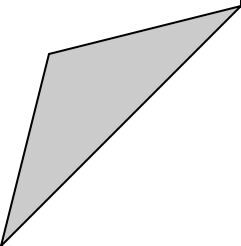


Урок по теме:  
Степень с  
натуральным  
показателем





# Дерево знаний

Русский язык

География

Английский язык

Физика

Математика

память

сообразительность

прилежание

любопытность

внимание



АЛГЕБРА

ГЕОМЕТРИЯ

Ветка МАТЕМАТИКИ

# Немного истории

Представления о возведении в степень встречаются уже в самых древних математических текстах, например, в Древнем Египте и Междуречье.

Диофант  
Александрийский  
описывал степени  
таким образом:

Возведение в степень иногда называют пятым математическим действием.

Среди чисел находятся:  
**квадраты**, получающиеся от умножения числа самого на себя, это же число называется стороной квадрата,  
затем **кубы**, получающиеся от умножения квадратов на их сторону,  
далее **квадрато-квадраты**,  
далее **квадрато-кубы**,  
далее **кубо-кубы**.

Одним из первых, кто в конце 16 века предпринял шаги к построению современной теории степеней, был нидерландский математик Симон Стевин. Он обозначал неизвестную величину кружком, а внутри него указывал показатель степени. Он же предложил называть степени по их показателям - четвертой, пятой и т.д.

①

x

②

x<sup>2</sup>

③

x<sup>3</sup>

Современные обозначения степеней мы находим у Рене Декарта.

a<sup>2</sup>

c<sup>3</sup>

x<sup>5</sup>



# Степень и ее

## Определение СВОЙСТВА степени:

Степенью числа  $a$  с натуральным показателем  $n$ , большим 1, называется произведение  $n$  множителей, каждый из которых равен  $a$ .

$$a^n = \underbrace{aaaa\dots a}_{n \text{ раз}}$$

$$a^1 = a$$

# Степень и ее свойства

## Умножение степеней:

При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели степеней складывают.

$$a^n a^m = a^{m+n}$$

## Деление степеней:

При делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели степеней вычитаются.

$$a^0 = 1, \text{ а не равно } 0$$

$$a^n : a^m = a^{m-n}$$

# Степень и ее свойства

## Возведение в степень произведения:

При возведении в степень произведения возводят в эту степень каждый множитель и результаты перемножают.

$$(ab)^n = a^n b^n$$

## Возведение степени в

**степень:** При возведении степени в степень основание оставляют тем же, а показатели перемножают.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$



Найдите значение выражения,  
используя свойства степеней.

№1

$$3^7(3^2)^3:3^{10} = 3^3 = 27$$

$$5^{20}:(5^2)^5:5^8 = 5^2 = 25$$

$$\frac{9^4}{3^7} = \frac{3^8}{3^7} = 3$$

$$\frac{8^5}{4^6} = \frac{2^{15}}{2^{12}} = 2^3 = 8$$

$$\frac{5^{16} 3^{16}}{15^{14}} = \frac{15^{16}}{15^{14}} = 15^2 = 225$$

$$a^n : a^n = a^{n-n} = a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$a^1 a^n = a^{1+n}$$

$$3^{10} : 3^{10} = 1$$

$$8 \cdot 8^4 = 8^5$$

$$2^5 : 2^5 = 1$$

$$7 \cdot 7^2 = 7^3$$

$$9^{15} : 9^{15} = 1$$

$$3 \cdot 3^9 = 3^{10}$$

$$23^{34} : 23^{34} = 1$$

$$2 \cdot 2^5 = 2^6$$



Число  $3^5$  представили в виде суммы слагаемых, каждое из которых равно 3. Сколько слагаемых получилось?

№2

$$3^5 = \underbrace{3+3+3+3+\dots\dots\dots+3+3}_{?}$$

**Решение:**  $3^5=243$ .

Пусть всего слагаемых  $n$ , тогда

$$243 = 3n$$

$$243:3 = n$$

$$n = 81$$

**Ответ:** получилось 81 слагаемое.

# Упростить: $2^{11}+2^{11}+2^{12}+2^{13}+2^{14}+2^{15}$ №3

Первый способ:

$$\begin{aligned}2^{11}+2^{11}+2^{12}+2^{13}+2^{14}+2^{15} &= 2^{11} (1+1+2+2^2+2^3+2^4) \\ &= 2^{11}(4+4+8+16) = 2^{11} \cdot 32 = 2^{11}2^5 = 2^{16}\end{aligned}$$

Второй способ:

$$\begin{aligned}2^{11}+2^{11}+2^{12}+2^{13}+2^{14}+2^{15} &= \underbrace{2^{12}+2^{12}}_{2 \cdot 2^{11}=2^{12}} + \underbrace{2^{13}+2^{13}}_{2^{13}} + 2^{14} + 2^{15} = \\ &= \underbrace{2^{13}+2^{13}}_{2^{14}} + 2^{14} + 2^{15} = \underbrace{2^{14}+2^{14}}_{2^{15}} + 2^{15} = \underbrace{2^{15}+2^{15}}_{2^{16}} = 2^{16}\end{aligned}$$

Сократить:

$$\frac{5^{21}+5^{21}+5^{21}+5^{21}+5^{21}}{5^{24}}$$

№4

$$\frac{5^{21}+5^{21}+5^{21}+5^{21}+5^{21}}{5^{24}} = \frac{5 \cdot 5^{21}}{5^{24}} = \frac{5^{22}}{5^{24}} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

Запишите степень с основанием Z,  
которую можно представить и в виде  
квадрата, и в виде куба, и в виде  
четвертой степени, и в виде пятой  
степени.

$$Z^? = ( )^2 = ( )^3 = ( )^4 = ( )^5$$

$$Z^{60} = (Z^{30})^2 = (Z^{20})^3 = (Z^{15})^4 = (Z^{12})^5$$



Запиши вместо клеточки степень числа 2, так чтобы вышло верное равенство.

№6

$$\square^5 \cdot 2^6 = (2^3)^7$$

$$(2^3)^5 2^6 = (2^3)^7$$

$$\square^5 \cdot (2^3)^6 = (2^4)^7$$

$$(2^2)^5 (2^3)^6 = (2^4)^7$$

Натуральное число  $a$  оканчивается единицей. Какой цифрой оканчивается степень числа  $a$  с натуральным показателем?

Правильно! Цифрой 1.

Для каких еще цифр выполняется аналогичное свойство?

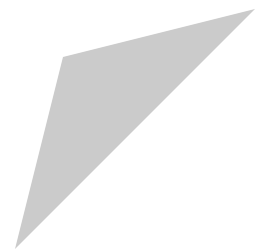
Для цифры 5 и цифры 6.

Докажите, что при любом натуральном  $k$ , число  $3^{4k}$  оканчивается единицей.

№8

$$3^{4k} = (3^4)^k = 81^k$$

ПЕРЕМЕНКА



# ШЕСТЬСОТ ШЕСТЬДЕСЯТ ШЕСТЬ

«Здесь мудрость. Кто имеет ум, тот сочти число...»

Откровение Иоанна Богослова.

Число 666 можно записать девятью цифрами:  
 $666=1+2+3+4+567+89=123+456+78+9=9+87+6+543+21.$

Число 666 можно записать как сумму первых 36 натуральных чисел:

$$666=1+2+3++\dots\dots+34+35+36$$

Число 666 можно записать как сумму квадратов первых семи простых чисел:

$$666=2^2+3^2+5^2+7^2+11^2+13^2+17^2.$$

Число 666 можно записать как разность и сумму шестых степеней первых трех натуральных чисел:

$$666=1^6-2^6+3^6.$$

Энциклопедия для детей  
Математика. Том 11.  
Москва, «Аванта+», 1998.

# Одночле

## Определение

Н.

Одночленом называется выражение, которое является произведением чисел, переменных и их степеней.

При умножении одночленов и возведении одночлена в степень используются правила умножения и возведения в степень степеней.



Можно ли данное  
выражение представить в  
виде квадрата одночлена?

№9

$$81x^2y^2$$

да

$$(9xy)^2$$

$$-5x^3y^5(-0,2x^5y^3)$$

да

$$(x^4y^4)^2$$

$$-100x^4y^8$$

не

т

$$-(-3xy)^327y^6$$

не

т

# Стрела.

№10

Заполни стрелу. В третьей клетке записывается произведение одночленов из первой и второй клеток, в четвертую записывается произведение одночленов из второй и третьей клеток и т.д. Найдите последний одночлен.

$x$	$-2y$	$-2xy$	$4xy^2$	$-8x^2y^3$	$-32x^3y^5$	$256x^5y^8$	$-8192x^8y^{13}$
-----	-------	--------	---------	------------	-------------	-------------	------------------

Ответ:  $-8192x^8y^{13}$

Даны два одночлена:

$$-3x^3y^7 \text{ и } 2x^6y^9.$$

Один из них возвели в квадрат, а другой в куб. Результаты перемножили.

Получили  $-108x^{21}y^{39}$ . Запишите это равенство.

№11

$$(-3x^3y^7)^2(2x^6y^9)^2=-108x^{21}y^{39}$$

$$(-3x^3y^7)^3(2x^6y^9)^2=-108x^{21}y^{39}$$

Даны два одночлена:

$$2a^2b^4 \text{ и } 4a^3b^5.$$

№12

Один из них возвели в квадрат, а другой в куб.

Результаты перемножили.

$$\text{Получили } 128a^{12}b^{22}.$$

Запишите это равенство.

$$(2a^2b^4)^2(4a^3b^5)^3=128a^{12}b^{22}$$

$$(2a^2b^4)^3(4a^3b^5)^2=128a^{12}b^{22}$$

Укажите при каких значениях переменной  $x$

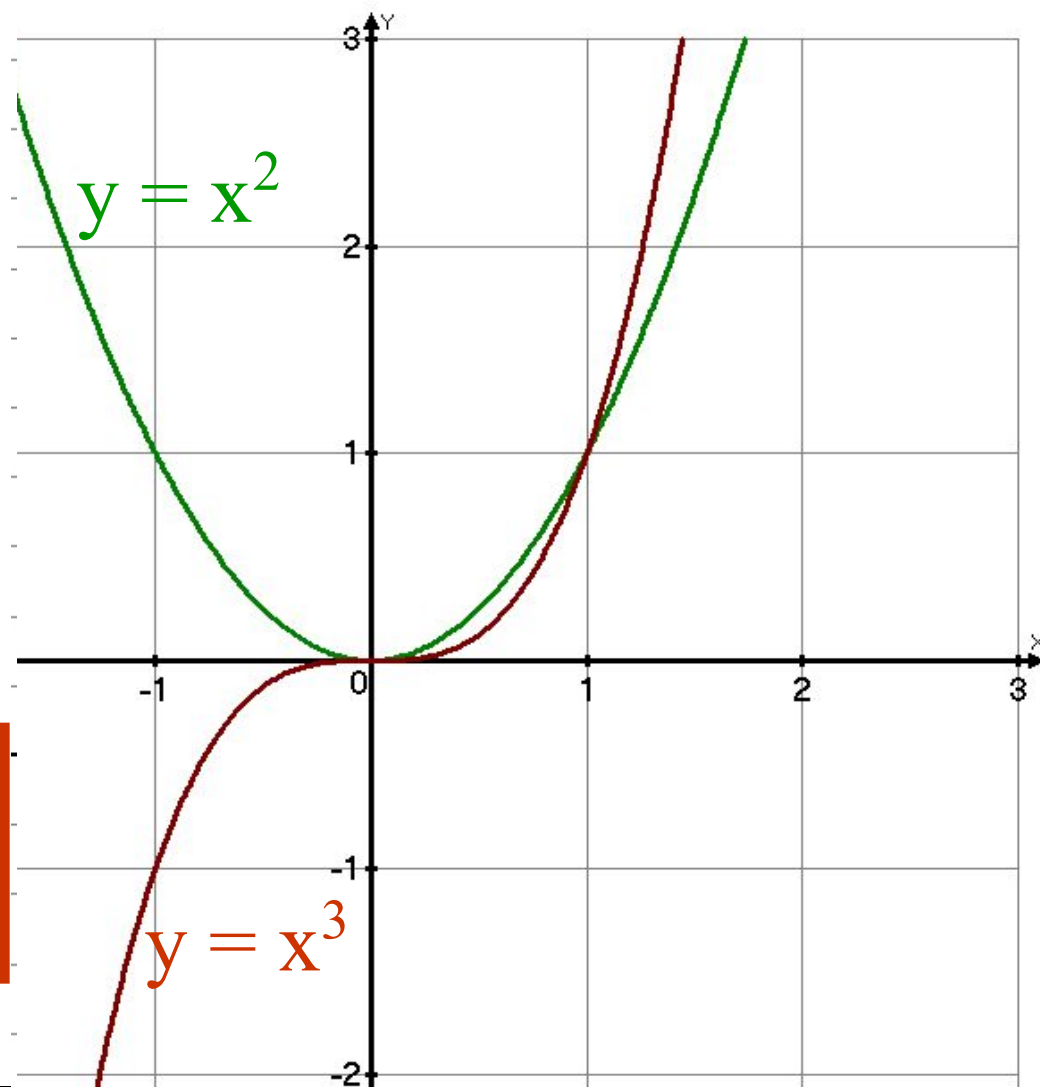
$$x^2 > x^3$$

№13

**Подсказка:**

вспомним как  
располагаются  
графики  
функций

$$y = x^2 \quad \text{и} \quad y = x^3$$



**Ответ:**

при  $x < 0$  и  $0 < x < 1$

# Домашнее задание

№1

Что больше А или В?

$$A = 4 + \frac{5}{8} + \frac{6}{8^2} + \frac{3}{8^3} + \frac{7}{8^4}$$

$$B = 4 + \frac{5}{8} + \frac{5}{8^2} + \frac{7}{8^3} + \frac{6}{8^4}$$

**Подсказка:** Рассмотрите разность А-В и сравните ее значение с нулем.

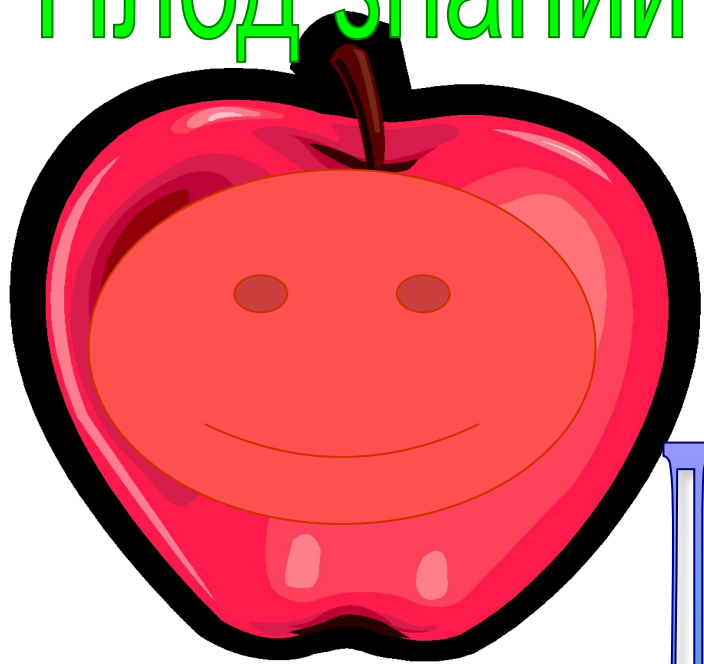


# Домашнее задание

№2

Даны три одночлена:  $2a^3b$ ,  $4a^2b^4$  и  $8a^5b^2$ . Один из этих одночленов лишний. Один из них возвели в квадрат, и один возвели в куб, результаты перемножили. Получили  $512a^{19}b^7$ . Запишите это равенство.

Плод знаний



До свидания! Приходите еще!