

# Компьютерная графика

## Лекция 3

Растровая графика.

Генерация линий.

# Растровые алгоритмы

- В большинстве случаев графические устройства, такие как монитор или принтер являются растровыми, то есть представляют изображение в виде прямоугольной сетки пикселей.
- Поэтому большое место в компьютерной графике уделяется алгоритмам, которые рисуют на пиксельной сетке различные графические объекты.
- Такие алгоритмы называются растровыми.

# Понятие связности

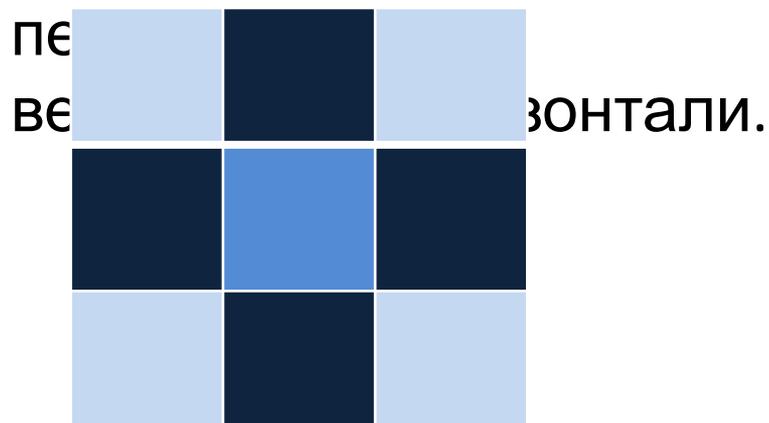
- Важным понятием для растровой сетки является понятие связности - возможность соединения двух пикселов растровой линией, т.е. последовательным набором пикселов.
- При этом возникает вопрос, когда пикселы  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  можно считать соседними.
- В этом вопросе используют два подхода.

# 4-СВЯЗНОСТЬ И 8-СВЯЗНОСТЬ

**4-СВЯЗНОСТЬ** – пикселы считаются соседними при выполнении условия

$$|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \leq 1$$

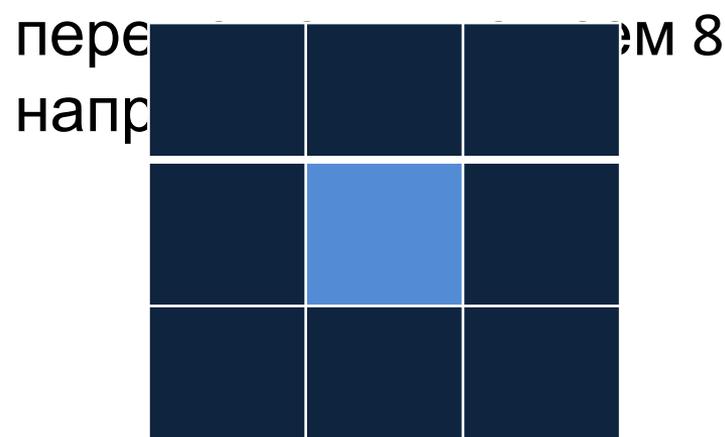
т.е. возможны



**8-СВЯЗНОСТЬ** – пикселы считаются соседними при выполнении условия

$$|x_1 - x_2| \leq 1 \text{ \& \ } |y_1 - y_2| \leq 1$$

т.е. возможны



# Построение отрезков

Рассмотрим следующую задачу. Требуется построить на пиксельной сетке (растровое) изображение отрезка, соединяющего точки  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ .

Стандартными требованиями к алгоритмам вычерчивания линий являются следующие:

- Отрезки должны выглядеть прямыми и начинаться и заканчиваться в заданных точках;
- Яркость должна быть постоянна и независима от наклона;
- Скорость рисования должна быть максимальна.

# Цифровой Дифференциальный Анализатор (ЦДА)

Один из методов разложения отрезка в растр состоит в решении дифференциального уравнения, описывающего этот процесс.

Для прямой линии имеем

$$dy / dx = \text{const} \text{ или } \Delta y / \Delta x = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$

Решение представляется в виде

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y$$

$$y_{i+1} = y_i + \Delta x (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$

В простом ЦДА либо  $\Delta x$ , либо  $\Delta y$  (большее из приращений) выбирается в качестве единицы растра.

# Реализация ЦДА

```
Len = max(abs(x2 - x1), abs(y2 - y1));  
dx = (x2 - x1) / Len; dy = (y2 - y1) / Len;  
x = x1 + 0.5 * Sign(dx); y = y1 + 0.5 * Sign(dy);  
for (int i=0; i<Len; ++i)  
{ SetPixel(hdc, x, y, 0);  
  x+=dx; y+=dy;  
}
```

Здесь **Sign** - функция, возвращающая -1, 0, 1 для отрицательного, нулевого и положительного аргумента соответственно.

# Пример работы ЦДА

Рассмотрим работу ЦДА для отрезка  $(0,0) (-8,-4)$

$$x_1 = 0$$

$$y_1 = 0$$

$$x_2 = -8$$

$$y_2 = -4$$

$$\text{Len} = 8$$

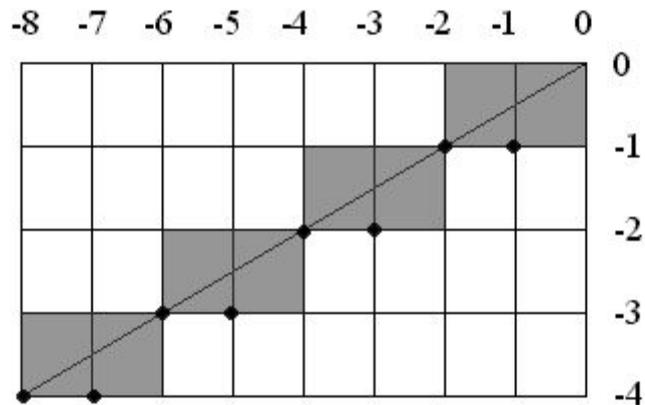
$$dx = -1$$

$$dy = -0,5$$

$$x = -0,5$$

$$y = -0,5$$

i	pixel	x	y
		-0.5	-0.5
0	(-1, -1)	-1.5	-1.0
1	(-2, -1)	-2.5	-1.5
2	(-3, -2)	-3.5	-2.0
3	(-4, -2)	-4.5	-2.5
4	(-5, -3)	-5.5	-3.0
5	(-6, -3)	-6.5	-3.5
6	(-7, -4)	-7.5	-4.0
7	(-8, -4)	-8.5	-4.5



Недостатки:

отсутствие  
симметрии,

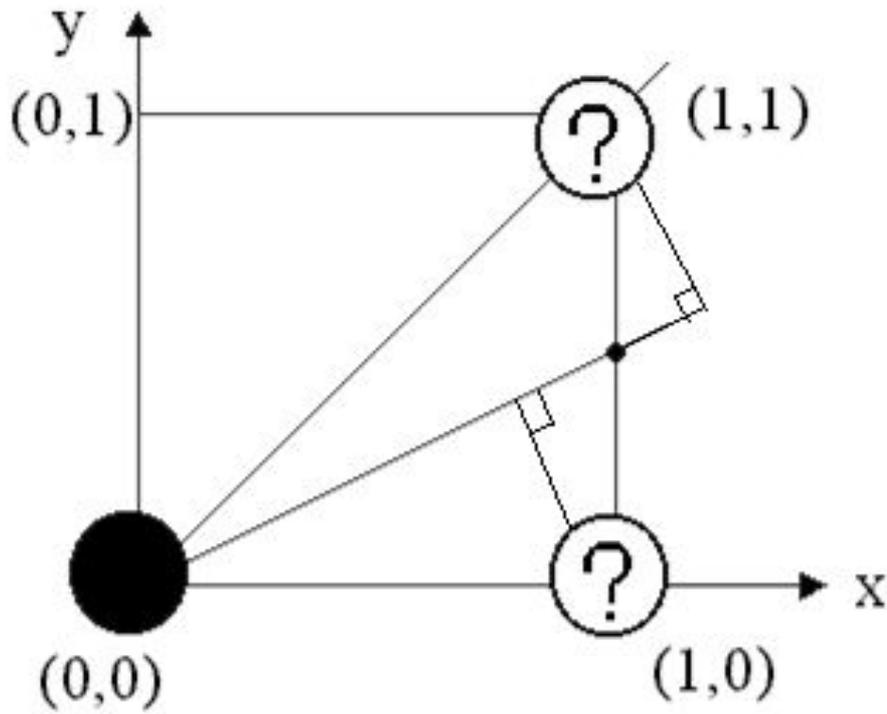
все точки лежат с  
одной стороны от  
реального  
отрезка.

# Алгоритм Брезенхема

- Этот алгоритм, разработанный Джеком Е. Брезенхэмом ([Jack E. Bresenham](#)) в 1962 году в компании IBM, является одним из самых старых алгоритмов в компьютерной графике.
- Он позволяет получить приближение идеальной прямой точками растровой сетки.
- Он является итерационным. Каждый раз мы переходим к тому из соседних пикселов, расстояние от которого до реального отрезка минимально.

# Шаг алгоритма Брезенхема

Рассмотрим случай, когда  $dx > dy$ , тогда при построении 8-связной линии можно в качестве соседних точек брать только две



Теоретически требуется рассматривать расстояния до прямой, но за счет подобия треугольников можно контролировать только вертикальные смещения. Работаем с величиной ошибки.

# Реализация алгоритма

## Брезенхема

```
void LineBrez(HDC hdc, int x1, int y1, int x2, int y2)
{ int dx=x2-x1, dy=y2-y1, x=x1, y=y1;
  double D=double(dy)/dx, e=0;
  SetPixel(hdc, x, y, 0);
  for (x++; x<x2; x++)
  {e+=D;
   if (e>0.5) {e--; y++;}
   SetPixel(hdc, x, y, 0);
  }
}
```

# Что можно улучшить

- В процессе работы алгоритма наблюдаются вычисления с вещественными величинами.
- Заметим, что они касаются только переменных  $D$  и  $e$ . При этом, эти переменные не связаны непосредственно с координатами  $x$  и  $y$ .
- В знаменателях вещественных переменных имеем  $dx$  и  $2$ . Умножим на них все, что связано с  $D$  и  $e$ .
- Получим целочисленный вариант реализации

# Реализация целочисленного алгоритма

```
void LineBrez2(HDC hdc, int x1, int y1, int x2, int y2)
{ int dx=x2-x1, dy=y2-y1, x=x1, y=y1;
  int D=dy*2, e=-dx;
  SetPixel(hdc, x, y, 0);
  for (x++; x<x2; x++)
  {e+=D;
    if (e>0) {e-=2*dx; y++;}
    SetPixel(hdc, x, y, 0);
  }
}
```

# Алгоритм для произвольной прямой

- Можно избавиться от предположения о том, что угол наклона прямой от 0 до  $\pi/4$ .
- При больших углах необходимо на каждом шаге цикла менять координату  $y$ , подбирая при этом  $x$  исходя из величины ошибки.
- Необходимо рассматривать направление движения по  $x$  и по  $y$  в зависимости от знаков  $dx$  и  $dy$ .
- В итоге имеем целочисленный алгоритм.

# Резюме по алгоритму Брезенхема для прямой

- Алгоритм простой для реализации
- Все вычисления в целочисленной арифметике
- Допускает аппаратную реализацию
- Дает идеальное растровое приближение реальной прямой
- Легко модифицируется для случаев 4-связной и 8-связной линии

# ЗАДАЧИ

- Задано окно координатами своих вершин. В нем заданы две точки. Нарисовать отрезок их соединяющий методом цифрового дифференциального анализатора.
- В условиях предыдущей задачи нарисовать отрезок методом Брезенхема.
- Визуализировать процесс построения отрезка методом ЦДА. Нарисовать сетку пикселей и показывать каждый шаг алгоритма с возможным и реальным выбором следующего пикселя. Использовать связность типа 4.
- Визуализировать процесс построения отрезка методом ЦДА. Нарисовать сетку пикселей и показывать каждый шаг алгоритма с возможным и реальным выбором следующего пикселя. Использовать связность типа 8.
- Визуализировать процесс построения отрезка методом Брезенхема. Нарисовать сетку пикселей и показывать каждый шаг алгоритма с возможным и реальным выбором следующего пикселя. Использовать связность типа 4 (8).

# ТЕСТЫ

- Связность может быть типа
  - a) 2
  - b) 3
  - c) 6
  - d) 8
- Цифровой дифференциальный анализатор -
  - a) Это метод разложения отрезка в растр путем решения дифференциального уравнения
  - b) Это решение задачи Коши численными методами
  - c) Анализ решения дифференциального уравнения
  - d) Метод построения произвольной линии
- Алгоритм Брезенхема построения прямой лучше метода ЦДА ,так как
  - a) позволяет получить приближение идеальной прямой точками растровой сетки
  - b) все точки лежат с одной стороны от реального отрезка
  - c) можно использовать связность типа 8
  - d) не требуется решать дифференциальное уравнение

# ТЕСТЫ

- **Связность**
  - a) это возможность соединения двух пикселей растровой линией
  - b) возможность вставить между двумя пикселями несколько других
  - c) непрерывная последовательность нескольких пикселей
- **Общие принципы алгоритма Брезенхема**
  - a) целочисленный итерационный алгоритм получения минимальных расстояний от прямой до реальных пикселей
  - b) целочисленный итерационный алгоритм, не допускающий аппаратную реализацию, получения минимальных расстояний от прямой до реальных пикселей
  - c) целочисленный алгоритм построения построения 8-связной линии
- **Стандартные требования к алгоритмам вычерчивания линий**
  - a) Скорость рисования должна быть максимальна, а яркость зависит от наклона линии
  - b) Отрезки должны выглядеть прямыми и начинаться и заканчиваться в заданных точках
  - c) Скорость рисования должна быть максимальна, яркость постоянна, отрезки не обязательно выглядят прямыми