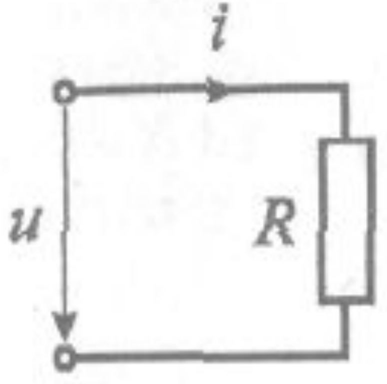
Электротехника и электроника

Пассивные элементы в цепях синусоидального тока

Казакова Н.Н.

Резистор R в цепи синусоидального тока



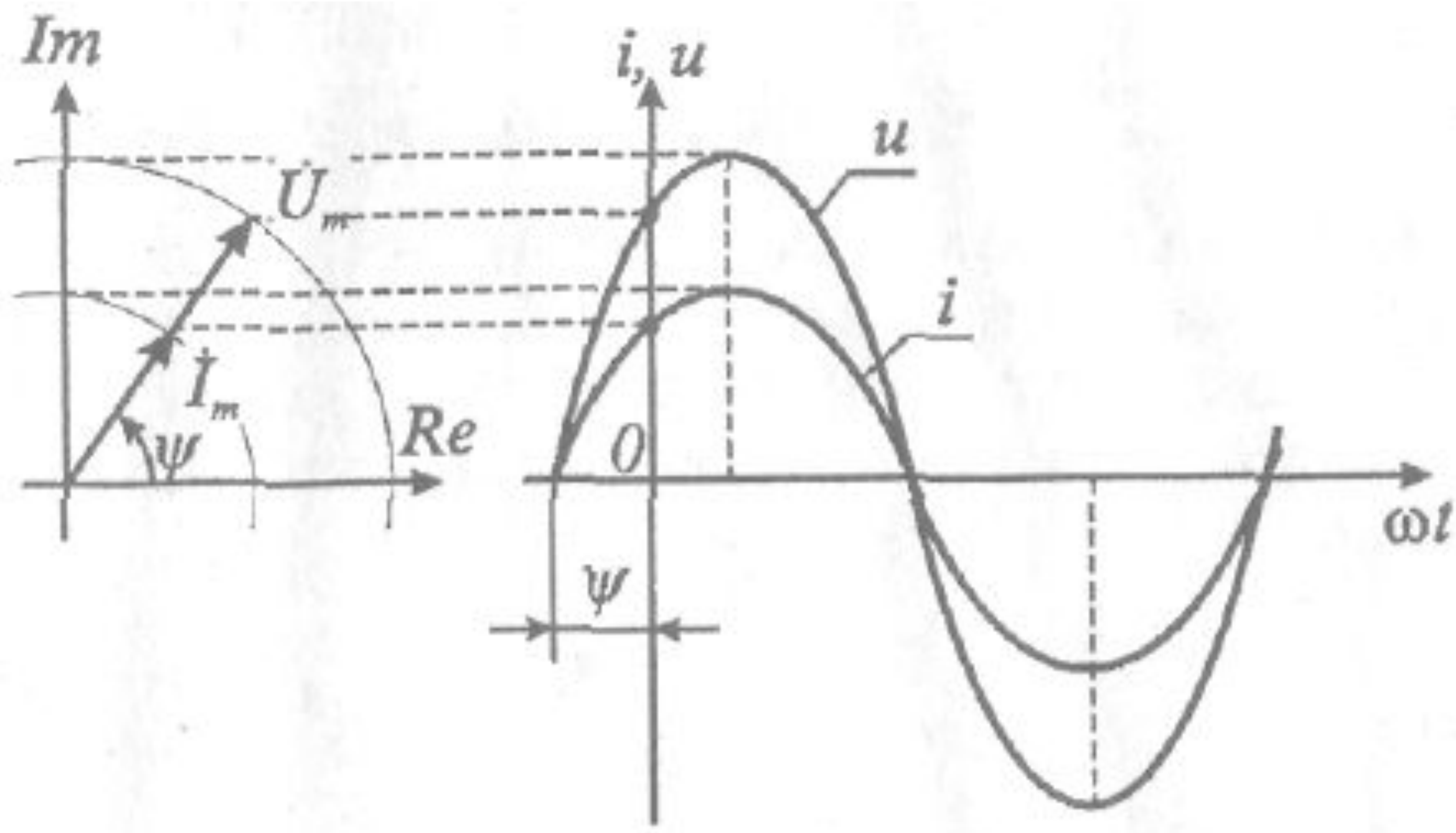
а

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}, \quad \dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$$

Векторная диаграмма и временные графики напряжения и тока в цепи синусоидального тока с резистором



б

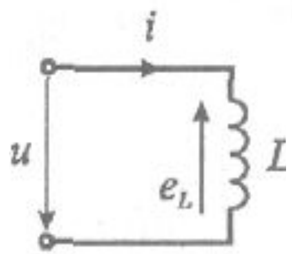
Комплексное сопротивление и комплексная проводимость цепи с резистором

- Комплексное сопротивление *z* и комплексная проводимость *Y* цепи с резистором являются вещественными величинами и равны соответственно его активному сопротивлению *R* и активной проводимости *g*, а разность фаз φ = 0; векторы U_m и I_m совпадают по направлению.

$$Z = R, \quad x = 0, \quad \varphi = \psi_u - \psi_i, \quad Y = \frac{1}{Z} = y = g$$

Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

$$u + e_L = 0 \quad \text{или} \quad u = -e_L = L\frac{di}{dt}.$$

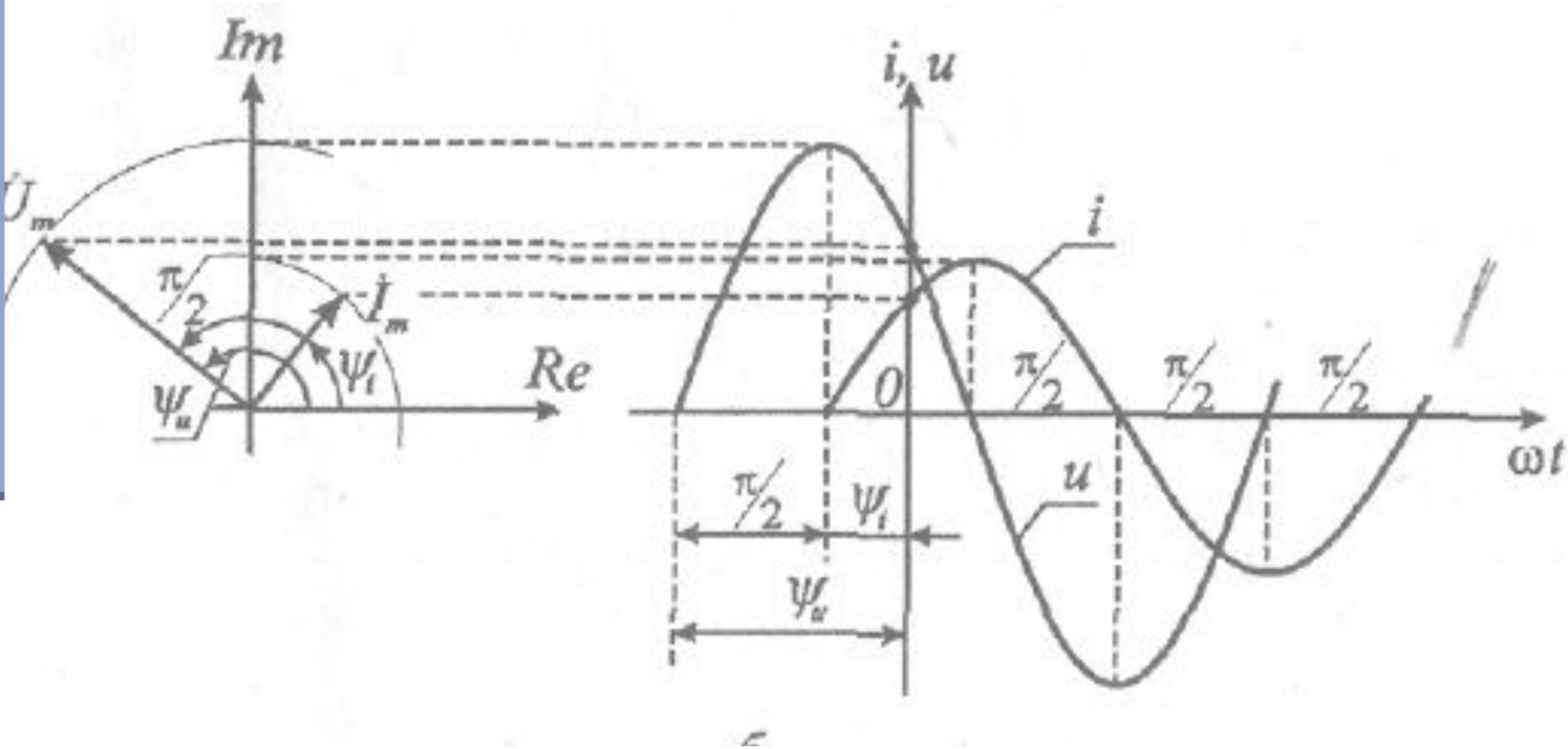


$$u(t) = \omega L I_m \cos(\omega t + \psi_i) =$$
$$U_m \sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

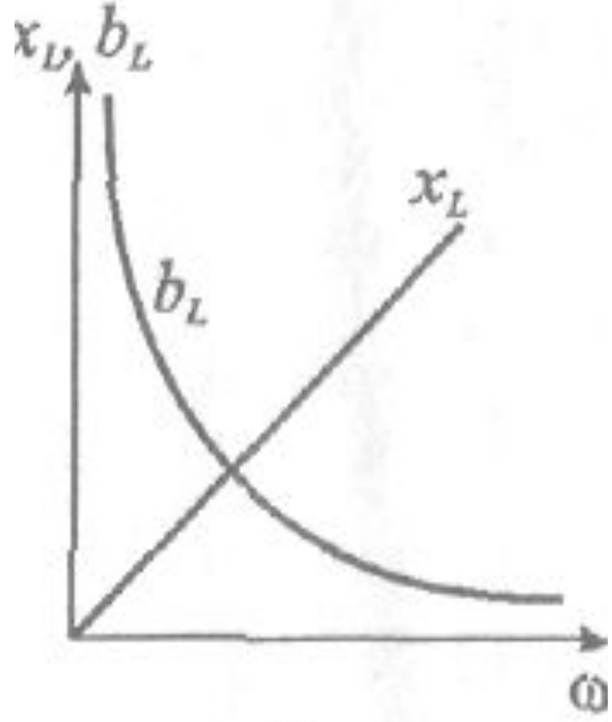
$$U_m = \omega L I_m;\ \psi_u = \psi_i + \frac{\pi}{2}.$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \frac{\pi}{2},$$

Векторная диаграмма и временные графики напряжения и тока в цепи с катушкой индуктивности



Графики индуктивных сопротивления и проводимости



в

Комплексное сопротивление катушки индуктивности

$$Z = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = \frac{\omega L I_m e^{j(\psi_i + \frac{\pi}{2})}}{I_m e^{j\psi_i}} = j\omega L = jx_L$$

- $X_l = \omega L$ –индуктивное сопротивление, имеющее размерность в Омах [Ом].

Физический смысл индуктивного сопротивления

- Физический смысл индуктивного сопротивления — противодействие прохождению тока за счет ЭДС самоиндукции e_L, возникающей в катушке индуктивности при прохождении по ней переменного тока и направленной навстречу приложенному к ней напряжению.

Комплексная проводимость индуктивного сопротивления

$$Y = \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_m} = \frac{1}{Z} = \frac{1}{j\omega L} = -j\frac{1}{\omega L} = -jb_L$$

$$b_L = \frac{1}{\omega L}$$

Конденсатор в цепи синусоидального тока

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

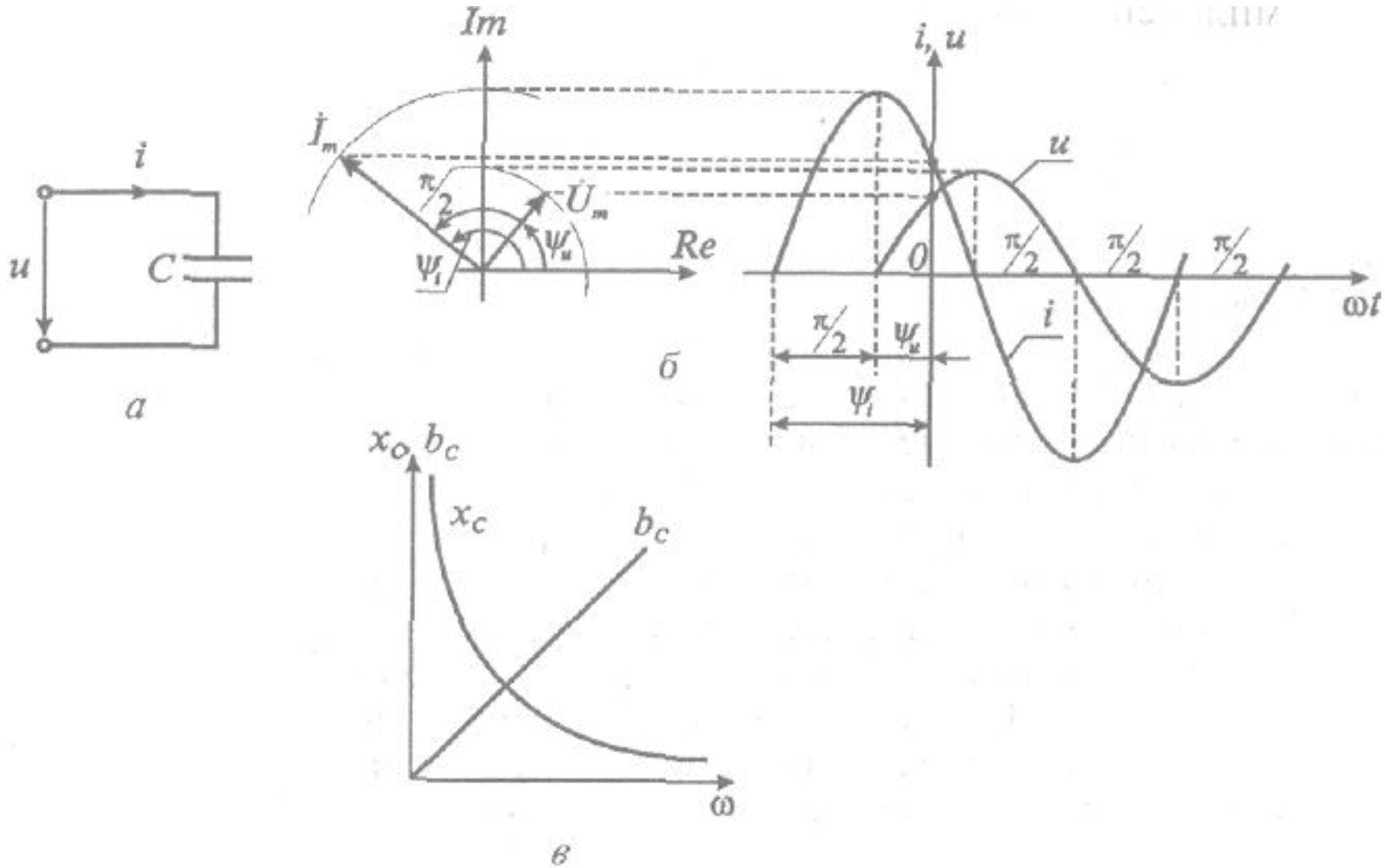
$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CU)}{dt} = \omega C U_m \cos(\omega t + \psi_u) =$$

$$= I_m \sin\left(\omega t + \psi_u + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$I_m = \omega C U, \; \Psi_i = \Psi_u + \pi/2$$

Конденсатор в цепи синусоидального тока



Конденсатор в цепи синусоидального тока

- $\varphi = -\pi/2$, т. е. ток через конденсатор опережает приложенное к нему напряжение по фазе $\pi/2$

Комплексное сопротивление конденсатора

$$Z = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = \frac{U_m e^{j\psi_u}}{\omega C U_m e^{j(\psi_u + \frac{\pi}{2})}} = \frac{1}{j\omega C} = -jx_C,$$

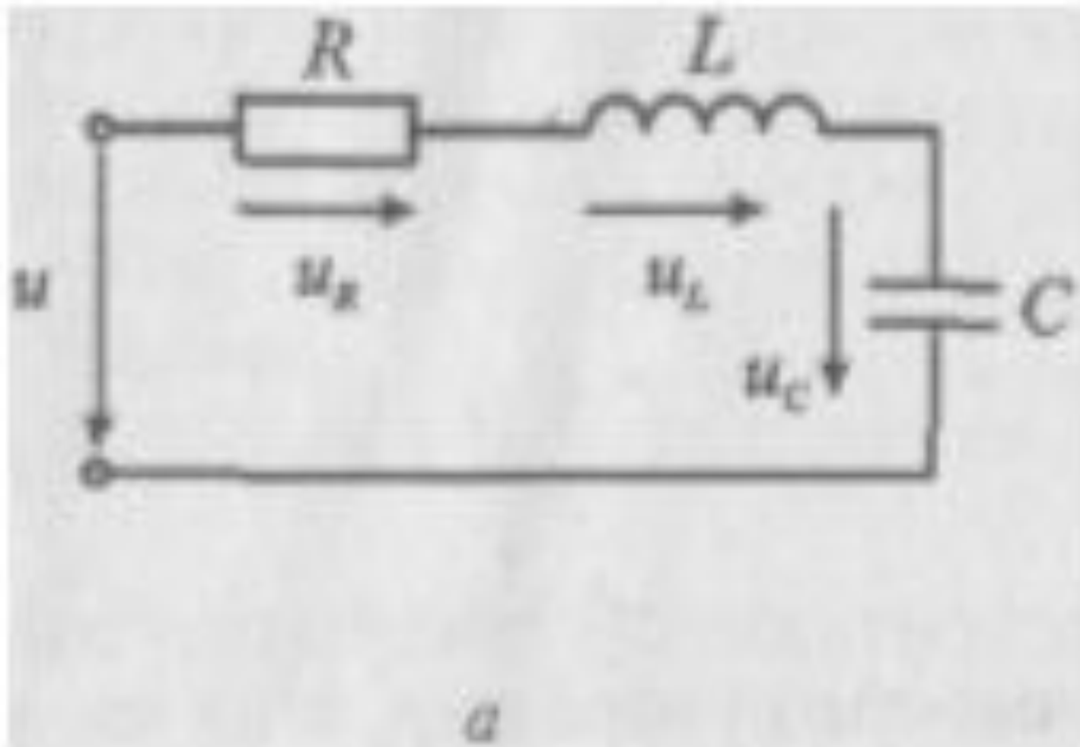
- $x_c = 1/\omega C$ - емкостное сопротивление, измеряемое в Омах [Ом].
- Физический смысл емкостного сопротивления — противодействие напряжению той разностью потенциалов, которая возникает при заряде конденсатора.

Комплексная проводимость конденсатора

$$Y = \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_m} = \frac{1}{Z} = j\omega C = jb_C,$$

- где $b_c = \omega C$- емкостная проводимость.
- При $\omega = 0$ она равна нулю, т. е. на постоянном токе ветвь с конденсатором равносильна разрыву ветви.

Цепь синусоидального напряжения с последовательным соединением *R*, *L*, *C*



Цепь синусоидального тока с последовательным соединением *R*, *L* и *C*

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{mR} + \dot{U}_{mL} + \dot{U}_{mC} =$$

$$= U_{mR} e^{j\psi_i} + U_{mL} e^{j(\psi_i + \pi/2)} + U_{mC} e^{j(\psi_i - \pi/2)};$$

$$\dot{U}_m = RI_m e^{j\psi_i} + j\omega L I_m e^{j\psi_i} - j\frac{1}{\omega C} I_m e^{j\psi_i} =$$

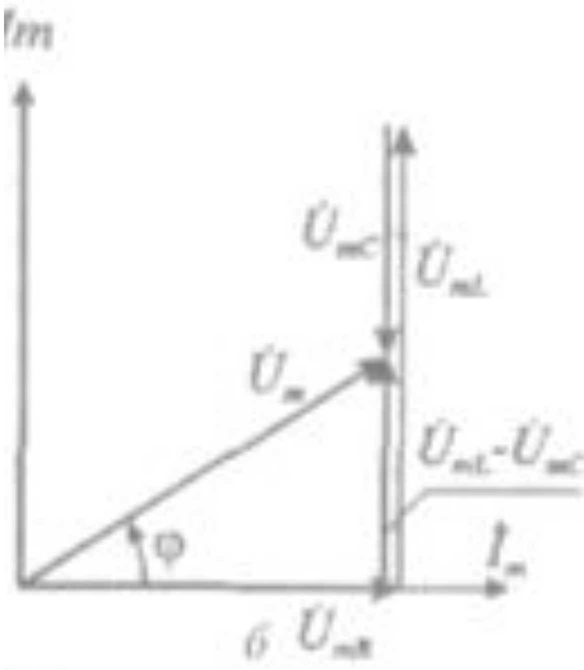
$$= \dot{I}\left(R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}\right).$$

Комплексное сопротивление цепи с последовательным соединением *R*, *L* и *C*

$$Z = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = R + jx = ze^{j\varphi},$$

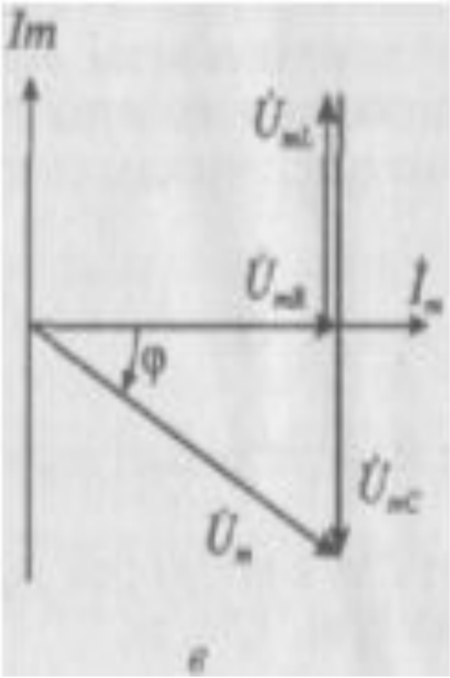
$$x = x_L - x_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}; \ \varphi = \operatorname{arctg}\frac{x}{R}; \ z = \sqrt{R^2 + x^2}.$$

Векторная диаграмма цепи с последовательным соединением *R, L, C* при φ>0



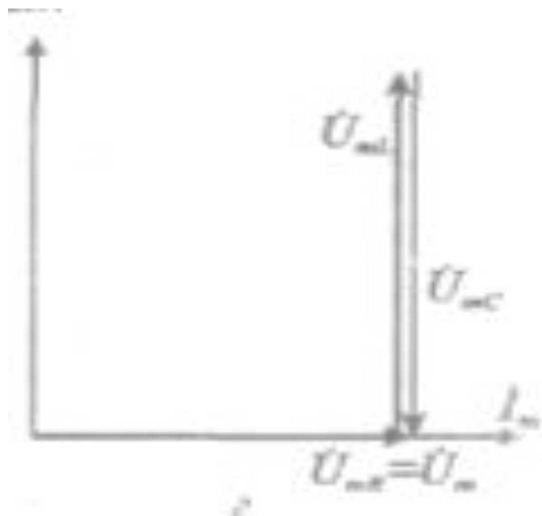
- $x_l > x_c$; $\varphi > 0$, ток в цепи отстает от приложенного к ней напряжения.
- Цепь носит индуктивный характер.

Векторная диаграмма цепи с последовательным соединением *R, L, C* для φ<0



- $x_l < x_c$; φ > 0, ток опережает напряжение .
- Цепь носит емкостный характер.

Векторная диаграмма цепи с последовательным соединением *R, L, C* для φ=0



- $x_l = x_c$; φ=0, ток совпадает с напряжением.
- Цепь носит характер активного сопротивления.

Условие резонанса напряжений

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C},$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Понятие о настройке и расстройке контура

- На частотах $\omega < \omega_0$ полное сопротивление последовательного колебательного контура носит емкостный характер, а на частотах $\omega > \omega_0$ — индуктивный.
- Когда частота сигнала совпадает с резонансной частотой ω_0 , то контур настроен на частоту сигнала.
- Когда $\omega \neq \omega_0$ контур расстроен; расстройка контура тем сильнее, чем больше его реактивное сопротивление x, и равна нулю, если $x = 0$.

Волновое или характеристическое сопротивление контура

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

- Сопротивление индуктивности или емкости контура при резонансе называется волновым или характеристическим сопротивлением контура.

Резонанс напряжений

$$(\dot{U}_{mL})_0 = j\omega_0 L \dot{I}_m = j\frac{\omega_0 L}{R}\dot{U}_m = \frac{\rho}{R}\dot{U}_m e^{j\frac{\pi}{2}};$$

$$(\dot{U}_{mC})_0 = \frac{1}{j\omega_0 C}\dot{I}_m = -j\frac{1}{\omega_0 CR}\dot{U}_m = \frac{\rho}{R}\dot{U}_m e^{-j\frac{\pi}{2}}.$$

- Напряжения на реактивных элементах контура при резонансе равны по амплитуде и обратны по фазе.

Добротность контура

$$Q = \frac{(\dot{U}_{mL})_0}{\dot{U}_m} = \frac{(\dot{U}_{mC})_0}{\dot{U}_m} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{\rho}{R}.$$

- Добротность контура определяет эффективность или качество контура и в радиотехнических контурах достигает значения Q = 200—500.
- Величина, обратная Q, - затухание контура.

Затухание контура

- Величина, обратная Q, называется затуханием контура.

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{R}{\rho}.$$

Применение последовательного колебательного контура

- Последовательный колебательный контур широко применяется в различных электро - и радиотехнических схемах и устройствах главным образом в качестве резонансной системы, т. е. системы, «усиливающей» в Q раз гармонические колебания, поступающие на ее вход.

Энергия при резонансе напряжений

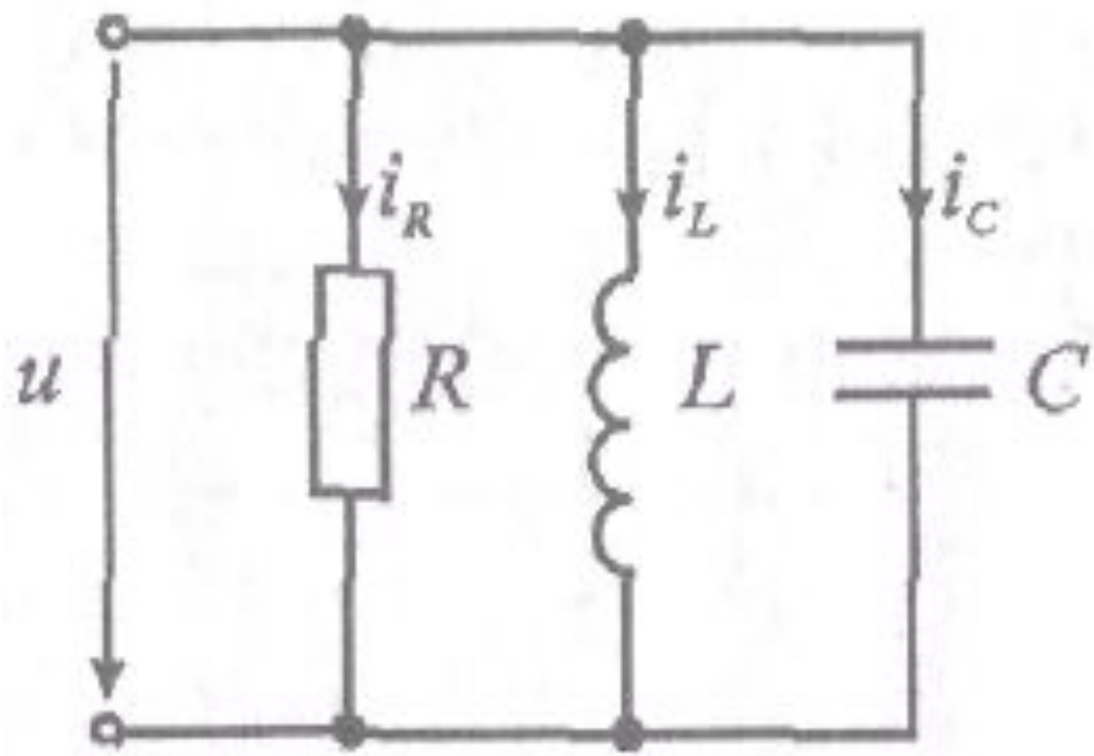
- *При резонансе суммарная энергия, запасенная в контуре, остается неизменной: происходит лишь непрерывное периодическое перераспределение (колебание) энергии, запасенной в индуктивности и емкости.*
- *В момент, когда энергия магнитного поля катушки индуктивности достигает максимума, энергия электрического поля конденсатора равна нулю, и наоборот; происходит обмен энергии между индуктивностью L и емкостью C.*

$$x_0 I^2 = I^2\left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\frac{\omega_0 C}{\omega_0 C}\right) = \omega_0\left(LI^2 - CU_C^2\right) =$$

$$= \omega_0\left(W_{LO} - W_{CO}\right) = 0\,,$$

$$W_{LO} = W_{CO} = W_O\,.$$

Параллельный колебательный контур



Параллельный колебательный контур

$$\dot{I}_m = \dot{U}_m[g - j(b_L - b_C)],$$

$$g = \frac{1}{R}; \; b_L = \frac{1}{\omega L}; \; b_C = \omega C .$$

$$Y = \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_m} = g - jb = ye^{-j\varphi},$$

$$b = b_L - b_C; \; y = \sqrt{g^2 + b^2}; \; \varphi = \operatorname{arctg}\frac{b}{g}.$$

Параллельный колебательный контур

Характер цепи зависит от индуктивной b_L и емкостной b_c проводимости:

- $b_L > b_c$, φ>0; ток неразветвленной части цепи I_m отстает от приложенного к ней напряжения U_m и цепь носит индуктивный характер;
- $b_L < b_c$, φ < 0; ток в неразветвленной части цепи I_m опережает приложенное к ней напряжение, цепь носит емкостной характер;
- $b_L = b_c$, φ = 0; ток I_m совпадает по фазе с U_m, цепь носит характер активного сопротивления и по отношению к входным зажимам эквивалента цепи, состоящей из одного активного сопротивления $R = l/g$. При этом амплитуда тока в неразветвленной части цепи $I_m = gU_m$ меньше, чем в случаях 1) и 2).