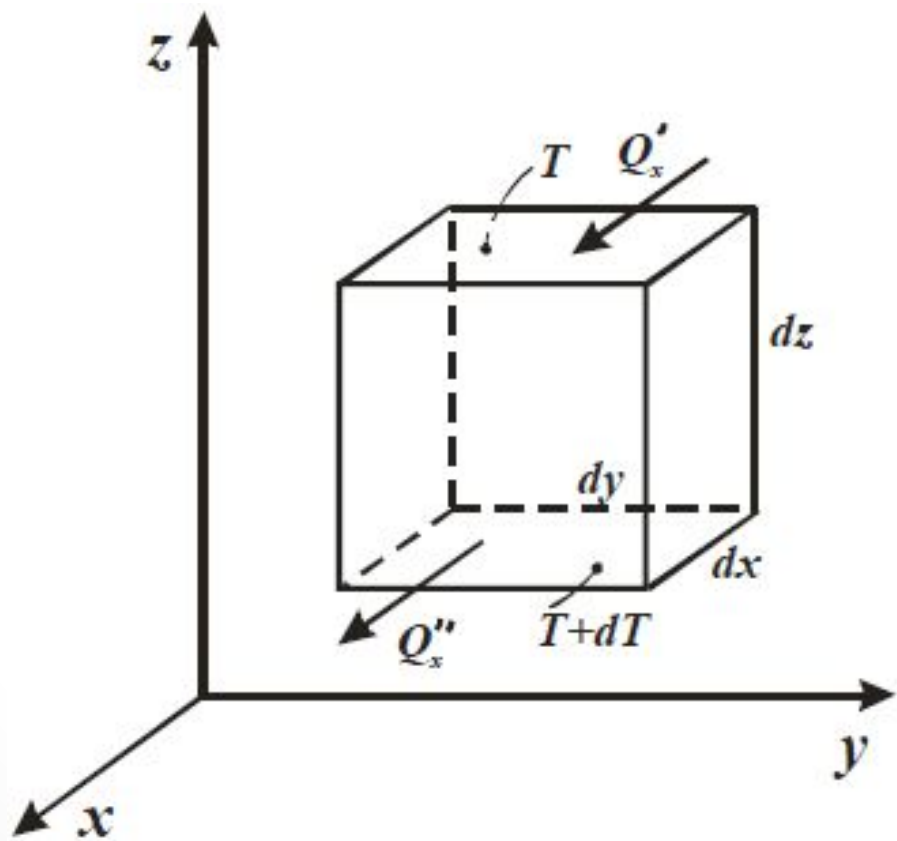
**устанавливает связь между величинами,  
характеризующими процесс передачи теплоты  
теплопроводностью**

Впервые вывод дифференциального уравнения был предложен М.В. Остроградским в 1830 г.

При установлении зависимостей между величинами удобно воспользоваться методами математической физики, которая рассматривает протекание процесса не во всем изучаемом пространстве, а в элементарном объеме вещества в течение бесконечно малого отрезка времени



При выводе уравнения рассмотрим сначала сплошную, однородную, изотропную среду. Выделим в среде элементарный объем в форме параллелепипеда с ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  (расчетная схема). Так, объем параллелепипеда  $dV=dx \cdot dy \cdot dz$ .



Расчетная схема

Получим следующее уравнение

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c \rho}$$

$$a = \frac{\lambda}{c \rho}, \frac{\text{М}^2}{\text{с}} \quad \text{- коэффициент температуропроводности}$$

# Коэффициент температуропроводности

характеризует скорость изменения температуры в  
нестационарных процессах

является мерой теплоинерционных свойств тела

Скорость изменения температуры будет тем выше,  
чем больше коэффициент температуропроводности

зависит от природы вещества – для металлов больше,  
чем для жидкостей и газов

[м<sup>2</sup>/с]

Дифференциальное уравнение теплопроводности выведено на основе общих законов физики и описывает процесс теплопроводности в самом общем виде.

Для описания конкретного процесса теплопроводности необходимо рассмотреть все его частные особенности, которые называются

**условиями однозначности или краевыми условиями.**



# Краевые условия

**1** геометрические условия, характеризующие форму и размеры тела, в котором протекает процесс

**2** физические условия, характеризующие физические свойства тела (теплопроводность, теплоемкость, плотность, мощность внутренних источников тепла и т. д.)

**3** временные или начальные условия, характеризующие распределение температуры в изучаемом теле в начальный момент времени – при  $\tau=0$   $t=f(x, y, z, \tau)$

**4** граничные условия, характеризующие взаимодействие рассматриваемого тела с окружающей средой





# Граничные условия

```
graph LR; A[Граничные условия] --- B[первого рода]; A --- C[второго рода]; A --- D[третьего рода]; A --- E[четвертого рода];
```

первого рода

второго рода

третьего рода

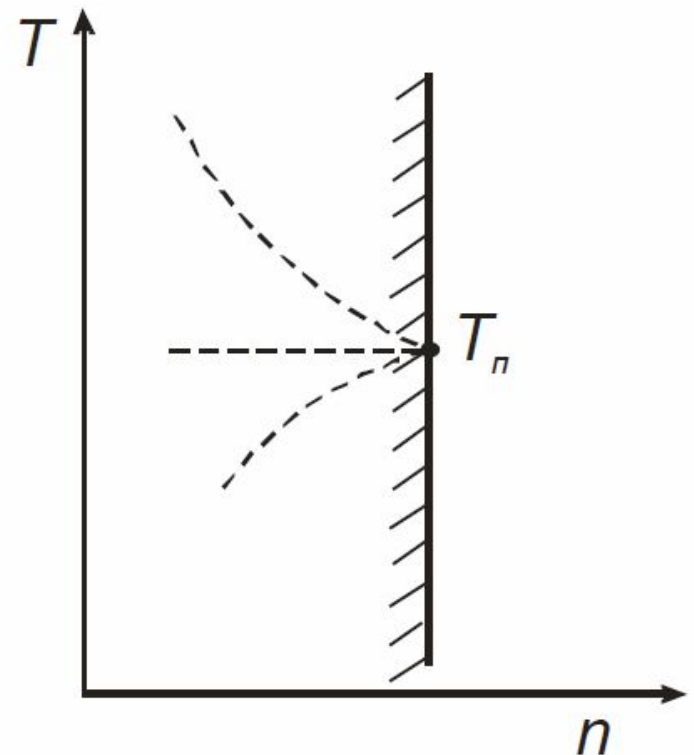
четвертого рода

# Граничное условие первого рода

задается распределение температуры на поверхности тела для каждого момента времени  $T_{\text{п}}=f(x, y, z, \tau)$ ;

частный случай  $T_{\text{п}} = \text{const}$

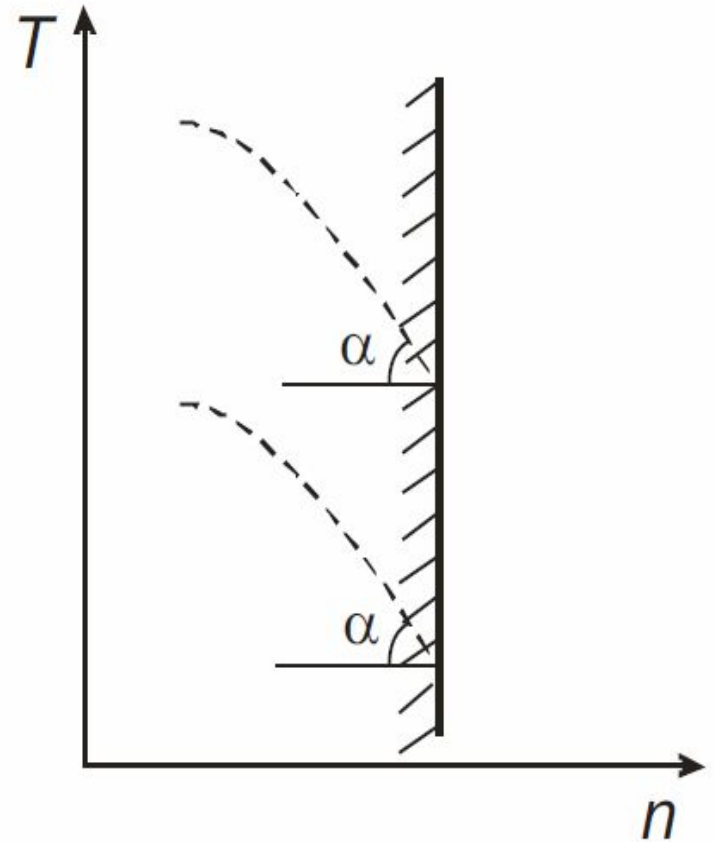
На поверхности в каждый момент времени решение должно удовлетворять заданному условию, при этом внутри тела температура может возрастать, уменьшаться или быть постоянной



# Граничное условие второго рода

Задается величина теплового потока для каждой точки поверхности тела и для любого момента времени  $q_{\text{п}}=f(x, y, z, \tau)$ ; частный случай  $q_{\text{п}}=\text{const}$

например, нагревание металлических изделий в высокотемпературных печах



Согласно закону Фурье **плотность теплового потока пропорциональна градиенту температуры**, поэтому при граничных условиях второго рода возможно задание градиента температуры на поверхности в каждый момент времени

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Pi} = \bar{f}(\tau)$$

Градиент температуры численно равен **tg  $\alpha$**  - тангенсу угла наклона касательной к графику изменения температуры на поверхности (см. рисунок), поэтому при таких граничных условиях решение должно удовлетворять заданному углу наклона  **$\alpha$**  в каждый момент времени, а температура поверхности может быть различной



# Граничное условие третьего рода

Граничное условие третьего рода является условием конвективной теплоотдачи, когда поверхность тела омывается подвижным теплоносителем

задается связь между градиентом температуры и температурой на поверхности, которая определяется законом теплоотдачи между поверхностью тела и окружающей средой, так называемым **законом Ньютона–Рихмана**

$$q = \alpha(T_{\text{п}} - T_{\text{ср}})$$

$q$  – плотность теплового потока, Вт/м<sup>2</sup>

$\alpha$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/( м<sup>2</sup> К)

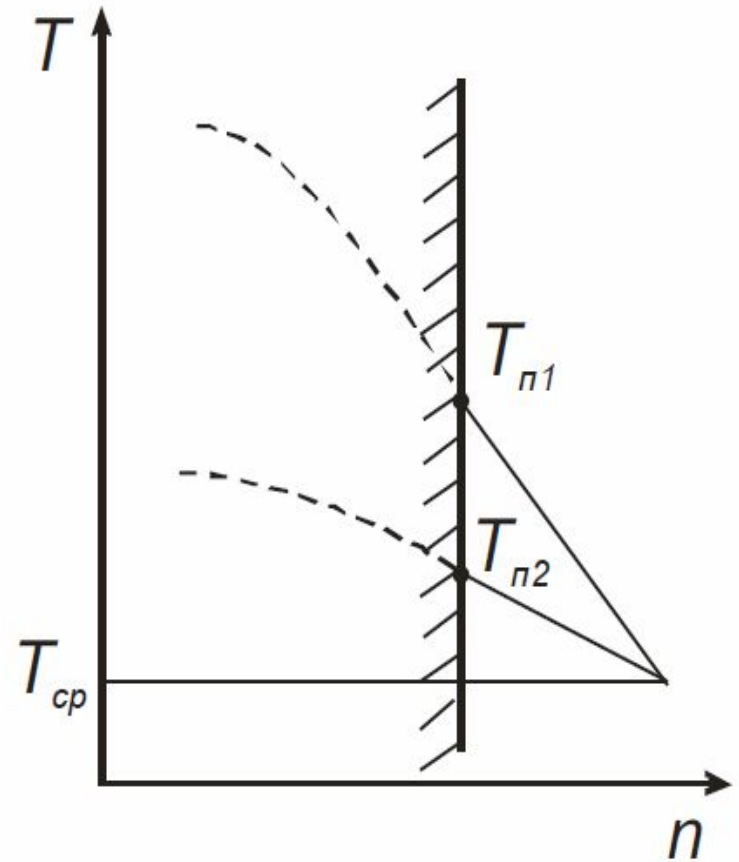
$T_{\text{п}}$  – температура поверхности, К

$T_{\text{ср}}$  – температура окружающей среды, К

При граничных условиях третьего рода на границе должно выполняться равенство

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Pi} = \alpha (T_{\Pi} - T_{\text{ср}})$$

Т.е. чем выше температура поверхности, тем больше градиент температуры в теле на поверхности и, следовательно, тепловой поток с поверхности



# Граничное условие четвертого рода

является условием контактного теплообмена и задается равенством плотностей теплового потока на границе контактирующих сред (индексы 1 и 2 относятся к соответствующей среде)

$$q = -\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_1^{\text{II}} = -\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_2^{\text{II}}$$

Таким образом, решение дифференциального уравнения теплопроводности **при заданных условиях однозначности** позволяет определить температурное поле во всем объеме тела для любого момента времени



# Процесс теплопередачи

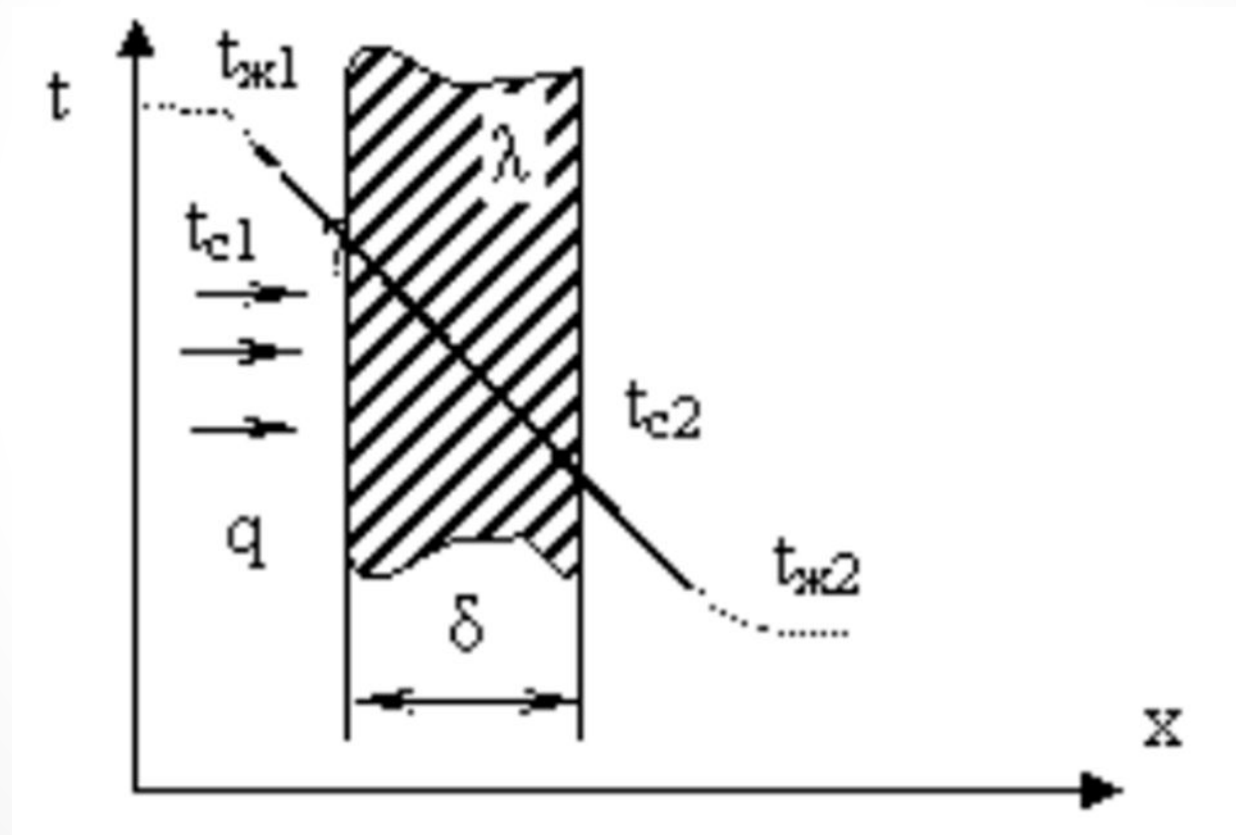
В большинстве технологических процессов теплообмен между теплоносителями происходит через некоторую поверхность раздела.

Передача тепла от одной жидкой среды (жидкости или газа) к другой через разделяющую их однородную или многослойную твердую стенку любой формы называется **теплопередачей**.

Теплопередача включает в себя теплоотдачу от более горячей жидкости к стенке, теплопроводность в стенке, теплоотдачу от стенку к более холодной подвижной среде.



# Теплопередача через однородную стенку



Пусть плоская однородная стенка имеет толщину  $\delta$ .

**Дано:**

коэффициент теплопроводности  $\lambda$

температуры окружающей среды  $t_{ж1}$  и  $t_{ж2}$

коэффициенты теплоотдачи  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$

Будем считать, что  $t_{ж1}$ ,  $t_{ж2}$ ,  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  постоянны и не меняются вдоль поверхности, что позволит рассматривать изменение температуры жидкостей и стенки только в направлении, перпендикулярном плоскости стенки.

При заданных условиях нужно найти тепловой поток от горячей жидкости к холодной, а также температуры на поверхностях стенки.



Используя закон Ньютона-Рихмана распишем

- тепловой поток от горячей жидкости к стенке

$$- q = \alpha_1(t_{ж1} - t_{c1})$$

- тепловой поток путем теплопроводности через твердую стенку  $q = \lambda(t_{ж1} - t_{c1}) / \delta$

- тепловой поток от второй поверхности стенки к холодной жидкости за счет теплоотдачи

$$q = \alpha_2(t_{c2} - t_{ж2})$$

Выразив температурные напоры (разность характерных температур среды и стенки) получим

$$t_{ж1} - t_{ж2} = q \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)$$

# Коэффициент теплопередачи

Выразим плотность теплового потока получим

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = k \cdot (t_{ж1} - t_{ж2})$$

где  $k$  – коэффициент теплопередачи (без учета загрязнений с обеих сторон стенки)

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

Характеризует **интенсивность передачи тепла** от одной жидкости к другой **через** разделяющую их **стенку**

Численное значение **коэффициента k** определяется количеством теплоты, которое передается от одного теплоносителя к другому через разделяющую их стенку площадью 1 кв.м в течение 1 с при разности температур теплоносителей 1 К.

Размерность коэффициента теплопередачи – Вт/кв.  
м·К

# Термическое сопротивление теплопередачи

Величина, обратная коэффициенту теплопередачи, называется **термическим сопротивлением теплопередачи  $R$** , а величина  $\delta/\lambda$  - термическим сопротивлением стенки.

$$R = 1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2$$

Полное термическое сопротивление складывается из частных термических сопротивлений:

$R_1 = 1/\alpha_1$  – термическое сопротивление теплоотдачи от горячей жидкости к поверхности стенки

$R_c = \delta/\lambda$  – термическое сопротивление теплопроводности стенки

$R_2 = 1/\alpha_2$  – термическое сопротивление теплоотдачи от поверхности стенки к холодной жидкости





## Термическое сопротивление теплопередачи через многослойную стенку

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}$$

Коэффициент теплопередачи для многослойной стенки

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

# Удельный тепловой поток через многослойную стенку

$$q = \frac{t_{\text{ж}1} - t_{\text{ж}2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} = k \cdot (t_{\text{ж}1} - t_{\text{ж}2})$$

# Тепловой поток через поверхность стенки

$$Q = q \cdot F = k \cdot \Delta t \cdot F$$

## Температуры поверхностей однородной стенки

$$t_{c1} = t_{ж1} - \frac{q}{\alpha_1}$$

$$t_{c2} = t_{ж1} - q \cdot \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} \right) = t_{ж2} + \frac{q}{\alpha_2}$$

# Температура стенки на границе соприкосновения двух слоев

$$t_{c(i+1)} = t_{ж1} - q \cdot \left( \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{j=1}^i \frac{\delta_j}{\lambda_j} \right)$$

# Интенсификация теплопередачи

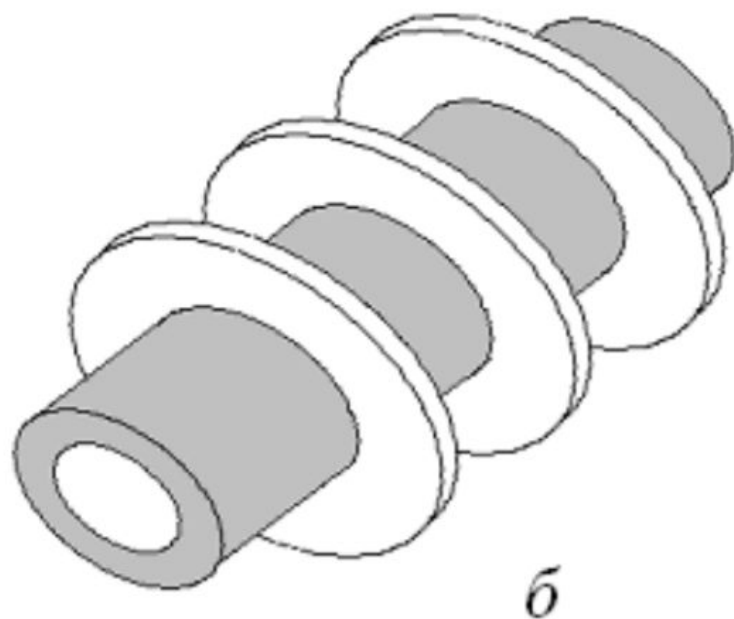
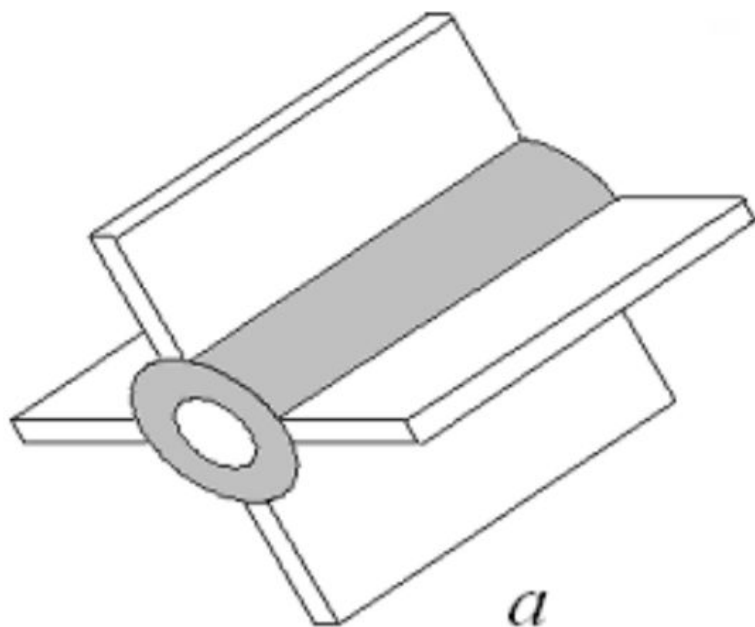
При заданных размерах стенки и температурах жидкостей величиной, определяющей теплопередачу, является коэффициент теплопередачи  $k$ .

Если значение коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  мало, то термическое сопротивление можно уменьшить путем увеличения соответствующей поверхности.

Способ интенсификации теплопередачи - оребрение поверхностей



# Виды ребристых поверхностей



# Основные требования к ребристым поверхностям

1. Ребра целесообразно выполнять из материала с высоким коэффициентом теплопроводности (медь, алюминий, латунь)

2. Ребра целесообразно выполнять на той поверхности, где коэффициент теплоотдачи минимальный, например, со стороны воздуха, а не воды.

Определяющим критерием является коэффициент теплоотдачи, а не величина температуры

3. Нецелесообразно делать ребра большой длины (высоты)

4. Необходимо ребристую поверхность поддерживать в чистоте



# Движущая сила тепловых процессов

разность температур взаимодействующих сред

В промышленной аппаратуре теплопередача обычно протекает при переменной температуре теплоносителей.

Значение температуры теплоносителей изменяются вдоль поверхности разделяющей их стенки, поэтому в расчетах используют среднюю разность температур  $\Delta t_{\text{ср}}$ , которая и должна войти в **основное уравнение теплопередачи**





# Основное уравнение теплопередачи

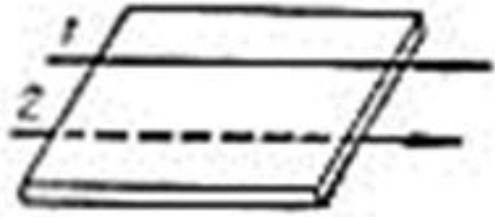
количество теплоты, передаваемое в единицу времени через поверхность при теплообмене, пропорционально средней разности температур

Таким образом, **основное уравнение теплопередачи** принимает вид

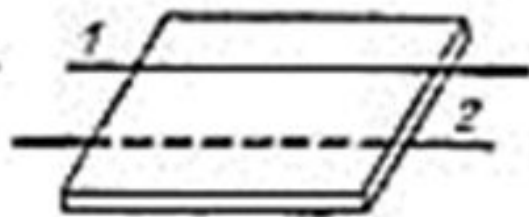
$$Q = kF \Delta t_{\text{ср}}$$

# Схемы движения теплоносителей

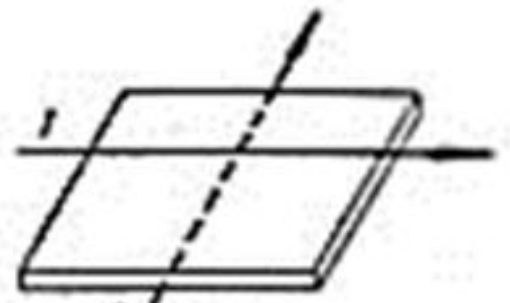
Большое влияние на процесс теплообмена оказывает относительное движение теплоносителей. В непрерывных процессах теплообмена возможны следующие варианты направления движения жидкостей друг относительно друга вдоль разделяющей их стенки



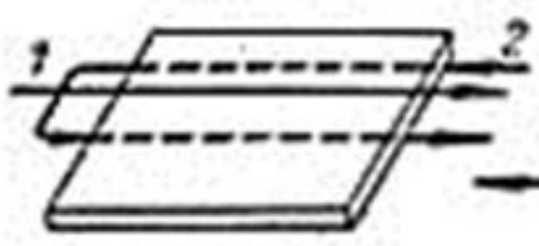
a



b



c

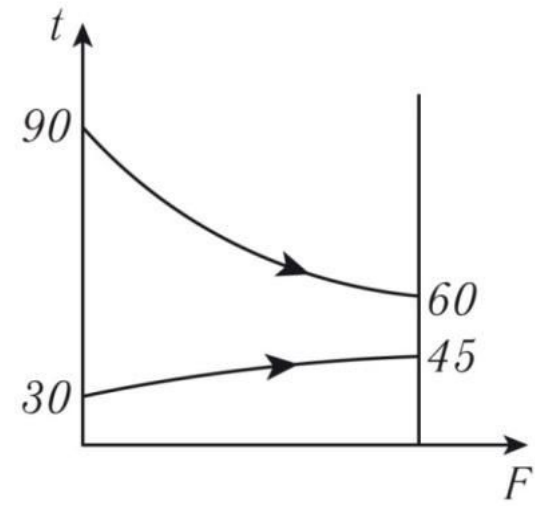


d

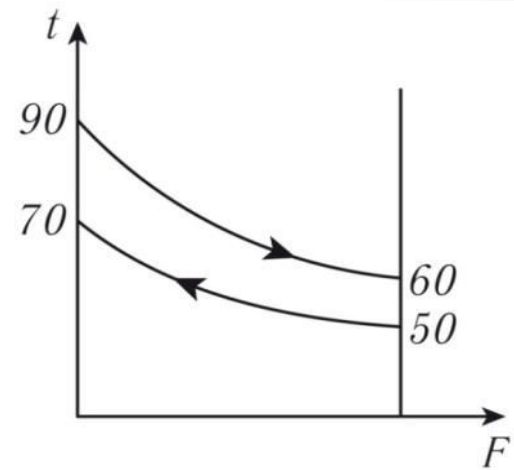


e

(а) параллельное  
однонаправленное  
течение, или **прямоток**  
- теплоносители  
движутся в одном и том  
же направлении



(б) **противоток** -  
теплоносители  
движутся в  
противоположных  
направлениях



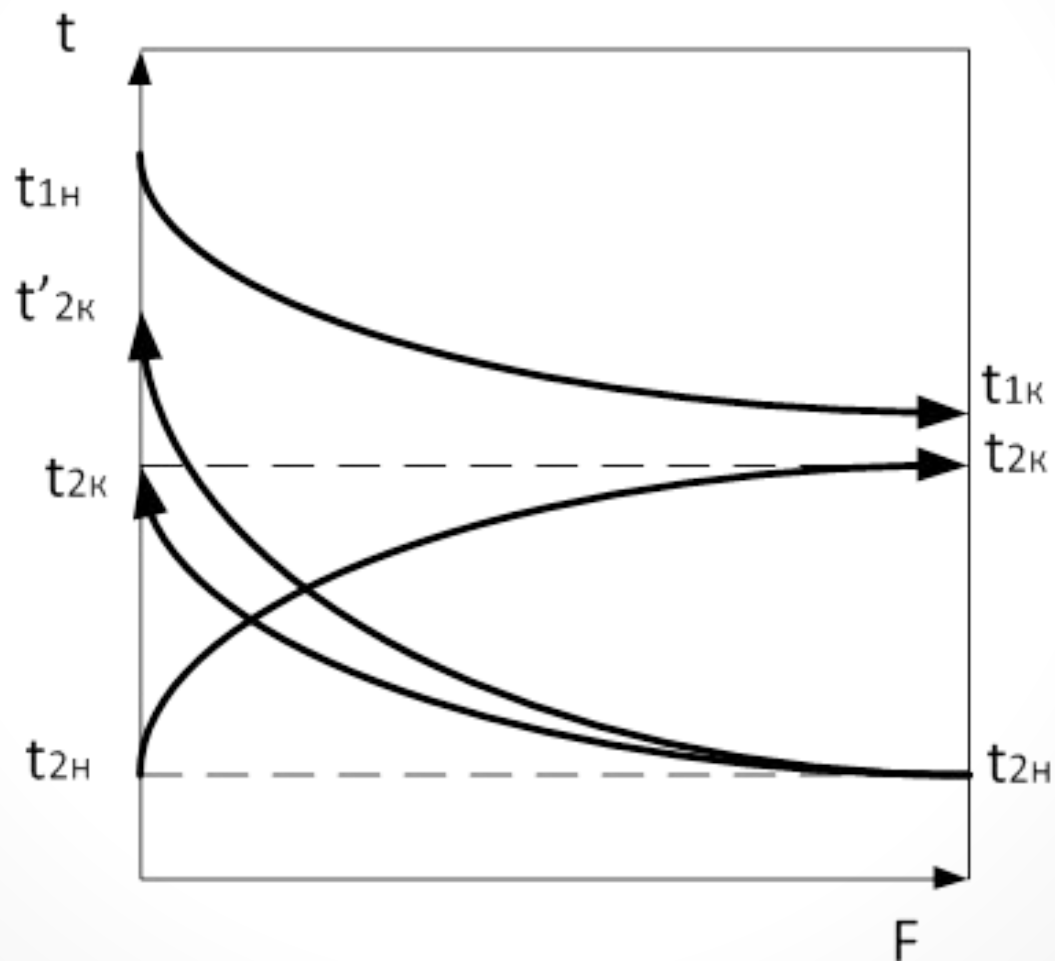
**(в)перекрестный ток** , при котором теплоносители движутся взаимно перпендикулярно друг другу

**смешанный ток**, при котором один из теплоносителей движется в одном направлении, а другой - как прямотоком, так и противотоком к первому.

При этом различают простой, или однократный смешанный ток **(г)** и многократный смешанный ток **(д)**

# Выбор взаимного направления

## движения теплоносителей



- Для случая прямотока конечная температура менее нагретого теплоносителя (охлаждающего агента)  $t_{2к}$  не может превышать конечную температуру более нагретого теплоносителя  $t_{1к}$ . При противотоке это возможно. Для осуществления процесса должна существовать некоторая разность температур. При повышении  $t_{2к}$  сокращается расход охлаждающего агента, т.е. противоток предпочтителен с точки зрения экономии охлаждающего агента.
- Если сопоставить противоток и прямоток при одинаковых начальных и конечных температурах теплоносителей, то при противотоке средняя движущая сила выше, а расход теплоносителей одинаков. Скорость теплообмена при противотоке выше, следовательно, противоток более эффективен.



- Таким образом, противоток является более предпочтительным при проведении процессов теплообмена. Прямоток применяют только в том случае, если он обеспечивает какие либо технологические преимущества (например, создание более мягких условий обогрева).
- Если один из теплоносителей меняет свое агрегатное состояние, то взаимное направление движения теплоносителей не имеет значения.



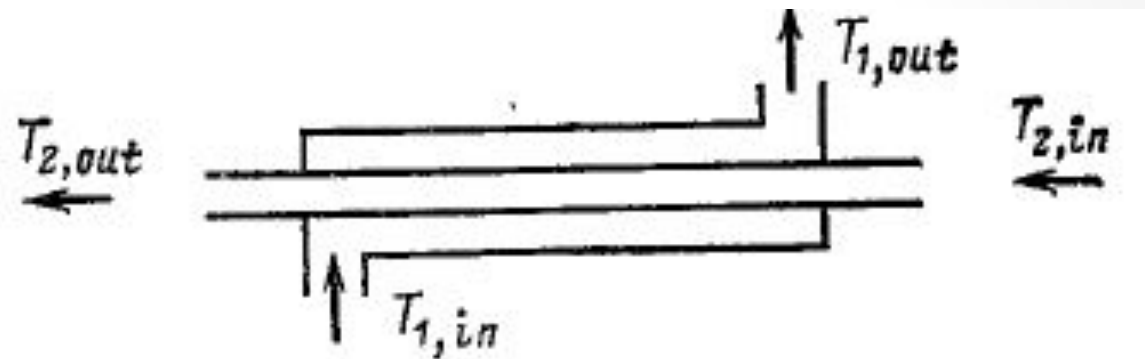
# Конфигурации теплообменников в зависимости от схемы движения теплоносителей

Основной характеристикой конструкции теплообменника является тип относительного движения потоков теплоносителей, взаимная геометрия этих течений. Ниже рассмотрены наиболее общие типы конфигураций течений.

Данные конфигурации представляют собой некоторую идеализацию реальных ситуаций. На практике никогда нельзя достигнуть течения теплоносителя, совпадающего с идеальным вариантом



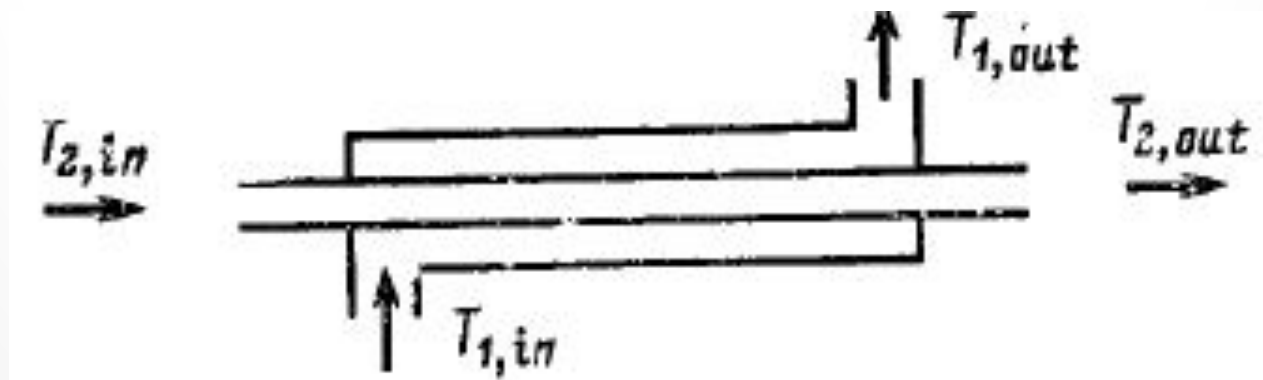
**Противоток.** В противоточном теплообменнике два теплоносителя движутся параллельно друг другу, но в противоположных направлениях. Этот тип течения схематически представлен на рисунке, где изображена одиночная труба относительно малого диаметра, расположенная коаксиально внутри трубы большого диаметра.



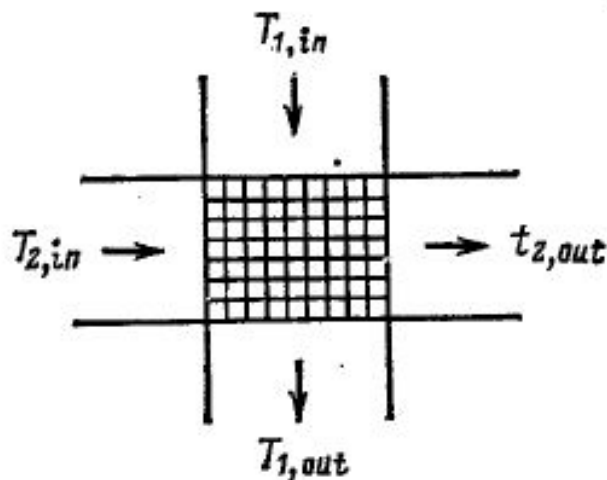
Один теплоноситель в кольцевом пространстве между двумя трубами. на практике внутри одной трубы большого диаметра (кожуха) может быть расположено значительное число труб.

Противоточные теплообменники наиболее эффективны, поскольку обеспечивают наилучшее использование располагаемой разности температур, в них также может быть достигнуто наибольшее изменение температуры каждого теплоносителя.

**Прямоток.** В теплообменниках этого типа два теплоносителя движутся также параллельно друг другу, но в одном и том же направлении. При значительном изменении температуры теплоносителей располагаемая разность температур в таком теплообменнике используется плохо. В этом случае, если эффективность передачи теплоты является определяющим параметром при проектировании, такого типа теплообменники не применяют. Однако температура теплопередающей стенки в таких теплообменниках оказывается более однородной, чем в противоточных теплообменниках.



**Перекрестный ток.** В теплообменнике с перекрестным током два теплоносителя движутся под прямым углом друг к другу. Например, первый поток может течь внутри труб, собранных в пучок, тогда как второй поток может двигаться в пространстве между трубами в направлении, в целом перпендикулярном оси этих труб. По своей эффективности они занимают промежуточное положение между теплообменниками с параллельным однонаправленным движением теплоносителей и противоточным теплообменником. Если же исходить из практических соображений, связанных с подачей теплоносителей к поверхностям теплообмена, то такой теплообменник сконструировать проще, чем указанные выше типы аппаратов.



# Передача теплоты конвекцией

**Конвекция (конвективная теплоотдача)**

перенос тепла вследствие движения и перемешивания макроскопических объемов газа или жидкости.

Конвекция тепла всегда сопровождается **теплопроводностью**.

различают  
**вынужденную** (принудительную)  
и **естественную** (свободную)

**вынужденная** – жидкость или газ движутся за счет внешних для данного процесса сил (насос, вентилятор, ветер)

**естественная** – обусловлена разностью плотностей газа и жидкости в различных точках объема вследствие разности их температур в этих точках

# Закон теплоотдачи (Ньютона-Рихмана)

Для удобства расчета теплоотдачи берут уравнение относительно простого вида

$$dQ = \alpha dF (t_{ст} - t_{ж}) d\tau$$

Количество тепла  $dQ$ , отдаваемое за время поверхностью стенки  $dF$ , имеющей температуру  $t_{ст}$  жидкости с температурой  $t_{ж}$  прямо пропорционально  $dF$  и разности температур  $t_{ст} - t_{ж}$ .

$\alpha$ -коэффициент пропорциональности (теплоотдачи)

# Коэффициент теплоотдачи

характеризует количество теплоты, которое передается

от 1 кв.м. поверхности стенки к жидкости (или от жидкости к стенке) в течение 1 с при разности температур стенки и жидкости 1 К

Размерность – Вт/кв.м·К

Коэффициент теплоотдачи **не** является **постоянной** величиной для данного вещества или материала и зависит от следующих факторов:



- от переменных, определяющих режим течения жидкости - скорости жидкости  $\omega$ , ее плотности  $\rho$  и вязкости  $\mu$
- от тепловых свойств жидкости (удельной теплоемкости  $c_p$ , теплопроводности  $\lambda$ ), а также от коэффициента объемного расширения  $\beta$
- геометрических параметров – формы и определяющих размеров стенки (для труб – их диаметр  $d$  и длина  $L$ ), а также шероховатости стенки  $\varepsilon$

$$\alpha = f(\omega, \mu, \rho, c_p, \lambda, \beta, d, L, \varepsilon)$$

Зависимость коэффициента теплоотдачи от этих факторов очень сложна и не может быть установлена теоретическим путем.

Для определения значений  $\alpha$  прибегают к экспериментальным исследованиям, а опытные данные обрабатывают **методом теории подобия**, получая обобщенные (критериальные) уравнения для типовых случаев теплоотдачи, позволяющие рассчитывать  $\alpha$  для условий конкретной задачи.



# Дифференциальное уравнение конвективного теплообмена

Исходной зависимостью для обобщения данных по теплоотдаче является общий закон распределения температур в жидкости, выражаемый **дифференциальным уравнением конвективного теплообмена.**

Рассмотрим уравнение теплового баланса параллелепипеда, учитывая, что тепло переносится в жидкости путем конвекции и теплопроводности.



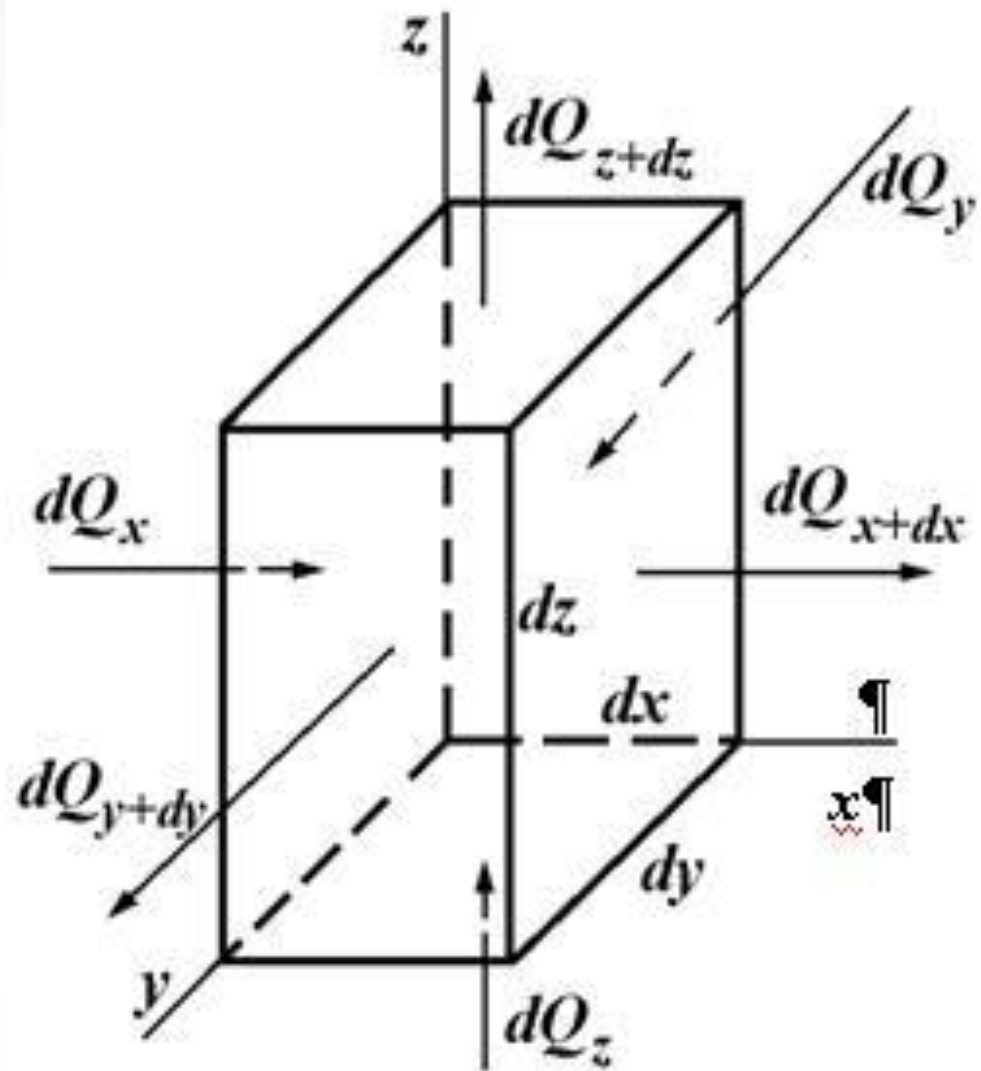
Выделим в установившемся потоке жидкости элементарный параллелепипед с ребрами  $dx$ ,  $dy$  и  $dz$ .

Пусть плотность потока жидкости  $\rho$ , ее коэффициент теплопроводности  $\lambda$  и удельная теплоемкость  $c_p$  постоянны.

Температура  $t$  жидкости изменяется вдоль граней параллелепипеда.

Проекции скорости движения  $\omega$  жидкости на оси координат  $x$ ,  $y$  и  $z$  составляют  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  и  $\omega_z$  соответственно.





# Уравнение Фурье-Кирхгофа (дифференциальное уравнение конвективного теплообмена)

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial x} \omega_x + \frac{\partial t}{\partial y} \omega_y + \frac{\partial t}{\partial z} \omega_z = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right)$$

это уравнение выражает в наиболее общем виде распределение температур в движущейся жидкости

где  $\frac{\lambda}{c\rho} = a$  — коэффициент температуропроводности;  $\left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = \nabla^2 t$  — оператор Лапласа для переменной  $t$ .

- Из уравнения Фурье-Кирхгофа следует, что температурное поле в движущейся жидкости является функцией различных переменных.
- Для практического использования это уравнение преобразовывают с учетом условий однозначности, т.е. представляют в виде **критериев подобия**.

## Подобные процессы

явления, принадлежащие одному и тому же классу, описываемые одинаковыми по физическому содержанию и форме записи дифференциальными уравнениями

## Аналогичные процессы

явления, которые описываются одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями, но различны по своему физическому содержанию



# Общие условия подобия физических процессов (по Кирпичеву – Гухману)

1. Подобные процессы должны быть качественно одинаковыми, т. е. они должны иметь одинаковую физическую природу и описываться одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями
2. Условия однозначности подобных процессов должны быть одинаковы во всем, кроме численных значений постоянных, содержащихся в этих условиях
3. Одноименные определяющие критерии подобных процессов должны иметь одинаковую численную величину



С помощью теории подобия размерные физические величины объединяются в **безразмерные комплексы**, число которых комплексов будет меньше числа величин, из которых составлены эти комплексы. Полученные безразмерные комплексы рассматриваются как новые переменные.

При введении в уравнения безразмерных комплексов число величин под знаком функции формально сокращается, что упрощает исследование физических процессов. Кроме того, новые безразмерные переменные отражают влияние не только отдельных одиночных факторов, но и их совокупности, что позволяет легче определить физические связи в исследуемом процессе.



Теория подобия устанавливает условия, при которых результаты лабораторных исследований можно распространить на другие явления, подобные рассматриваемому. Ввиду этого теория подобия является прежде всего теоретической базой эксперимента и облегчает анализ процесса, а также описание полученных результатов, хотя с ее помощью вид искомой функции не может быть определен.



# К ним относятся:

## 1) число Рейнольдса

характеризует соотношение между инерционными силами и силами трения в подобных потокам

$$Re = v l \rho / \mu$$

$v$  – скорость движения жидкости, м/с

$l$  – характерный линейный размер, м

$\rho$  – плотность жидкости, кг/куб.м

$\mu$  – динамическая вязкость жидкости, Па·с



## 2) число Нуссельта

характеризует интенсивность теплообмена на границе между стенкой и средой

$$Nu = \alpha l / \lambda$$

$\alpha$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/кв.м·К

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности среды, Вт/м·К

### 3) число Пекле

характеризует соотношение между теплотой, переносимой путем конвекции, и теплопроводностью

$$Pe = vl/a$$

$a$  - коэффициент температуропроводности, кв.м/с

## 4) число Прандтля

характеризует подобие физических свойств теплоносителей в процессах конвективного теплообмена

$$Pr = c\mu/\lambda$$

$c$  – удельная теплоемкость жидкости,  
Дж/кг·К

Используя указанные критерии, можно на основании опытных данных находить значения коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  для отдельных технически важных случаев теплообмена. Для вынужденного турбулентного течения жидкости в прямой трубе, не сопровождающегося изменением ее агрегатного состояния,

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43}$$

Тогда с помощью формулы, определяющей число Нуссельта, можно найти значение коэффициента  $\alpha$ .

При изменении агрегатного состояния вещества (конденсация паров, кипение жидкости) явления теплообмена еще более осложняются. Данные о тепловых величинах, характеризующих частные случаи теплообмена, приводятся в справочниках по теплопередаче.