



Элементы комбинаторики

9 класс





Вопрос 1 :

Как обозначается произведение чисел от 1 до n ?

Ответ:

Произведение всех натуральных чисел от 1 до n обозначается $n!$ ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n$)

Вопрос 2 :

Что называется размещением?
По какой формуле вычисляется
размещение?



Ответ:

Размещением из n объектов по k называют любой выбор k объектов, взятых в определенном порядке из n объектов.

Число размещений из n объектов по k обозначают A_n^k и вычисляют по формуле:

$$A_n^k = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - k + 1)$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n - k)!}$$

Решите задачу

Учащиеся 9 класса изучают 10 предметов.
Сколькими способами можно составить расписание уроков на один день так, чтобы было 6 различных уроков?

Решение:

$$A_{10}^6 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151.200$$

Ответ: 151.200





Вопрос 3 :

Что называется перестановками?

Как обозначаются перестановки?

По какой формуле вычисляются перестановки?

Ответ:

- Размещения из n элементов по n называются перестановками.
- Обозначение: P_n
- Формула для вычисления перестановок:

$$P_n = A_n^n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

Решите задачу:

Сколькими способами могут сесть в автомобиль 5 человек, каждый из которых может быть водителем?

Решение:

$$P_5 = A_5^5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$





Вопрос 4.

Что называется сочетаниями? Как обозначаются сочетания и по какой формуле производятся вычисления?

Ответ:

- Сочетаниями из n объектов по k называют любой выбор k объектов, взятых из n объектов.
- Обозначение: C_n^k
- Формула для вычисления сочетаний:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Решите задачу

В классе 25 учеников. Сколькими способами можно из них выбрать 4 учащихся для дежурства?

Решение:

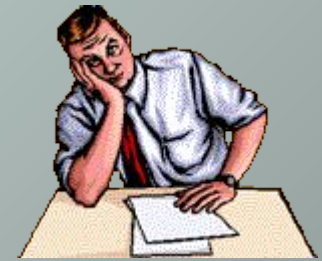
$$C_{25}^4 = \frac{25!}{4! \cdot 21!} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 12650$$

Ответ: 12650



II. Решение задач в группах с последующим обсуждением.





1. Вычислить: а) $3!$ б) $5!$

Решение:

$$\text{а) } 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{б) } 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

2. В конкурсе участвуют 20 человек. Сколькими способами можно присудить первую, вторую и третью премии?

Решение:

$$A^3_{20} = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840$$

3. Сколько перестановок можно получить из букв, составляющих слово «апельсин».

Решение: $P_n = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

4. Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеются ткани 6 цветов?

Решение:
$$C_6^3 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20$$



III. Подведение итогов урока



Устные упражнения:

- 1. Делится ли число $30!$ на:
а) 90 б) 92 в) 94 г) 96 ?
- 2. Найти значение выражения:
а) $\frac{15!}{14!}$ б) $\frac{8!}{10!}$ в) $\frac{16!}{14! \cdot 3!}$
- 3. Что больше: $6! \cdot 5$ или $5! \cdot 6$



Задачи
для домашней зачетной работы
по теме
«Элементы комбинаторики»

- 1 группа – «слабые»
- 2 группа – «средние»
- 3 группа – «сильные»





1–я группа

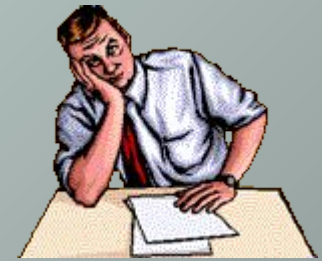
- На тренировке занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть образовано тренером различных стартовых пятерок?
- Сколько разных слов можно составить из слова «комбинаторика»?
- Для составления букета из девяти цветов в магазине имеются розы, гвоздики, хризантемы и пионы. Сколькими способами можно составить из этих цветов букет?
- Сколько существует четырехзначных номеров, не содержащих цифр 0, 5, 8?

2-я группа



- Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4 и 5 при условии, что ни одна цифра не повторится?
- Сколько чисел меньше миллиона можно записать при помощи цифр 8 и 9?
- В магазине имеются в продаже яблоки, апельсины, груши и мандарины. Сколькими способами можно образовать набор из 12 фруктов?

3-я группа



- Во скольких девятизначных числах все цифры различны?
- Между четырьмя игроками в домино поровну распределяется 28 костей. Сколькими способами могут распределяться кости домино(очередность выбора костей не влияет на результат).
- У ювелира есть пять изумрудов. Сколькими способами он может сделать браслет, включив в него два изумруда, три алмаза и два топаза?

Ответы и решения.

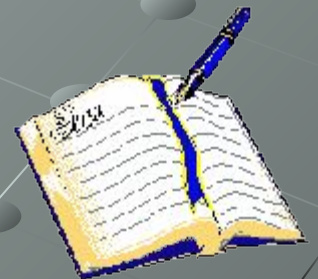
1-я группа

1. - $C_{12}^5 = 792$

2. - $P(2,2,1,1,2,1,2,1,1,1) = \frac{13!}{16!}$

3. - $C_4^9 = 220$

4. - $A_4^7 = 74$

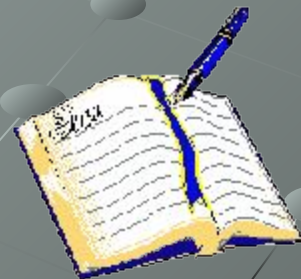


Ответы и решения. 2-я группа

1. $A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$

2. Шестизначных чисел $A_6^2 = 64$, пятизначных – 32
четырёхзначных – 16, трёхзначных – 8, двухзначных – 4,
однозначных – 2. Всего – 126

3. $C_4^{12} = 455$



Ответы и решения. 3-я группа



1. $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 =$
 3265920

2. Первый игрок 7 костей может выбрать C_{28}^7 способами, второй игрок

C_{21}^7 способами, третий игрок C_{14}^7 способами, четвертый игрок C_7^7

способами. Общее число способов $C_{28}^7 \cdot C_{21}^7 \cdot C_{14}^7 \cdot C_7^7 = \frac{28!}{(7!)^4}$

3. Два изумруда из пяти можно выбрать $C_5^2 = 10$ способов, три

алмаза из восьми $C_8^3 = 56$ способов, два топаза из восьми $C_8^2 = 21$

способ. Всего способов $10 \cdot 56 \cdot 21 = 11760$

Контрольная работа по теме: «Элементы комбинаторики»

Цель: выявить степень усвоения учащимися изученного материала и проанализировать ошибки, допущенные учащимися с целью дальнейшего их устранения: развивать навыки самостоятельной работы.



I – вариант



1. Из 30 участников собрание надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?
2. Курьер должен развести пакеты в 7 различных учреждений. Сколько маршрутов он может выбрать?
3. В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?



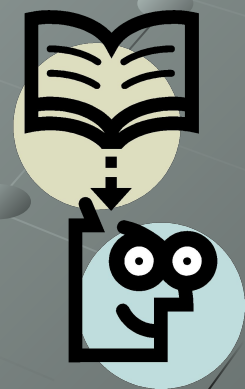
4. В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для уборки территории требуется выделить 4 мальчика и 3 девочки. Сколькими способами это можно сделать?
5. Сколько шестизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр 0, 3, 5, 6, 7, 8?



II– вариант

1. Сколькими способами может разместиться семья из трех человек в четырехместном купе, если других пассажиров в купе нет?
2. Сколькими способами 8 человек могут встать в очередь в театральную кассу?
3. Учащимся дали список из 10 книг, которые нужно прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг?

4. В библиотеке читателю предложили на выбор 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?
5. Сколько пятизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр 0, 2, 5, 6, 7?



Решения

I- варианта



1. $A_{30}^2 = 30 \cdot 29 = 870$ (способов)

2. $P_7 = 7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$ (способов)

3. $C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56$ (способов)

4. $C_{16}^4 \cdot C_{12}^3 = \frac{16!}{4! \cdot 12!} \cdot \frac{12!}{3! \cdot 9!} = 400400$ (способов)

5. $P_6 - P_5 = 6! - 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 - 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 720 - 120 = 600$
(способов)

Решения

II- варианта

1. $A_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ (способа)

2. $P_8 = 8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$ (способов)

3. $C_{10}^6 = \frac{10!}{6! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 210$ (способов)

4. $C_{10}^3 \cdot C_4^2 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 3}{1} = 720$ (способов)

5. $P_5 - P_4 = 5! - 4! = 120 - 24 = 96$ (способов)



Ответы:

I вариант

- 870
- 5040
- 56
- 400400
- 600

II вариант

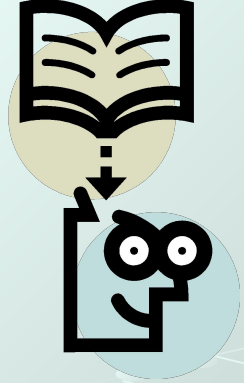
- 24
- 40320
- 210
- 720
- 96

Литература для учителя.



1. Алгебра. Элементы статистики и теории вероятностей. Учебное пособие для учащихся 7-9 классов общеобразовательных учреждений. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г. Под ред. С. А. Теляковского Москва Просвещение 2003г.
2. События. Вероятности. Статистика. Дополнительные материалы к курсу алгебры для 7-9 классов. Мордкович А. Г., Семенов П. В. – Москва Мнемозина 2002г (к учебникам А. Г. Мордковича)
3. Алгебра 7-9. Элементы статистики и вероятности. Ткачев М. В., Федоров М. Е. - Москва Просвещение 2003г (к учебникам А. М. Алимova и др.)
4. Виленкин Н. Я. Индукция. Комбинаторика – Москва Просвещение 1976г.

5. Лютикас В. С. Факультативный курс по математике. Теория вероятностей. Учебное пособие для 9-11 средней школы. Москва Просвещение 1990г.
6. М. И. Зайкин. Математический тренинг. Москва Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС 1996г.
7. Основные понятия комбинаторики. Газета «Математика» №7 2004г.
8. Комбинаторика. Газета «Математика» №15, 16, 17 2004г.
9. Алгебра. Поурочные планы. 9 класс по учебнику Ю. Н. Нешкова, С.Б. Суворовой. Издательство «Учитель» 2004г.



Литература для учащихся.

1. Алгебра. Элементы статистики и теории вероятностей. Учебное пособие для учащихся 7-9 классов общеобразовательных учреждений. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г. Под ред. С. А. Теляковского Москва Просвещение 2003г.
2. События. Вероятности. Статистика. Дополнительные материалы к курсу алгебры для 7-9 классов. Мордкович А. Г., Семенов П. В. – Москва Мнемозина 2002г (к учебникам А. Г. Мордковича)
3. Алгебра 7-9. Элементы статистики и вероятности. Ткачев М. В., Федоров М. Е. - Москва Просвещение 2003г (к учебникам А. М. Алимона и др.)

4. Глеман М., Варга Т. Вероятность в играх и развлечениях. Москва Просвещение 1979г.
5. Математический энциклопедический словарь
6. Энциклопедия для детей Москва Аванта + 1998г
7. М. И. Зайкин. Математический тренинг. Москва Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС 1996г.

