

Теорема Виета (8кл)

Теорема Виета



Франсуа Виет (1540-1603) - замечательный французский математик, положивший начало алгебре как науке о преобразовании выражений, о решении уравнений в общем виде, создатель буквенного исчисления

Теорема Виета



Уравнение $x^2+px+q=0$, где p и q – некоторые числа называют **приведенным квадратным уравнением**.

Теорема Виета:

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Если x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $x^2+px+q=0$,

Тогда
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases}$$

Верно и обратное утверждение:

Если числа x_1 и x_2 таковы, что $x_1 + x_2 = -p$ и $x_1 \cdot x_2 = q$, то эти числа являются корнями уравнения $x^2+px+q=0$.

Теорема Виета

Задача 1 Догадайтесь, чему равны корни квадратного уравнения:

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \quad x_1 = 3 \quad x_2 = 4$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad x_1 = 2 \quad x_2 = 3$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0 \quad x_1 = 6 \quad x_2 = -1$$

$$x^2 + 2x - 24 = 0 \quad x_1 = -6 \quad x_2 = 4$$

Теорема Виета

Задача 2 Один из корней уравнения $516x^2 - 511x - 5 = 0$ равен 1. Найдите второй корень.

Решение:

$$x^2 - \frac{511}{516}x - \frac{5}{516} = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{511}{516} \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{5}{516} \\ x_1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{5}{516} \end{cases}$$

Ответ: $-\frac{5}{516}; 1$

Теорема Виета

Задача 3 Составьте квадратное уравнение, имеющее корни:

Ответы:

а) $\frac{1}{2}$ и $-\frac{1}{6}$

а) $x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{12} = 0$

б) $1 - \sqrt{5}$ и $1 + \sqrt{5}$

б) $x^2 - 2x - 4 = 0$

в) $2\frac{1}{7}$ и $-2\frac{1}{7}$

в) $x^2 - \frac{225}{49} = 0$

г) $\sqrt{5}$ и $\sqrt{3}$

г) $x^2 - (\sqrt{5} + \sqrt{3})x + \sqrt{15} = 0$

Теорема Виета

Задача 4 Не вычисляя корней уравнения $2x^2 + 7x + 5 = 0$, найдите:

а) $x_1^2 + x_2^2$

б) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

в) $\frac{x_1 + x_2}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

Решение:

Используя формулу сокращенного умножения

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

имеем: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

$$x^2 + 3,5x + 2,5 = 0$$

по теореме Виета:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -3,5 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = 2,5 = q \end{cases}$$

Ответ: $\frac{29}{4}$

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{29}{4}$$

Теорема Виета

Задача 4 Не вычисляя корней уравнения $2x^2 + 7x + 5 = 0$, найдите:

а) $x_1^2 + x_2^2$

б) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

в) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

Ответы:

2) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = -\frac{7}{5}$

3) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{29}{10}$

Теорема Виета

Задача 5 Корни x_1 и x_2 уравнения $8x^2 - 9x + m = 0$ удовлетворяют условию $x_2 = 2x_1$.
Найдите корни уравнения и m .

Ответы:

1) корни $\frac{3}{8}$ и $\frac{3}{4}$

2) $m = \frac{9}{4}$