Поверхности

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Кафедра "Инженерная графика"

Горячкина А.Ю.

Поверхность – множество положений движущейся в пространстве линии.

Поверхность – непрерывное двупараметрическое множество точек.

Все поверхности можно изобразить на плоскости, задавая проекции линий и точек, принадлежащих поверхности.

Поверхность считается заданной на чертеже, если можно построить проекцию любой точки, ей принадлежащей.

Задание поверхности на чертеже

1. **Определителем –** совокупностью геометрических элементов, позволяющих реализовать закон образования поверхности

2. **Каркасом –** семейством линий или точек

3. **Очерком –** проекцией контурной линии поверхности

Каркасный способ задания поверхности (рис. 7.1)

Каркас поверхности – упорядоченное множество точек или линий, принадлежащих поверхности.

Если поверхность задается упорядоченным множеством точек – **каркас точечный**, в случае задания поверхности совокупностью линий – **каркас линейный**.

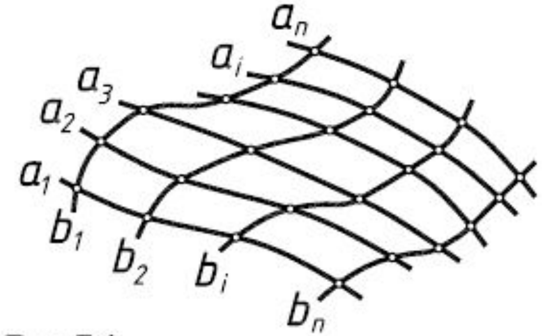
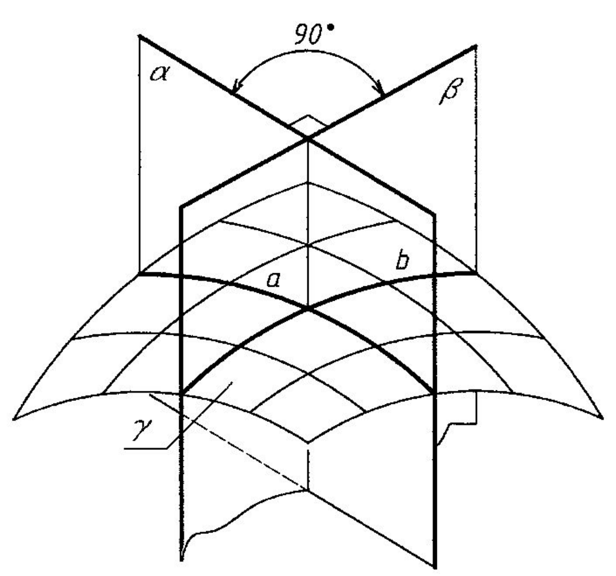


Рис.7.1



Линии каркаса получаются при сечении поверхности γ плоскостями (α и β), расположенными под углом 90° и параллельными плоскостям проекций

Кинематический способ задания поверхности (рис. 7.2)

Поверхность – совокупность последовательных положений линии g_j, перемещающейся в пространстве по определенному закону.

Образующая (*g*) – линия (прямая или кривая), которая при своем движении образует поверхность.
Направляющие (*d*) – линии (прямые или кривые), задающие направление (закон) движения образующей.

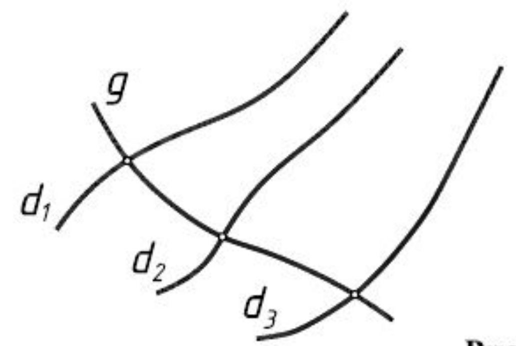


Рис.7.2

Признак принадлежности точки поверхности

Если точка принадлежит поверхности, то проекции точки принадлежат соответствующим проекциям линии, лежащей на поверхности

Определитель поверхности

Определитель поверхности – **необходимая и достаточная совокупность геометрических фигур и связей между ними**, которые однозначно определяют поверхность.

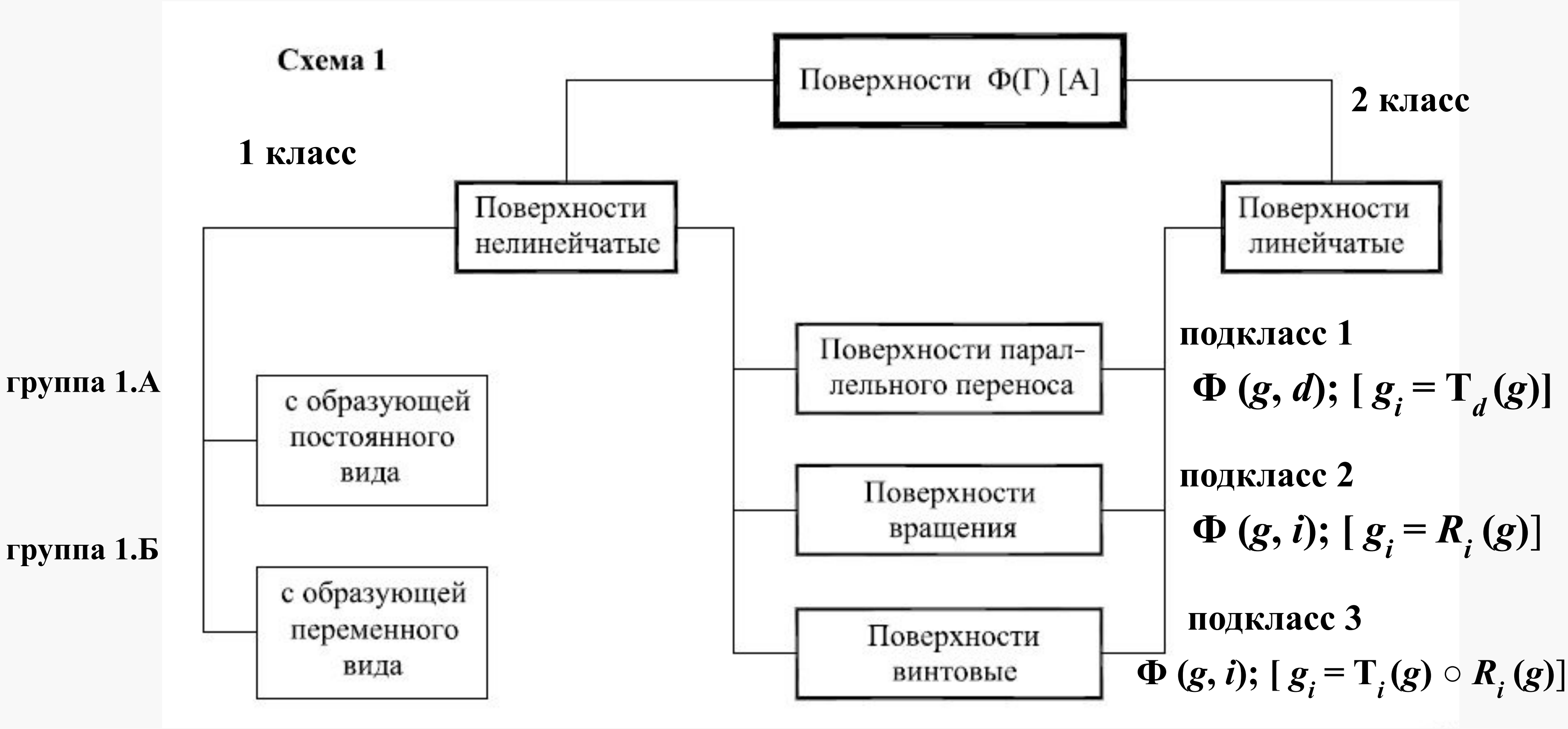
$$\Phi\ (\Gamma);\ [A]$$

(Г) – **геометрическая часть** (указывает, какие геометрические фигуры принимают участие в образовании поверхности);

[А] – **алгоритмическая часть** (содержит сведения о законе перемещения геометрической фигуры, входящей в первую часть определителя. Если образующая линия (поверхность) меняет в процессе образования поверхности свою форму и размеры, то и указания о законе этих изменений

$\Phi\ (g, d_1, d_2, d_3); [g_i \cap \{d_1, d_2, d_3\} \neq \varnothing]$ (рис. 7.2)

Классификация поверхностей

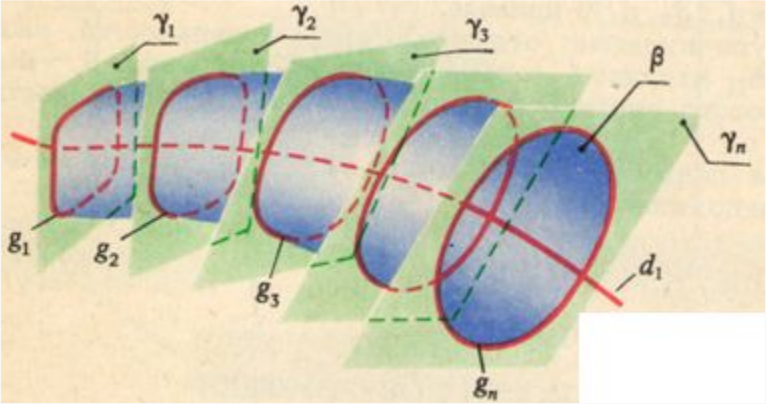


Поверхности нелинейчатые

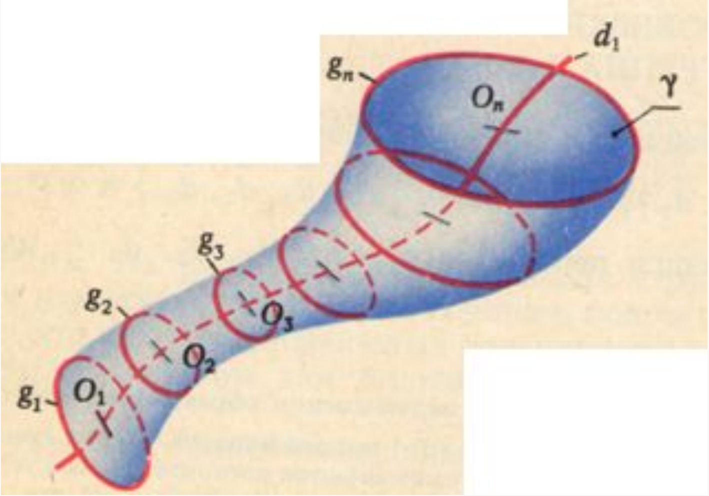
с образующей переменного вида

с образующей постоянного вида

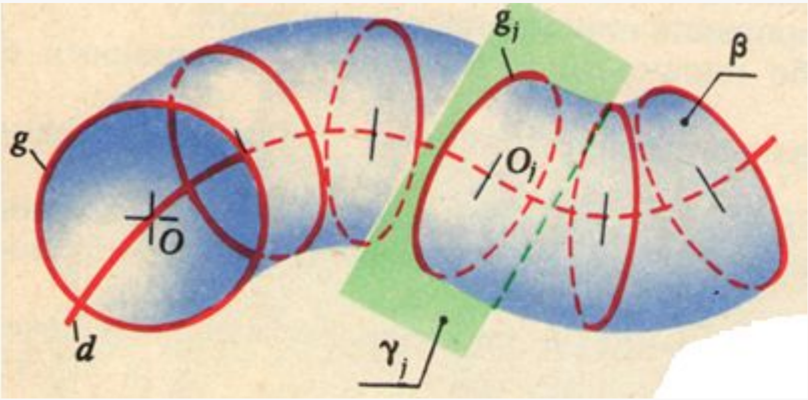
Каналовая поверхность



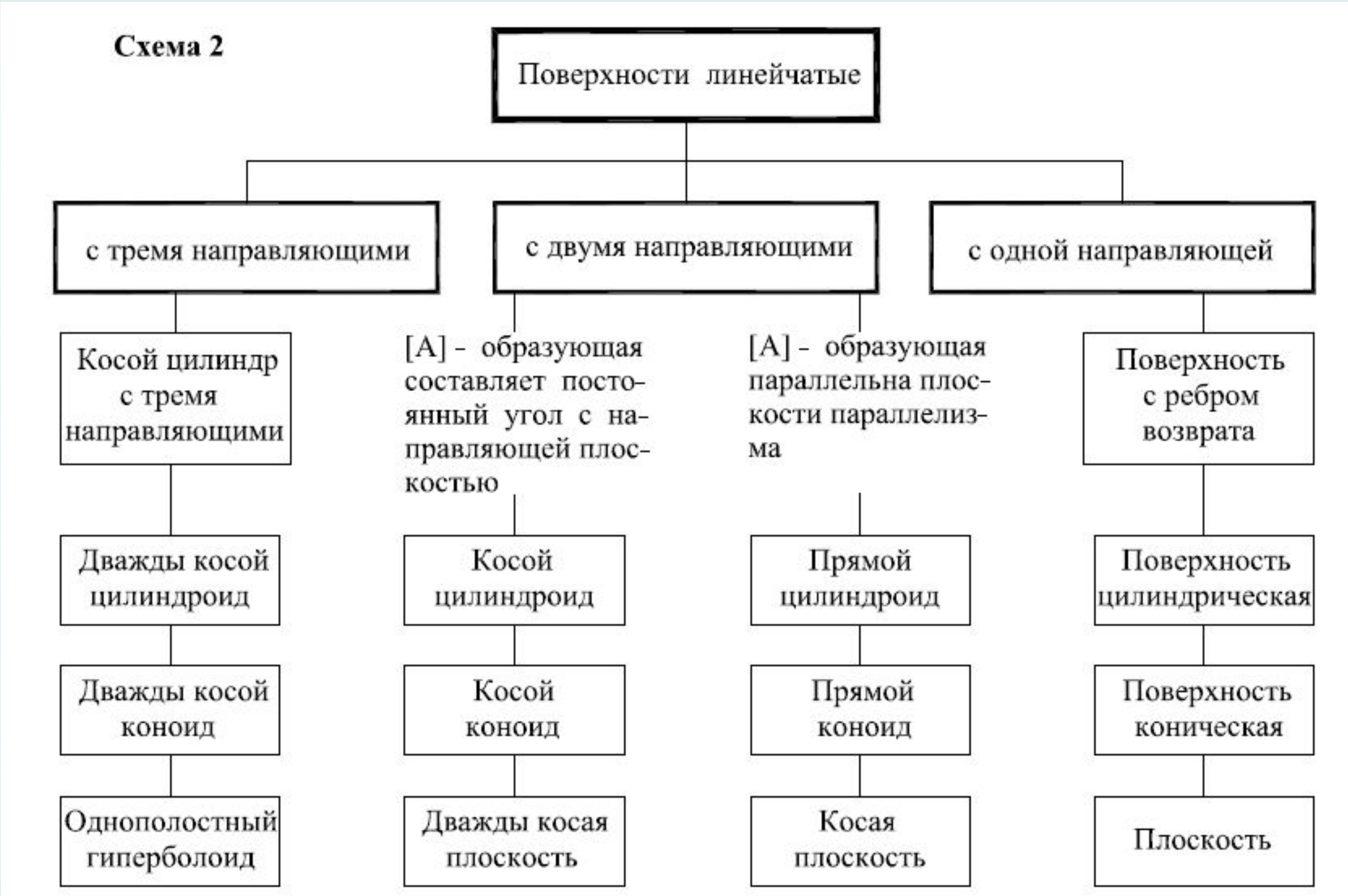
Циклическая поверхность



Трубчатая поверхность

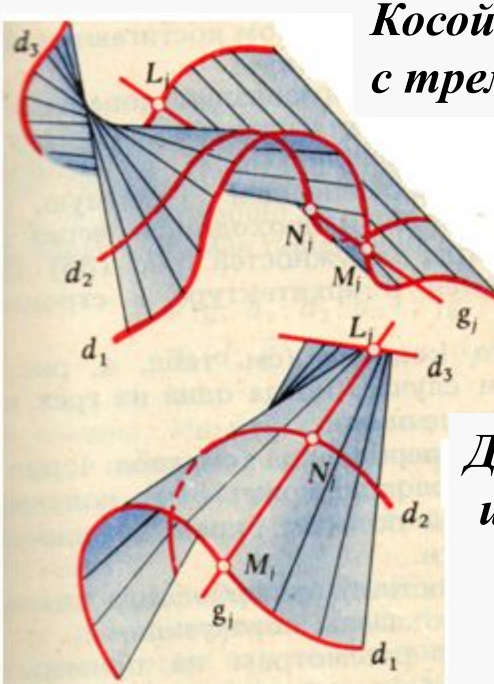


Поверхности линейчатые



Линейчатые поверхности с тремя направляющими

$\Phi\,(g, d_1, d_2, d_3);\ [g_i \cap \{d_1, d_2, d_3\} \neq \varnothing]$



Косой цилиндр с тремя направляющими

Дважды косой цилиндроид

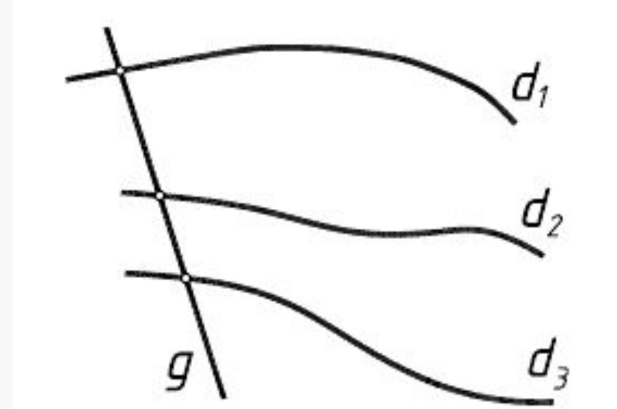
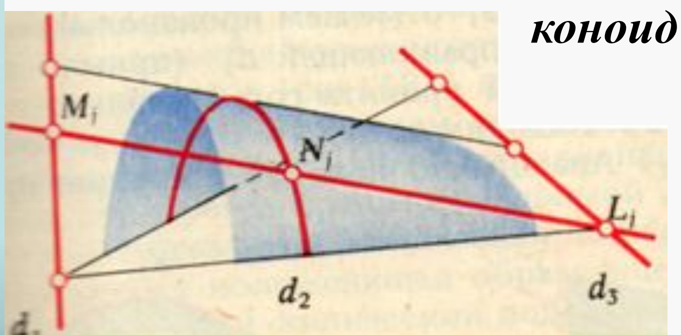
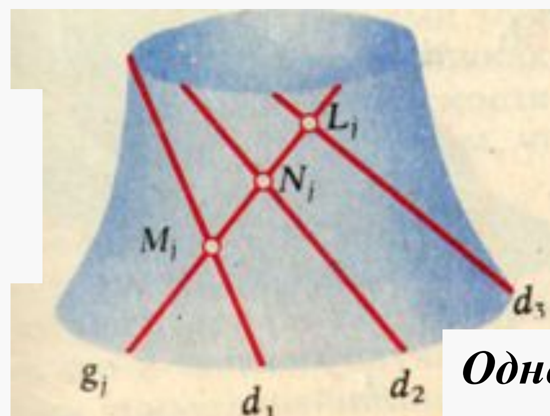


Рис. 7.3

Дважды косой коноид





Однополостной гиперболоид

Линейчатые поверхности с двумя направляющими

$\Phi\ (g, d_1, d_2, \alpha);\ [g_i \cap \{d_1, d_2\} \neq \varnothing \wedge (g_i \wedge \alpha) = \phi]$

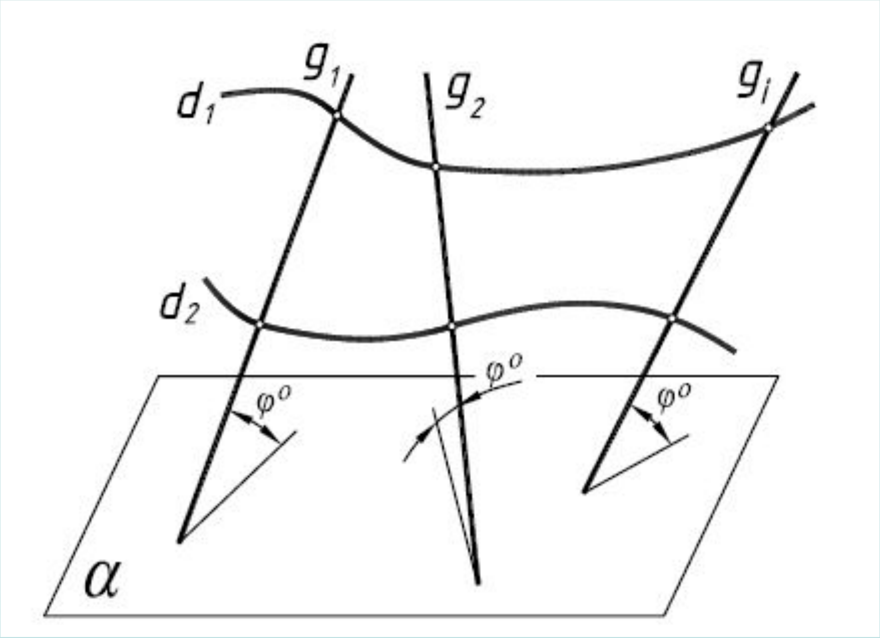


Рис. 7.4

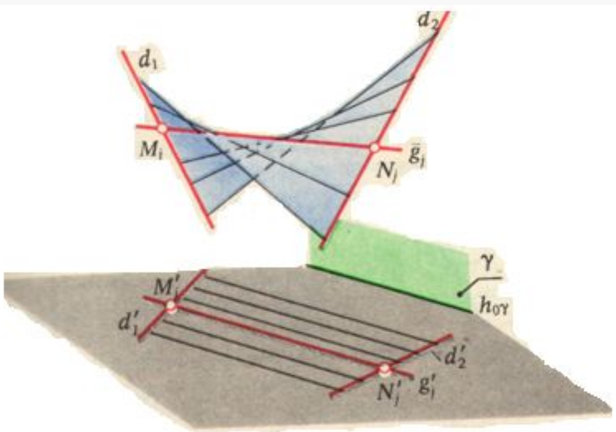
α – направляющая плоскость,
Если ***ϕ* =0** ,
то *α* – ***плоскость параллелизма***

Косой цилиндроид

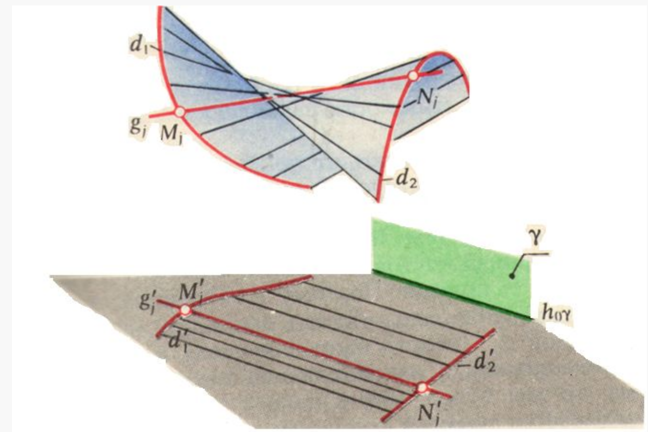
Линейчатые поверхности с двумя направляющими и плоскостью параллелизма (поверхности Каталана) $g \parallel \alpha$

$\Phi\ (g, d_1, d_2, \alpha);\ [g_i \cap \{d_1, d_2\} \neq \varnothing \wedge (g_i \wedge \alpha) = 0°]$

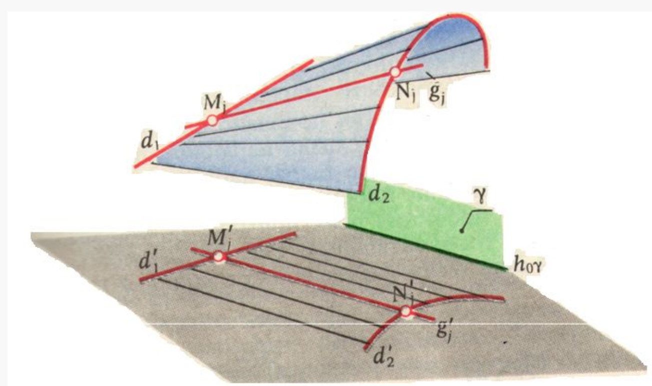
Косая плоскость



Поверхность прямого цилиндроида



Поверхность прямого коноида



Поверхности Каталана. Прямой цилиндроид

$\Phi\ (g, d_1, d_2, \alpha);\ [g_i \cap \{d_1, d_2\} \neq \varnothing \wedge (g_i \wedge \alpha) = 0]$

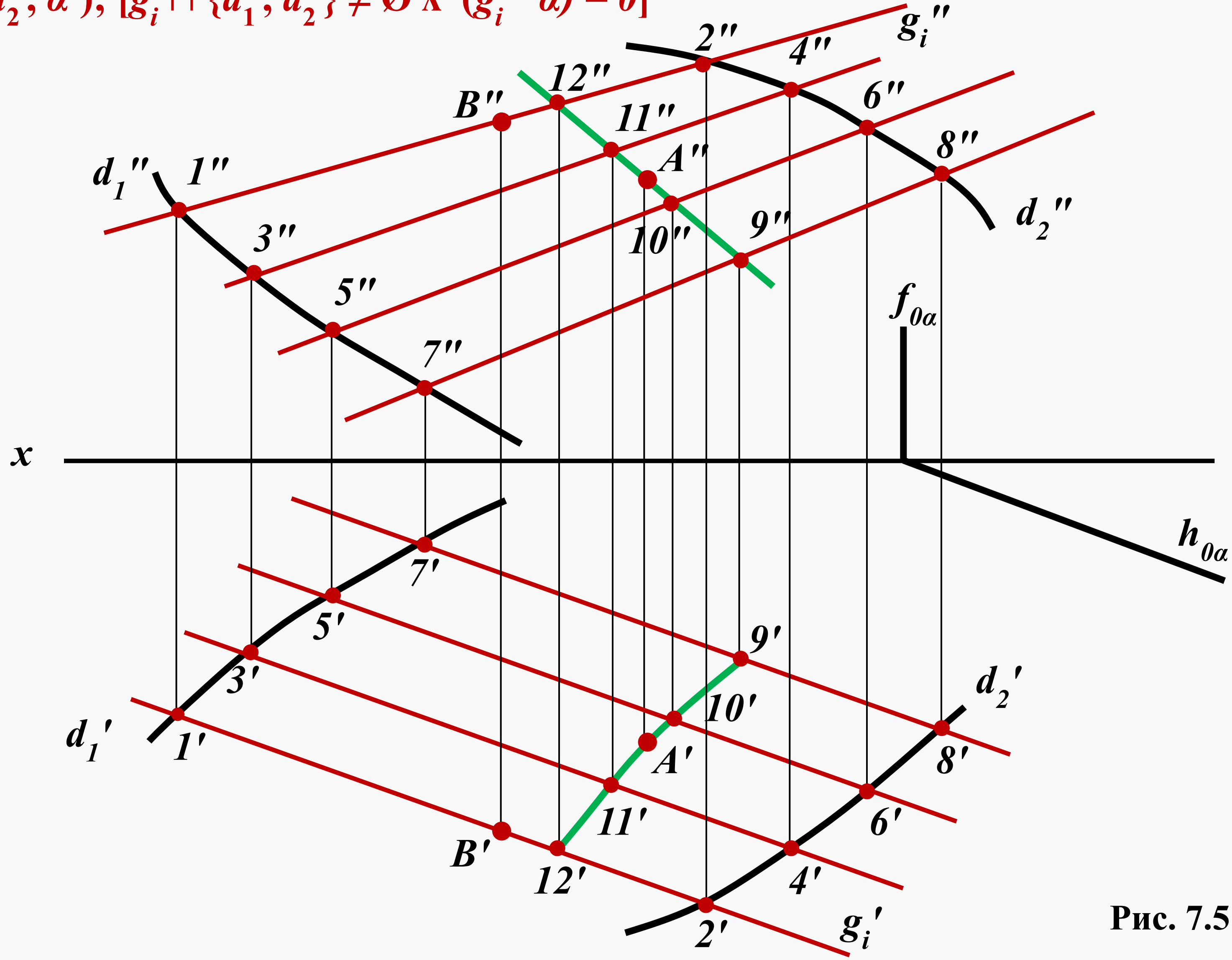


Рис. 7.5

Гиперболический параболоид (косая плоскость)

$\Phi\ (g, d_1, d_2, \alpha);\ [g_i \cap \{d_1, d_2\} \neq \varnothing \wedge (g_i \wedge \alpha) = 0°]$

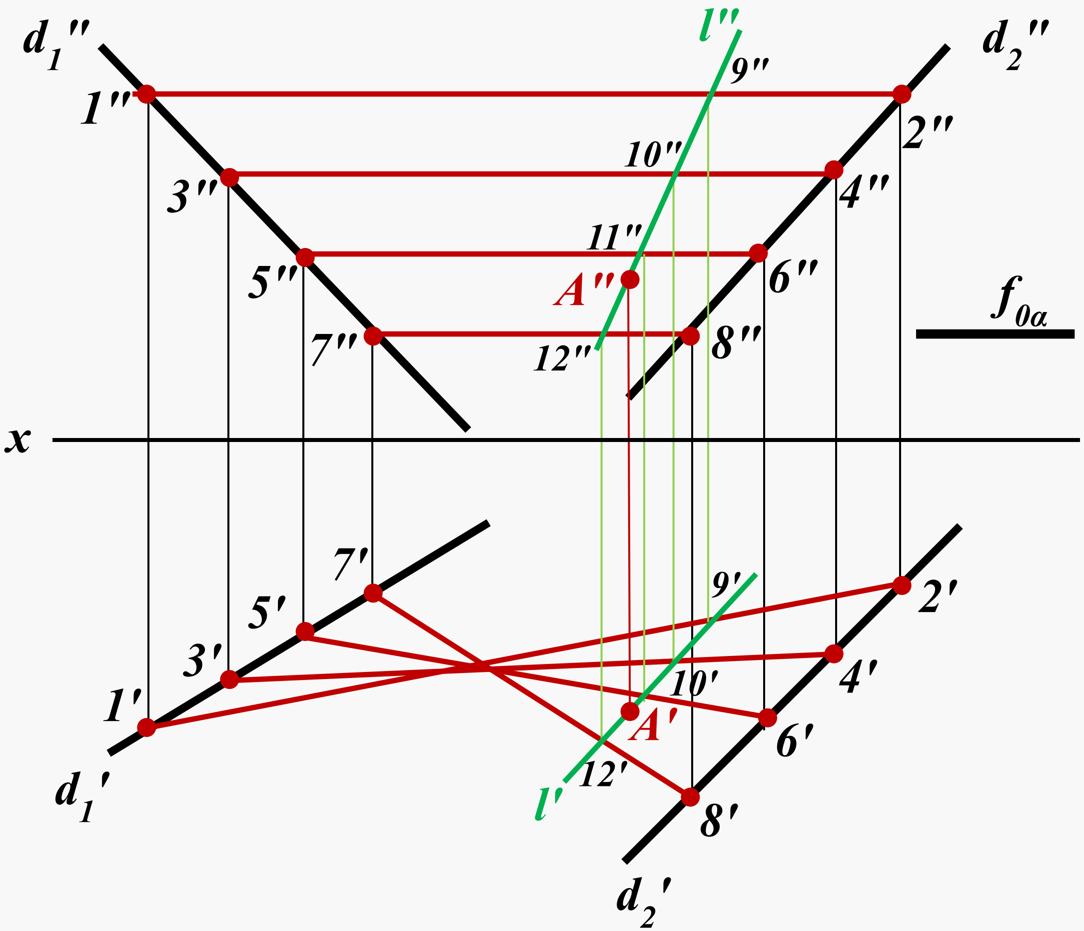


Рис. 7.6

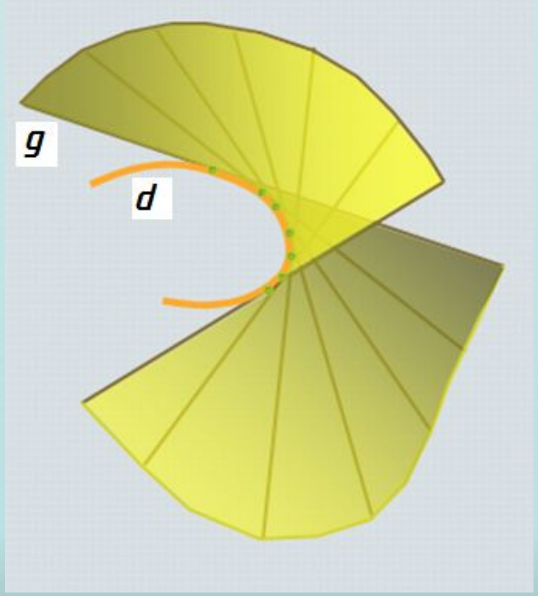
Косая плоскость формируется при движении прямой по двум скрещивающимся прямолинейным направляющим, при этом образующая все время параллельна плоскости параллелизма.

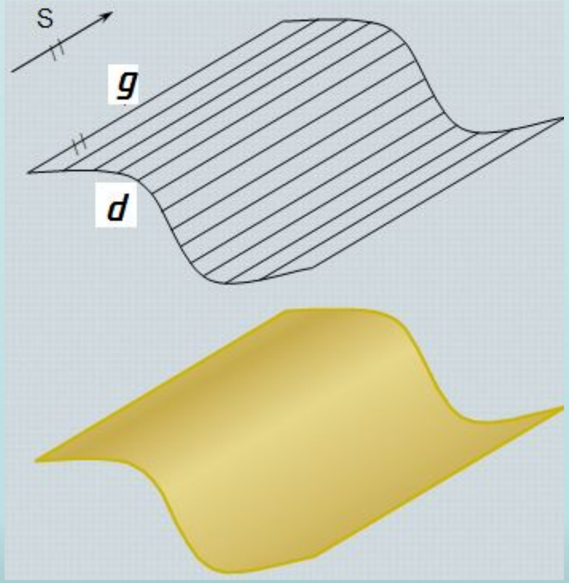
Линейчатые поверхности с одной направляющей

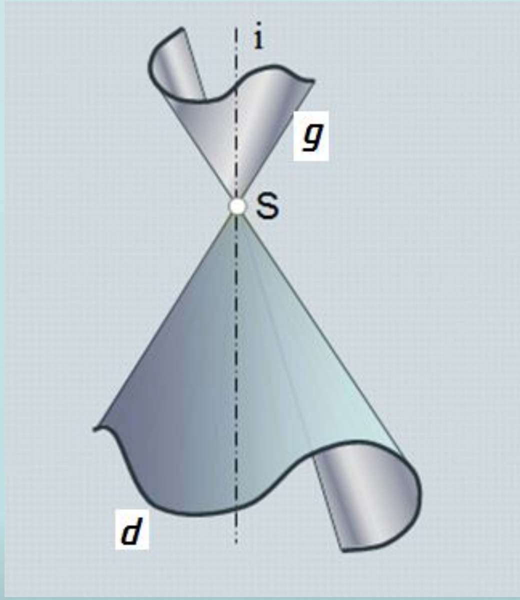
Группа линейчатых поверхностей с одной криволинейной направляющей называется **торсами**, а криволинейная направляющая таких поверхностей – **ребром возврата**.

Торсом называют поверхность, описываемую движением прямой (***g***), касающейся некоторой пространственной кривой – направляющей ***d***.

$$\Phi\ (g, d_1, S);\ [g_i \cap d_1 = S_i \in d_1]$$







Поверхность с ребром возврата

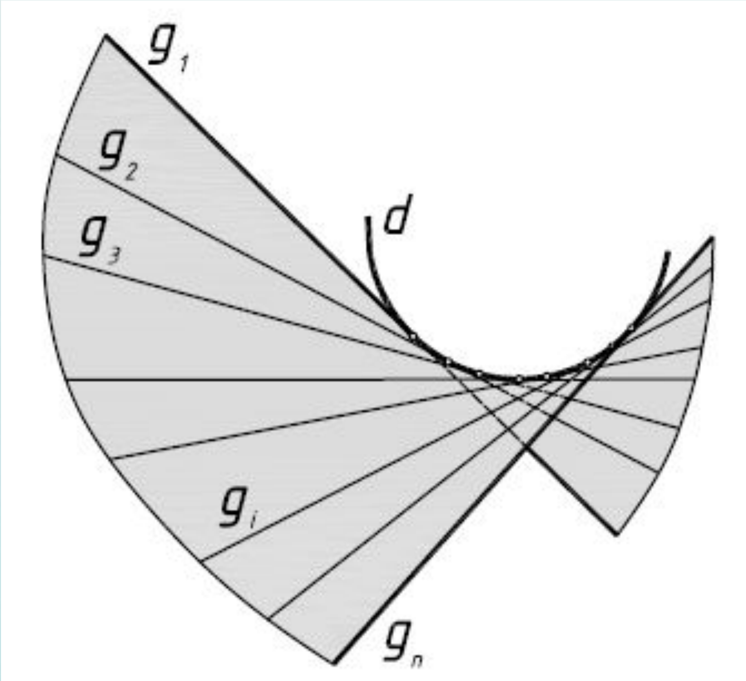


Рис. 7.7

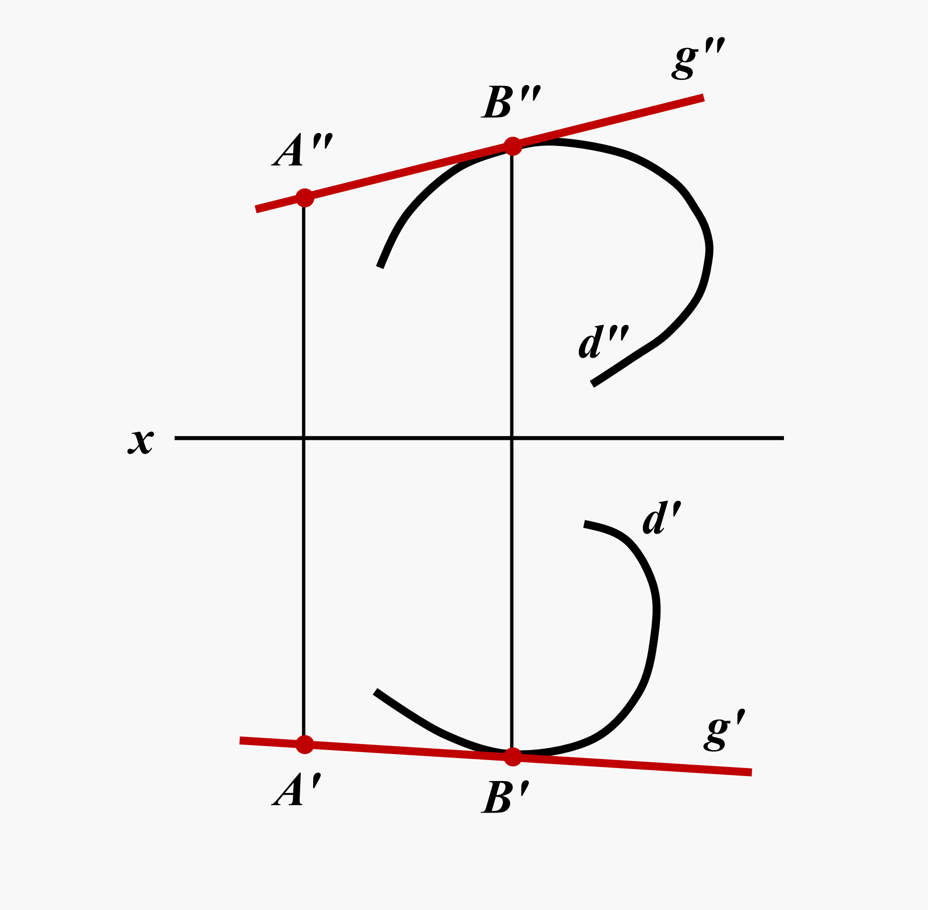


Рис. 7.8

Цилиндрическая поверхность

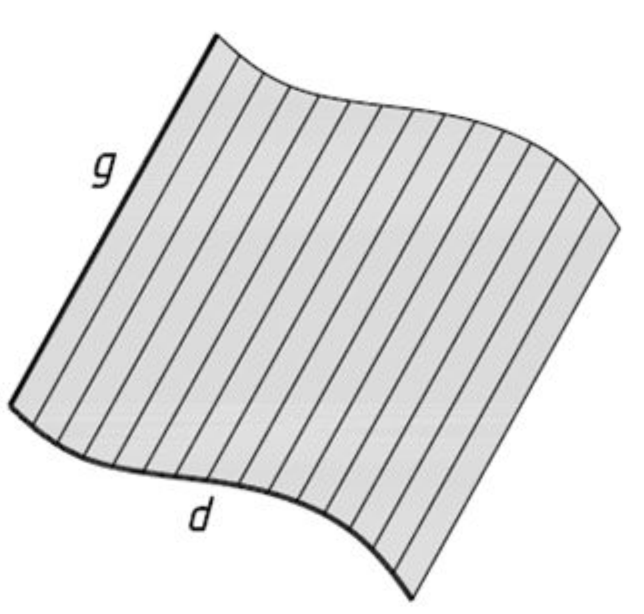


Рис. 7.9

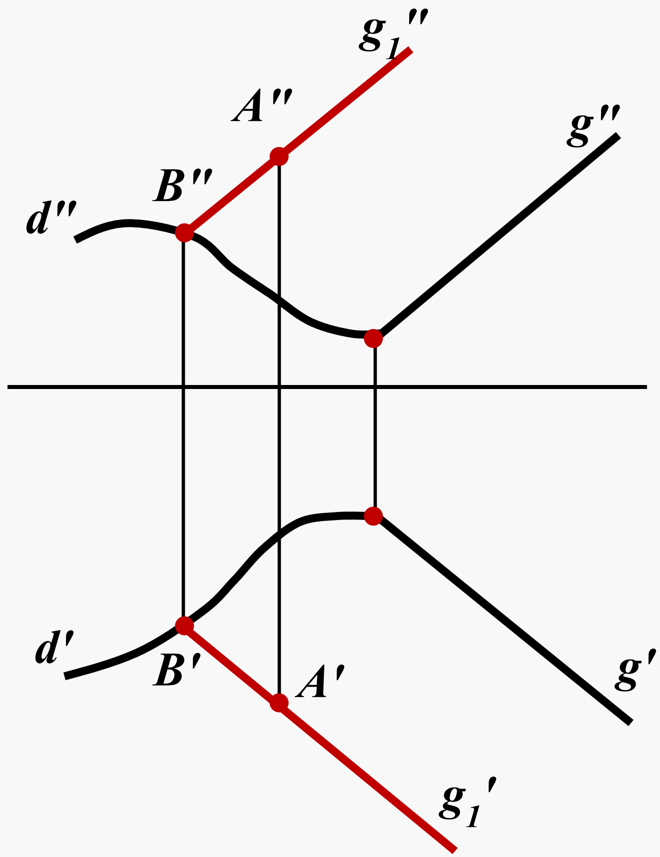


Рис. 7.11

Коническая поверхность

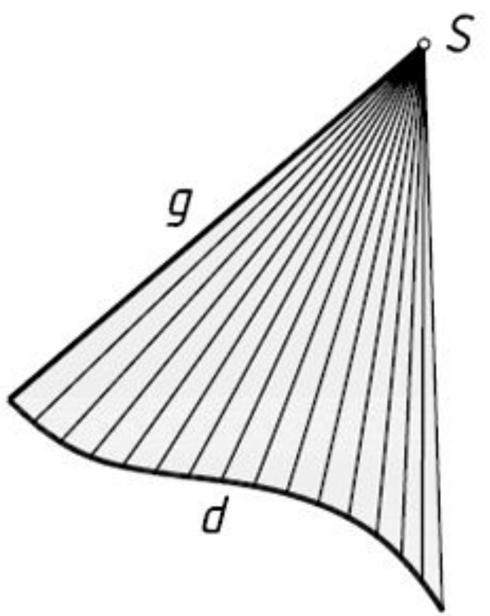


Рис. 7.10

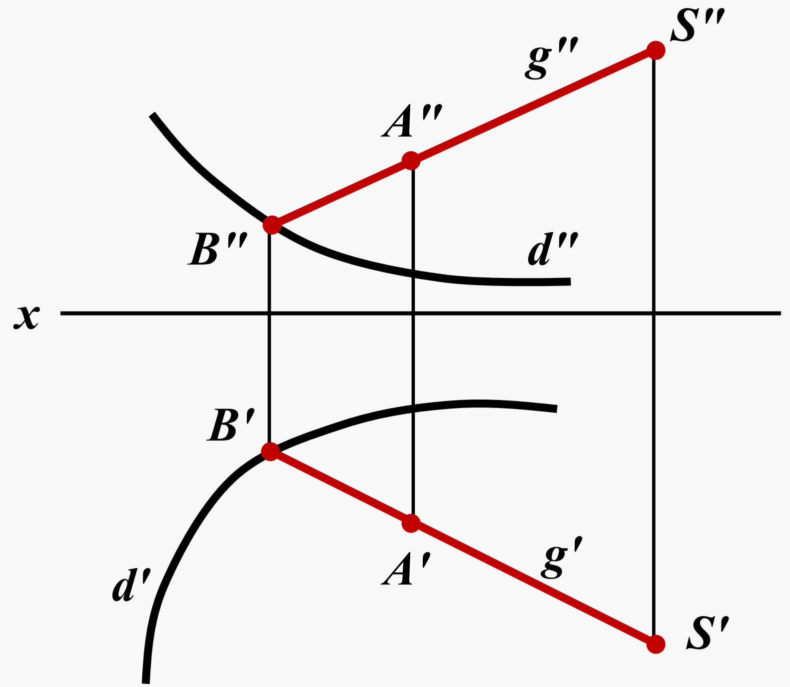


Рис. 7.12

Подклассы поверхностей

Движение образующей ***g*** может быть задано:

- **направляющими** линиями ***d***;
- **законом движения** образующей, а именно:
  - **поступательным;**
  - **вращательным;**
  - **винтовым**

Поверхности параллельного переноса (сдвига)

– формируются при движении образующей ***g*** вдоль оси переноса. Все точки образующей перемещаются поступательно (рис. 7.13)

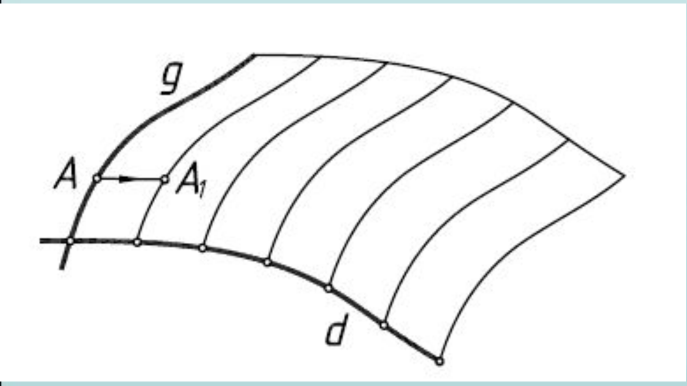
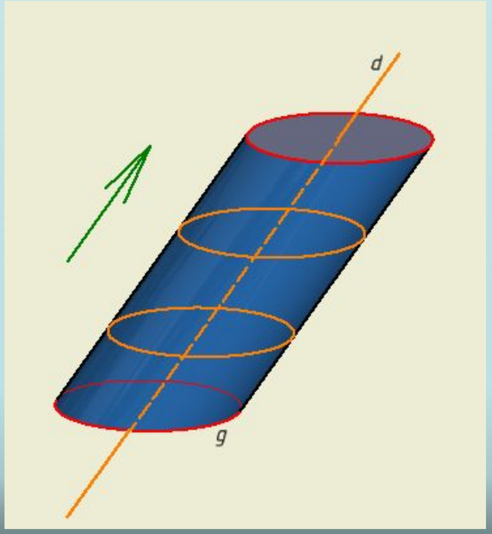
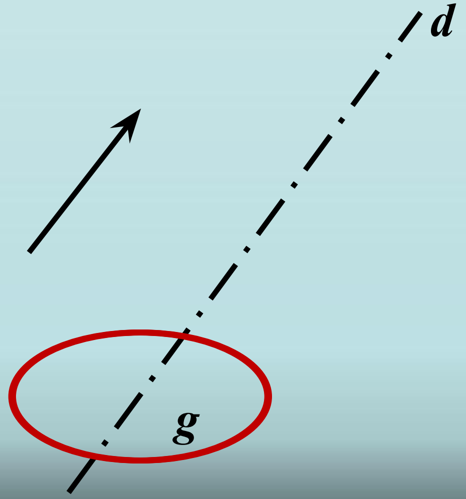


Рис. 7.13





Поверхности вращения

- формируются при вращении образующей (прямой или кривой) вокруг неподвижной оси вращения (рис. 7.14). Каждая точка образующей (***A, B, C***) перемещается по окружности (***a, b, c***) с центром на оси вращения.

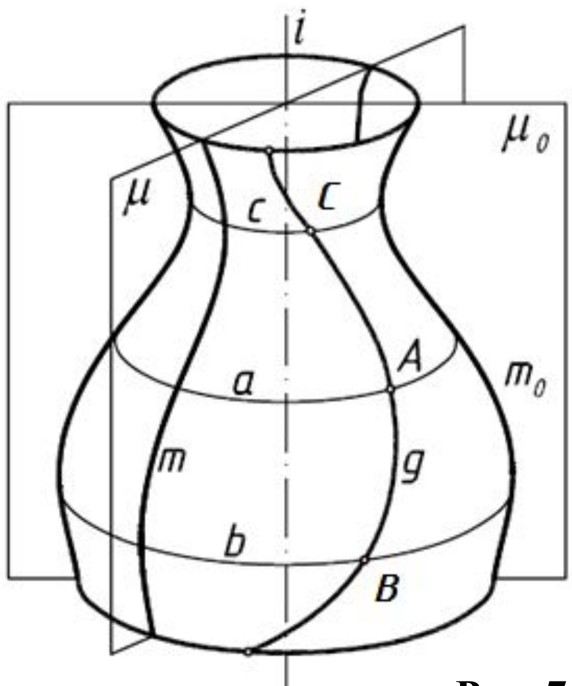


Рис. 7.14

i – ось вращения

g – образующая

a, b, c – параллели

b – экватор (наибольшая параллель)

c – горло (наименьшая параллель)

μ – меридиональная плоскость

$i \quad \mu_{\in}$

m – меридиан

μ_0 – плоскость главного меридиана

$\mu_0 \parallel \pi$

m_0 – главный меридиан

Очерк поверхности – границы видимости поверхности по отношению к плоскостям проекций

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
Кафедра "Инженерная графика"

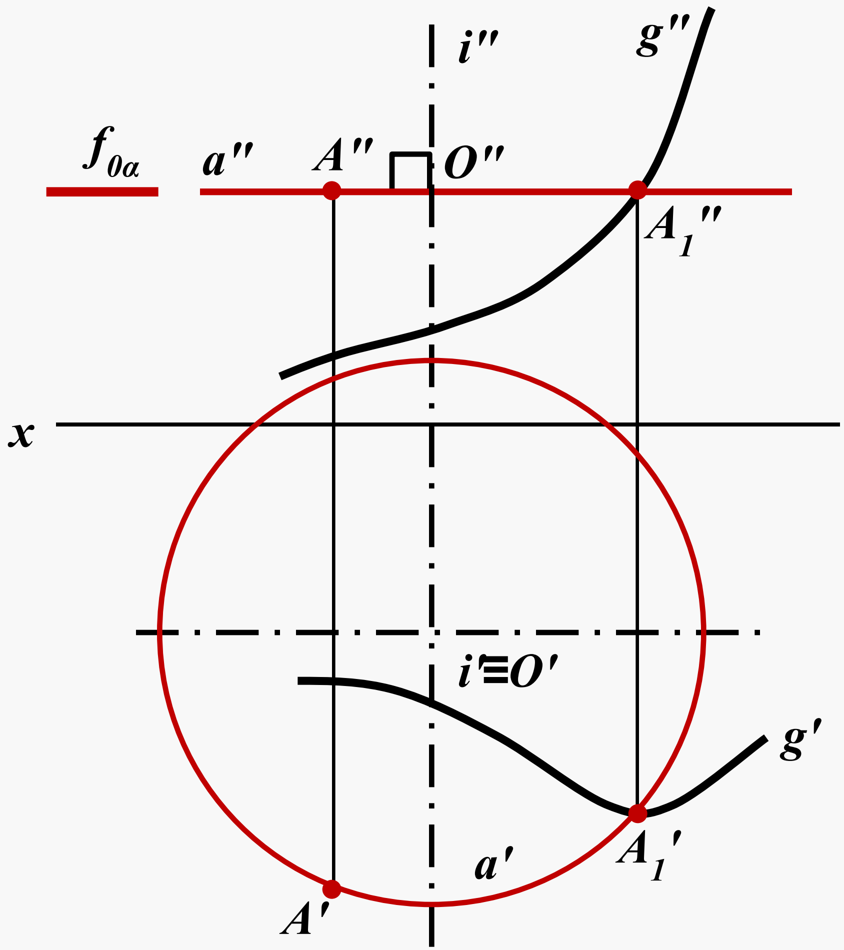
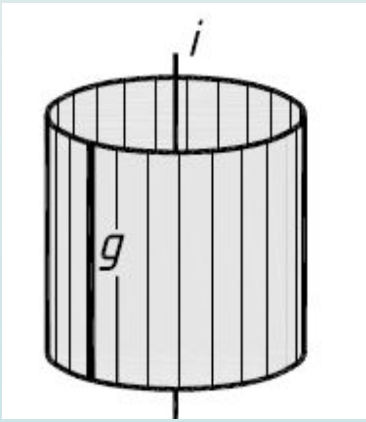


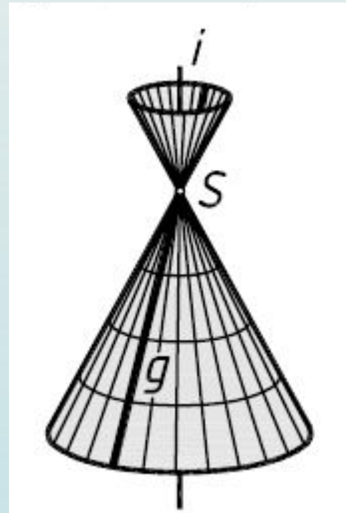
Рис. 7.15

Вращение – перемещение точки по окружности в плоскости, перпендикулярной оси вращения. Пересечение плоскости вращения с осью вращения – центр вращения. Расстояние от точки до центра вращения – радиус вращения

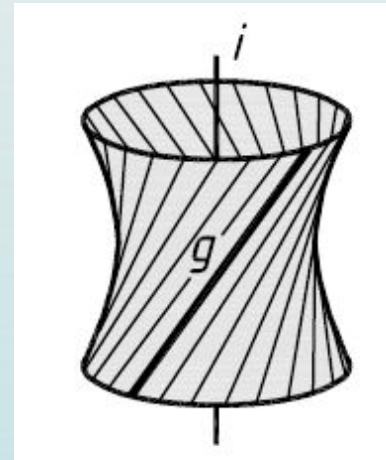
Поверхности вращения с прямолинейной образующей



Цилиндрическая
поверхность
вращения
$g \parallel i$



Коническая
поверхность
вращения
$g \cap i$



Однополостный
гиперболоид
вращения
$g \dot{-} i$

Рис. 7.16

Цилиндрическая поверхность

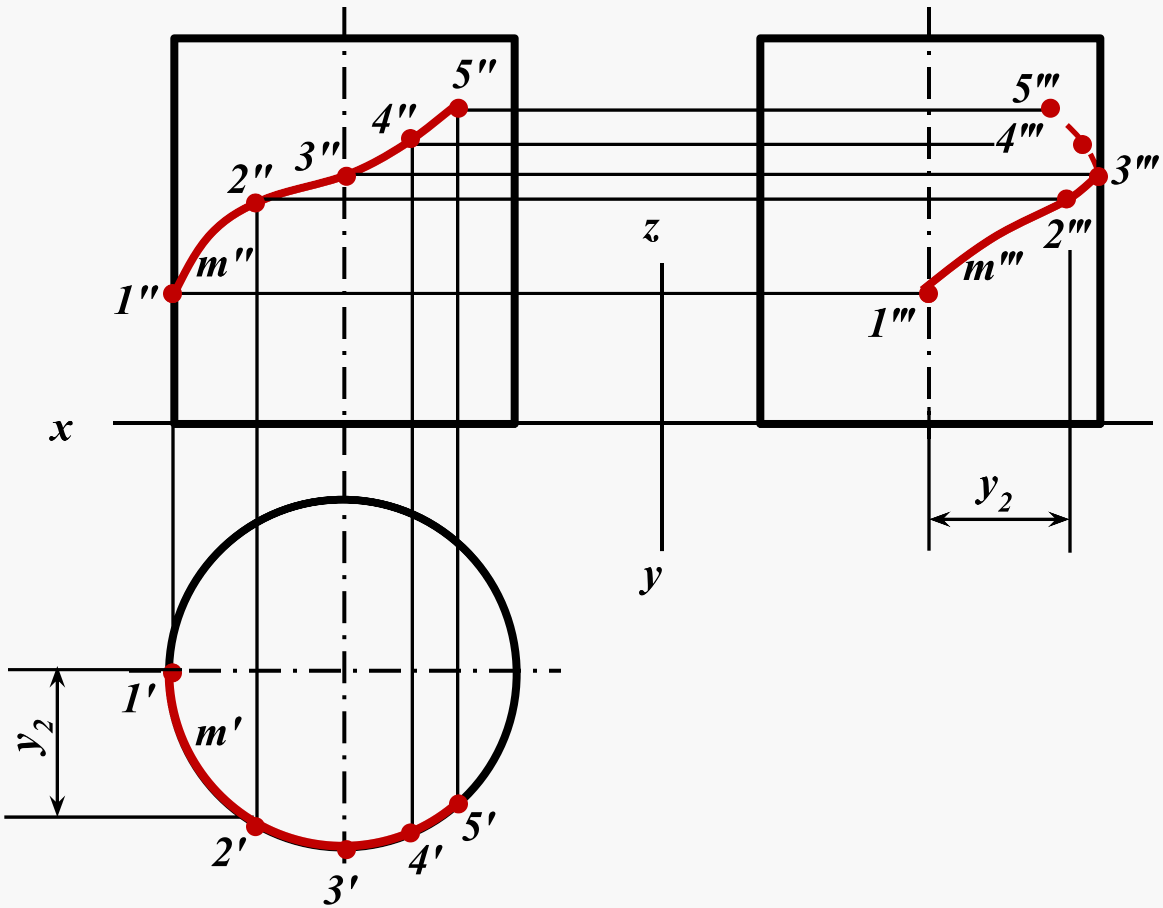


Рис. 7.17

Коническая поверхность $\Phi(i, \ell, m, S); [\ell \cap m \neq \varnothing; \ell \cap i = S]$

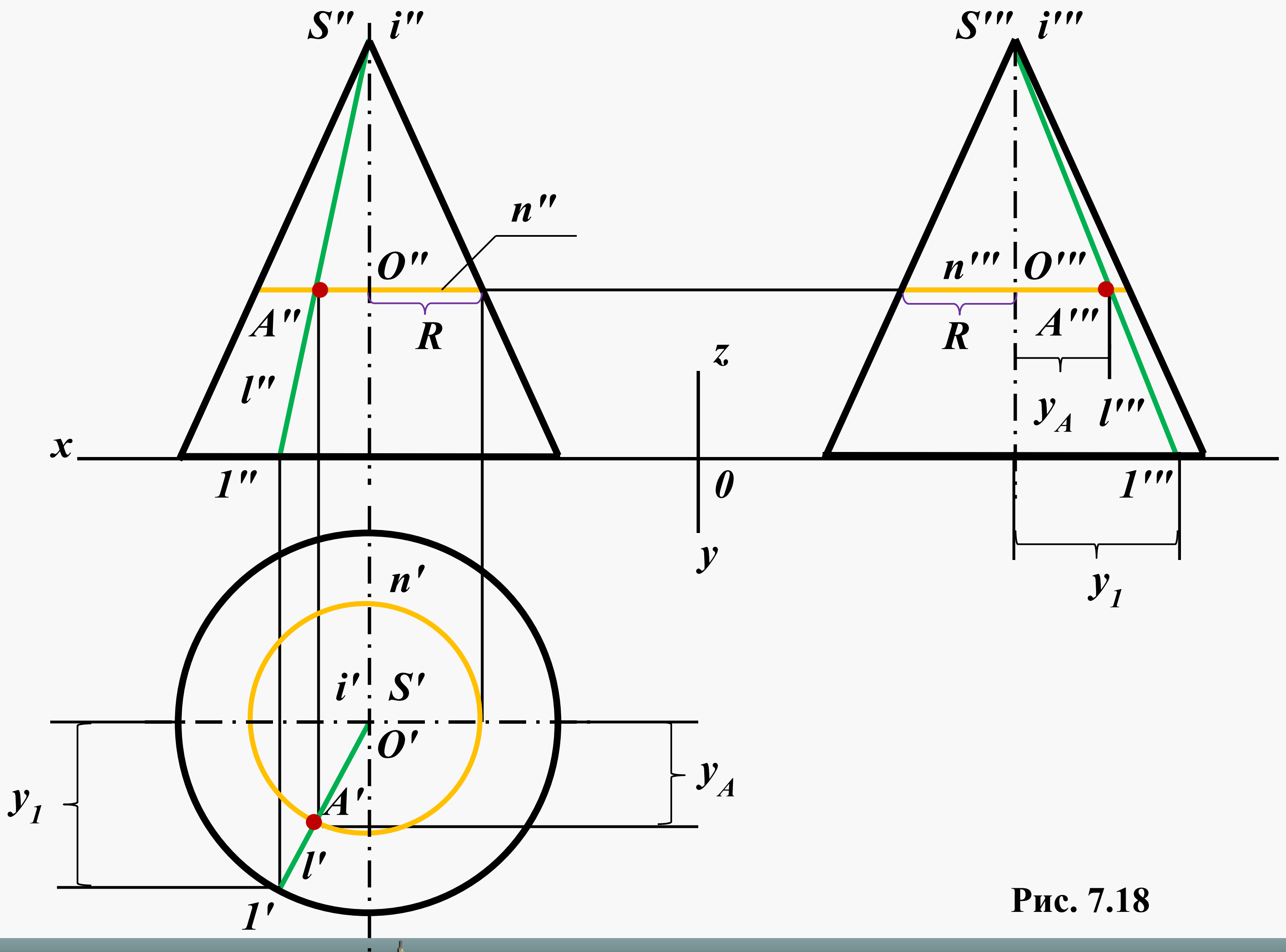


Рис. 7.18

Поверхности вращения с образующей окружностью

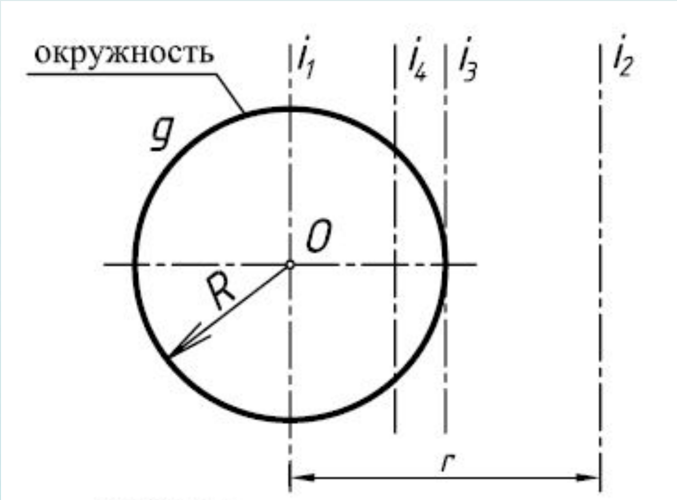


Рис. 7.19

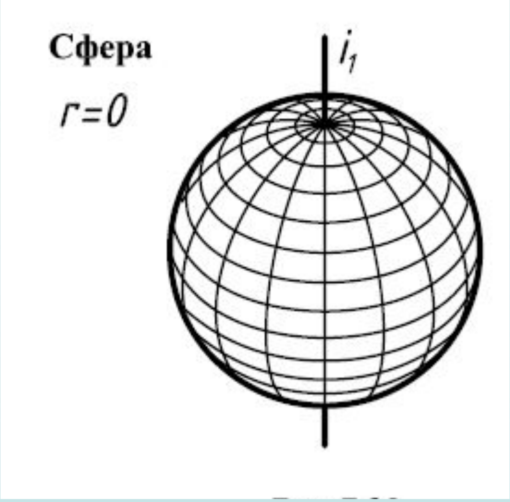
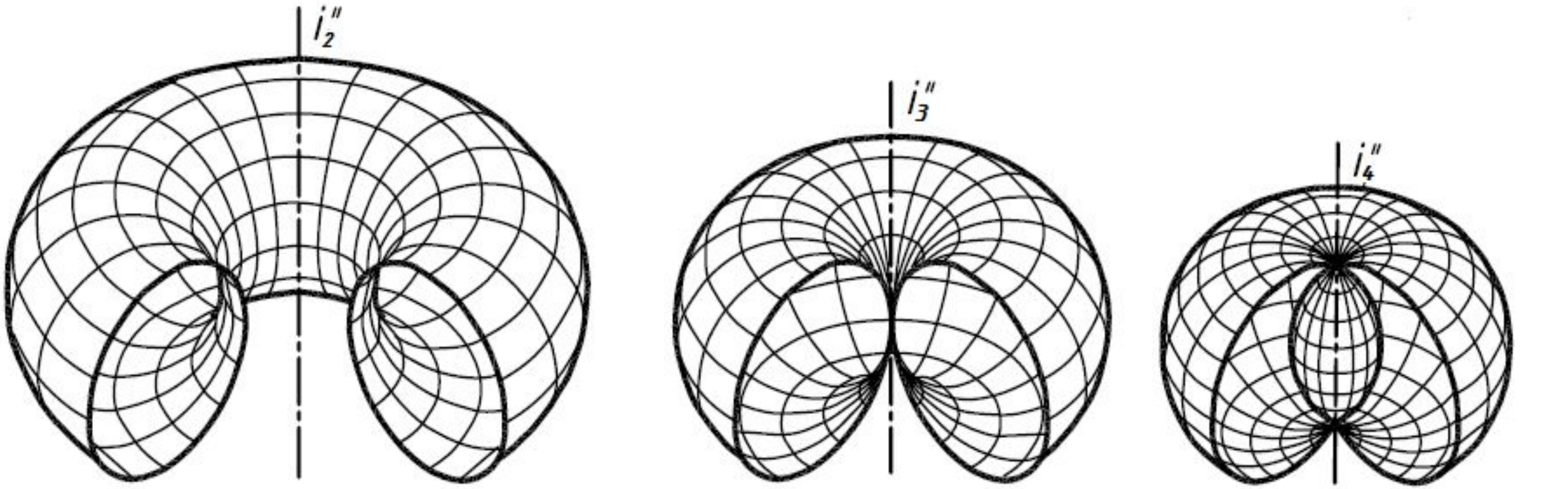


Рис. 7.20

Тор – поверхность, образованная вращением окружности вокруг оси, не проходящей через центр этой окружности

При вращении окружности вокруг ее диаметра образуется **сфера**

Торовые (кольцевые) поверхности



а) открытая

б) закрытая

в) самопересекающаяся

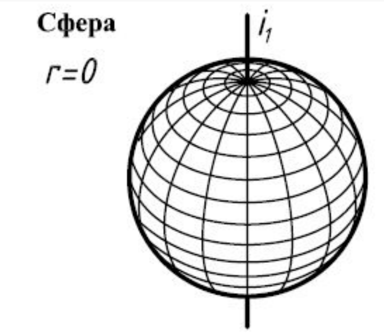
$r > R$

$r = R$

$r < R$

Рис. 7.21

Построение проекций точек, принадлежащих сферической поверхности



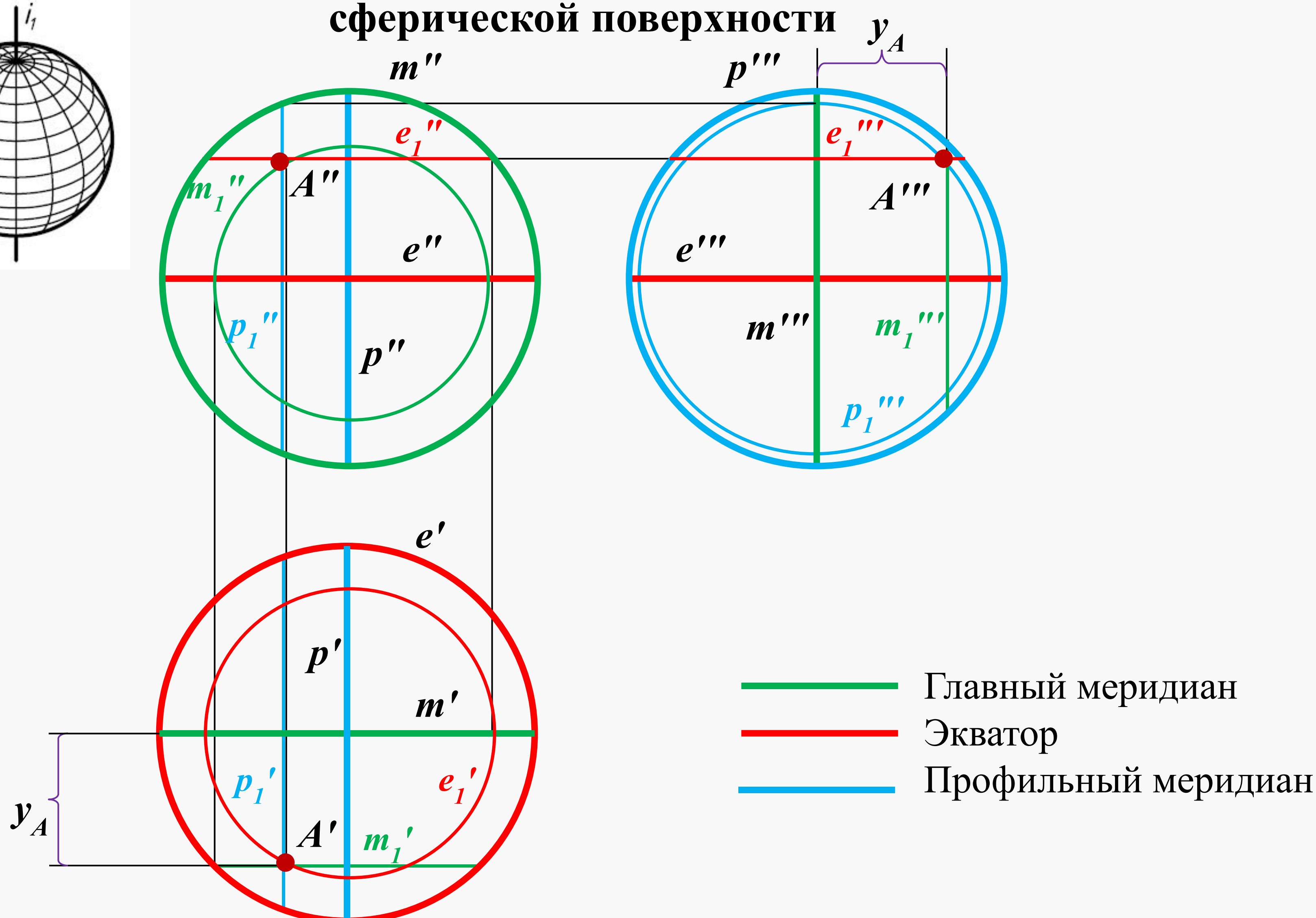


Рис. 7.22

Построение проекций точек, принадлежащих сферической поверхности

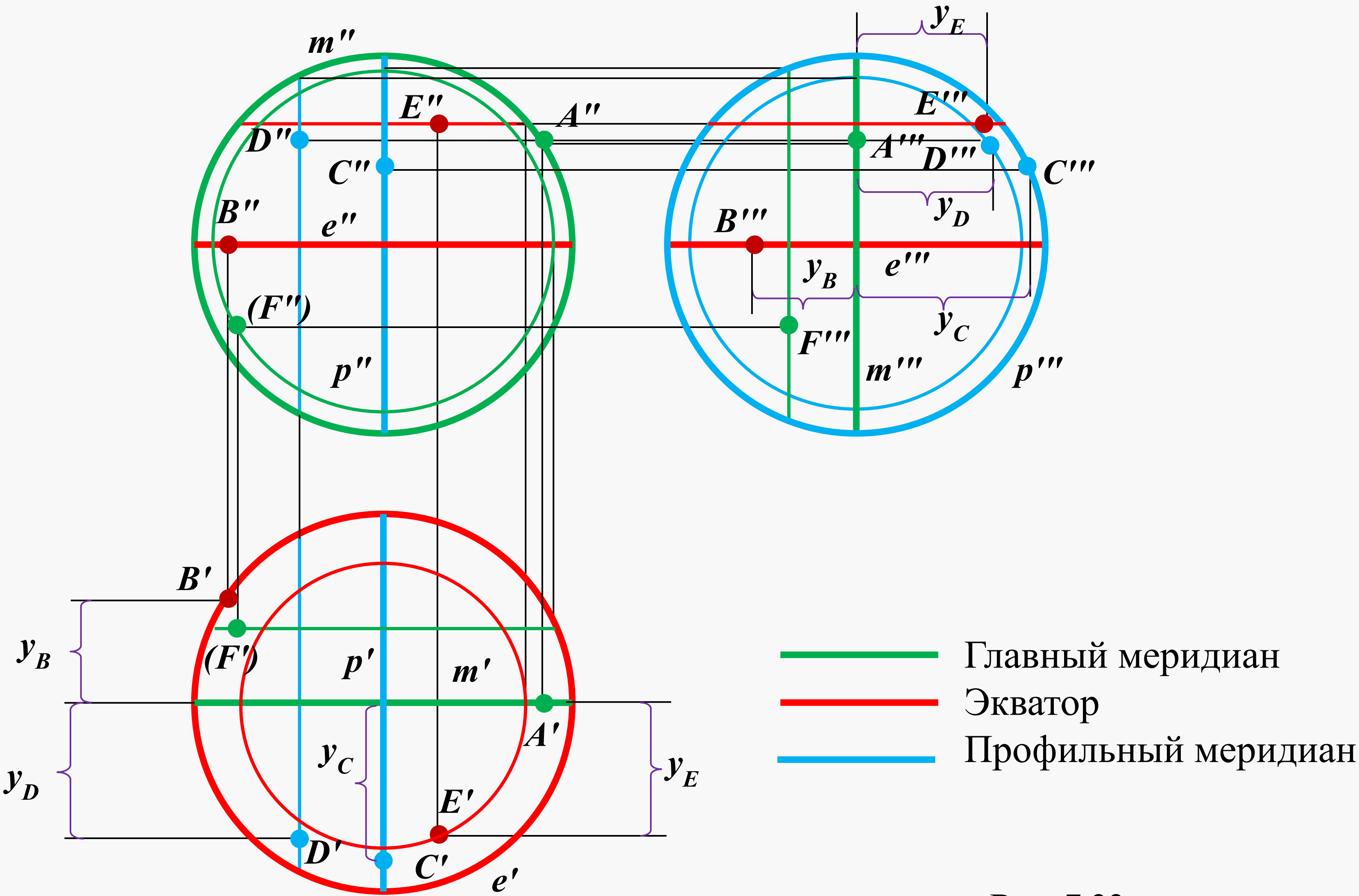


Рис. 7.22

Построение проекций точек, принадлежащих торовой поверхности

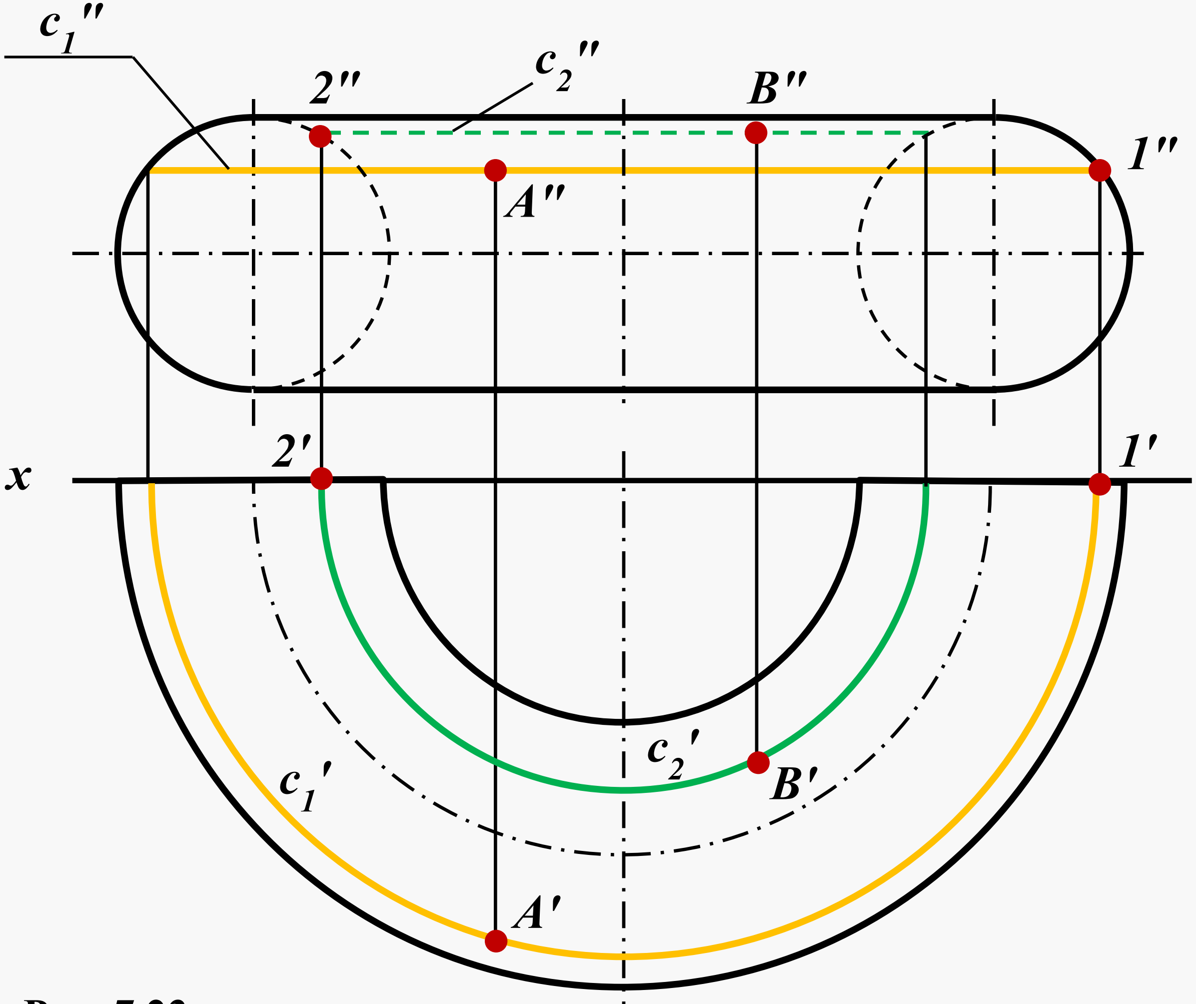
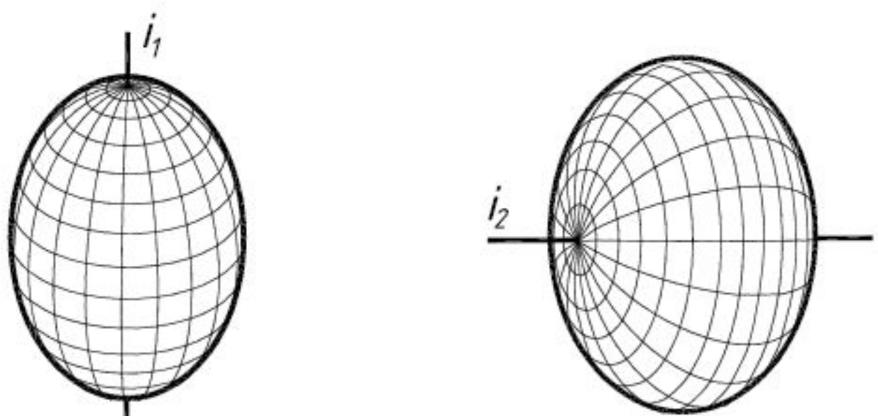


Рис. 7.23

Поверхности вращения с образующей кривой второго порядка



Эллипсоиды вращения:
а) вытянутый б) сжатый

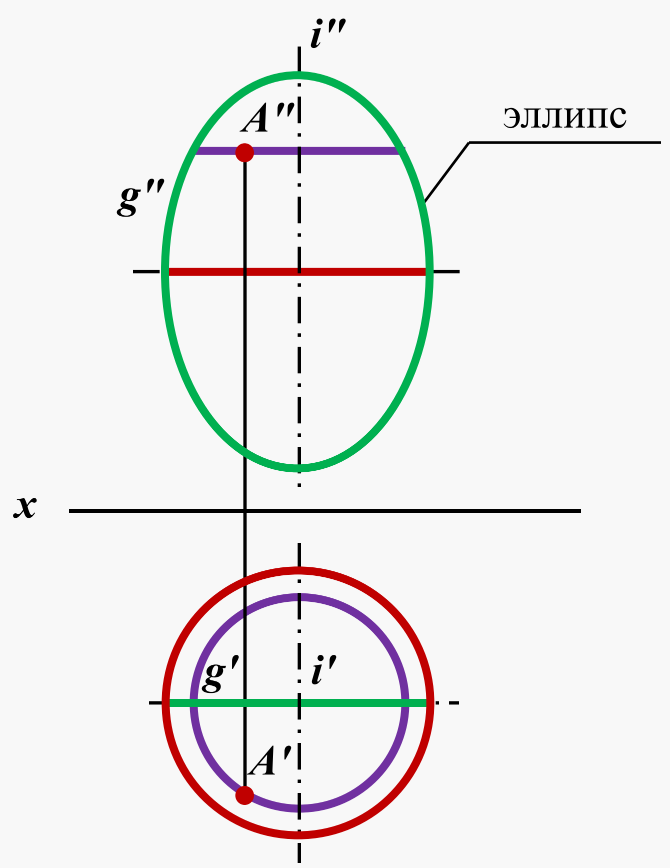
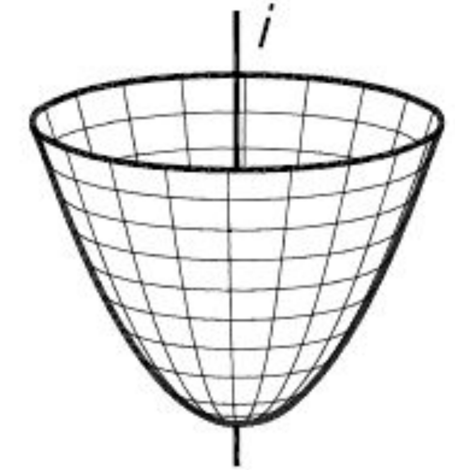


Рис. 7.24

Поверхности вращения с образующей кривой второго порядка



Параболоид вращения

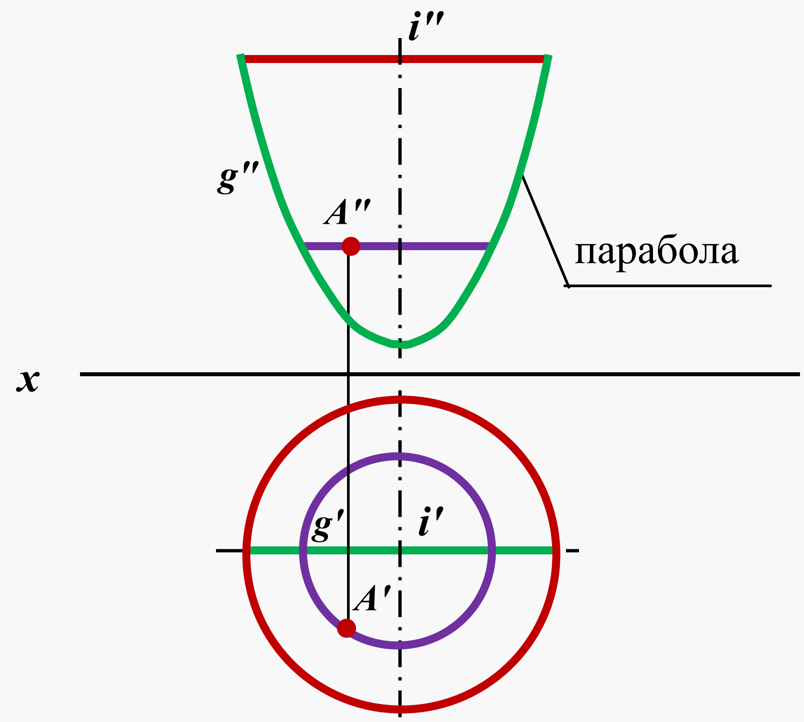
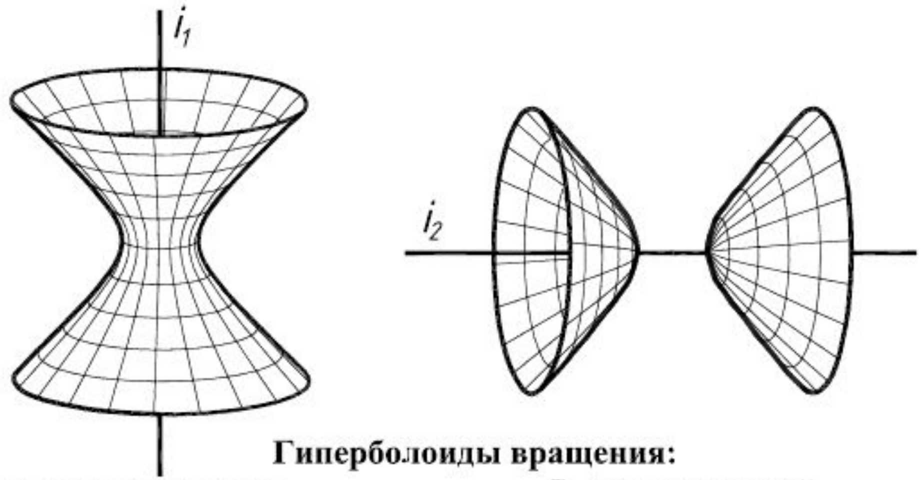


Рис. 7.25

Поверхности вращения с образующей кривой второго порядка



Гиперболоиды вращения:

а) однополостный б) двухполостный

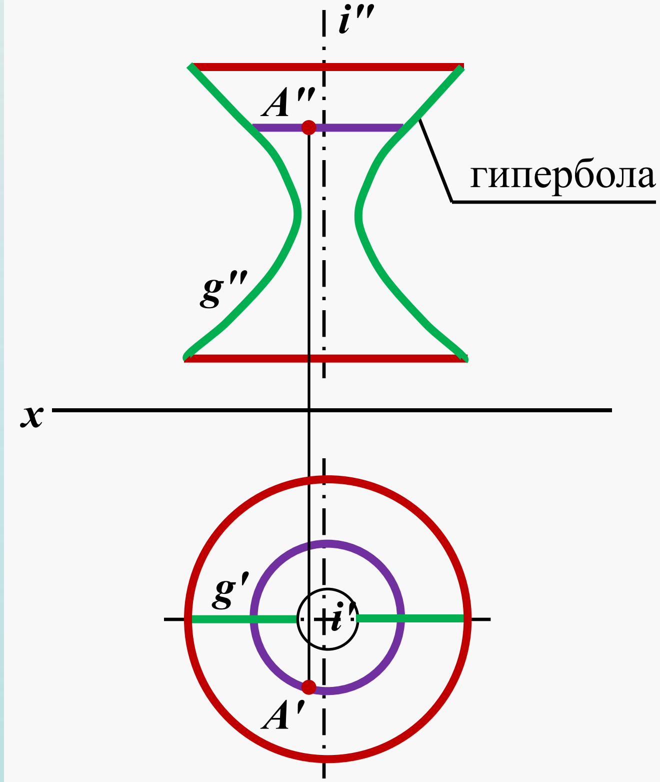
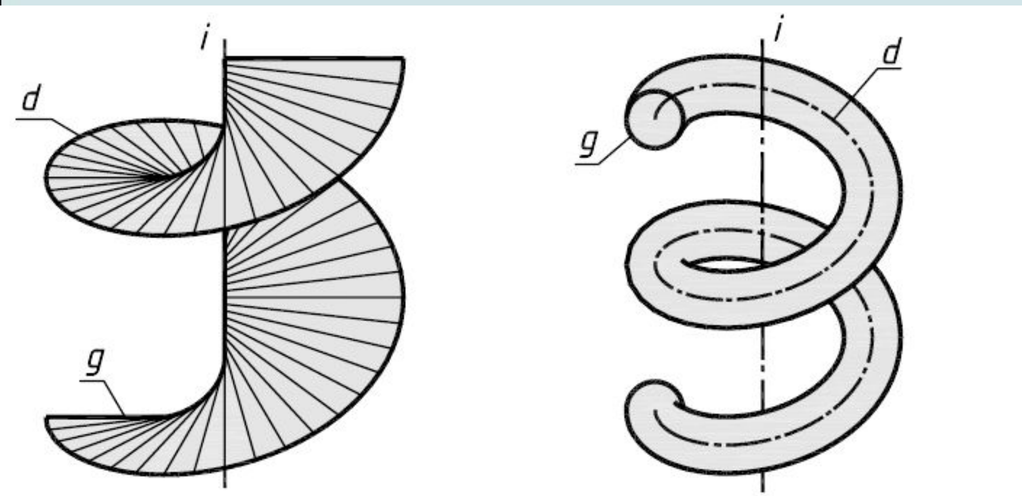


Рис. 7.26

ВИНТОВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Винтовая поверхность формируется **при винтовом движении образующей (прямой или кривой) вокруг оси**.

Шаг (*P*) винтовой поверхности – **перемещение образующей вдоль оси за один оборот**



а) Линейчатая винтовая поверхность   б) Трубчатая винтовая поверхность

Рис. 7.27

ГЕЛИКОИДЫ

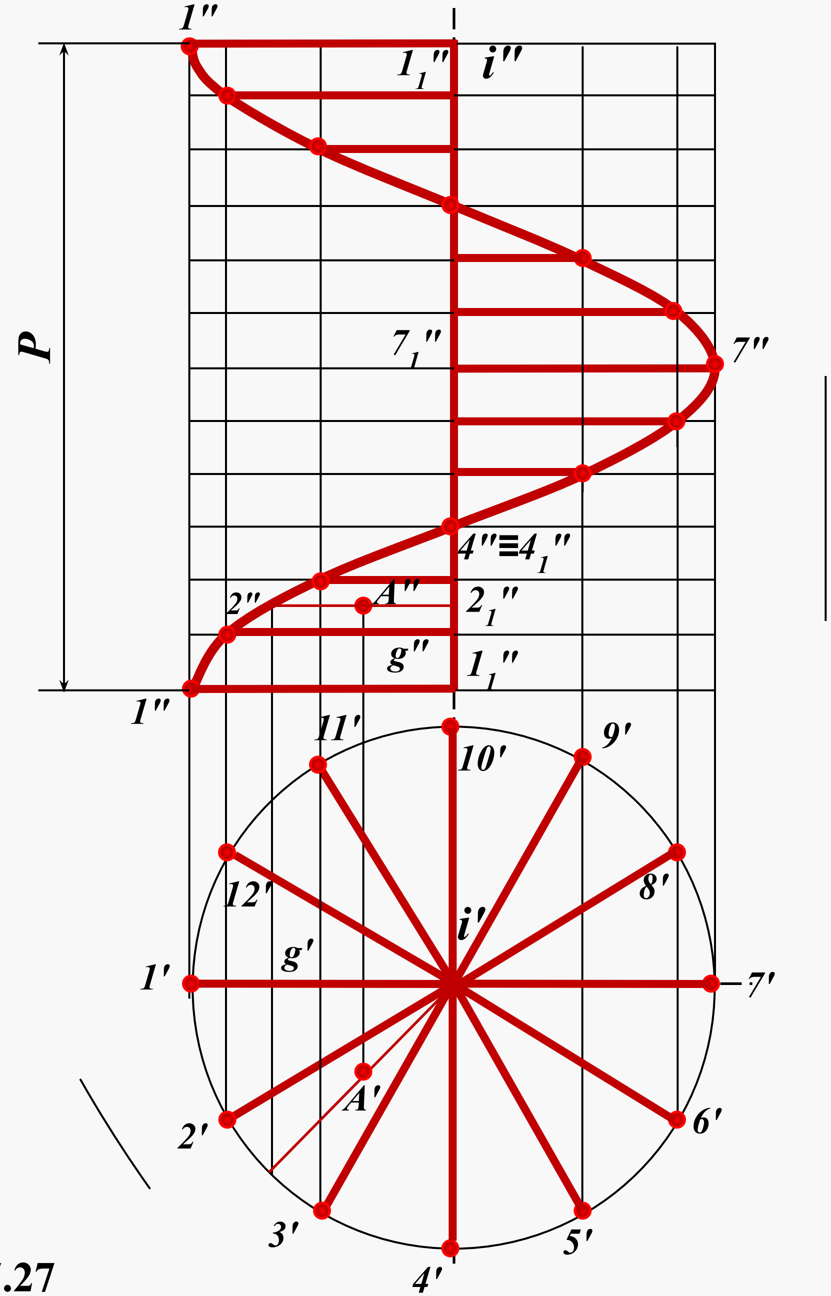


Рис. 7.27

Геликоид – винтовая поверхность с прямолинейной образующей.

В зависимости **от положения** прямолинейной **образующей *g*** по отношению **к оси *i***, различают следующие **виды геликоидов**:

- $g \perp i$ **- прямой**
- g *не* $\perp i$ - косой (**наклонный**)
- $g \cap i$ **- закрыты**
- g i **- открытый**