

# Презентация на тему: «Метод Ньютона-Рафсона»

**Составитель:** Якимкина Полина Васильевна

**Телефон:** +79999600469

**E-mail:** yakimkina.polina@inbox.ru

**Учебное заведение:** МГТУ им. Н.Э. Баумана

**Группа:** ФН12-21Б

**Преподаватели:** Дебрина Т. Л., Серебрякова И. Л.

Москва - 2018

# Понятие

- Метод Ньютона (также известный как метод касательных) — это итерационный численный метод нахождения корня заданной функции. Метод Ньютона — Рафсона является улучшенным методом Ньютона нахождения экстремума.
- Был впервые предложен английским астрономом, физиком и математиком Исааком Ньютоном (1643—1727).
- Поиск решения осуществляется путём построения последовательных приближений и основан на принципах простой итерации.

# Описание метода

Классический метод Ньютона заключается в том, что если  $x\{n\}$  — некоторое приближение к корню  $x$  уравнения  $f(x)=0$ , то следующее приближение определяется как корень касательной к функции  $f(x)$ , проведенной в точке  $x\{n\}$ .

Уравнение касательной к функции  $f(x)$  в точке  $x\{n\}$  имеет вид:

$$f'(x_j) = \frac{y - f(x_n)}{x - x_n}$$

В уравнении касательной положим  $y=0$  и  $x=x\{n+1\}$ .

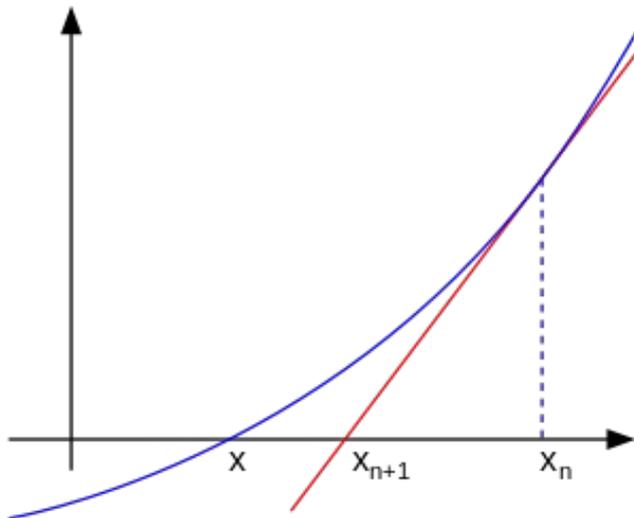
Тогда алгоритм последовательных вычислений в методе Ньютона-Рафсона состоит в следующем:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f'(x_n)}{f''(x_n)}$$

# Описание метода

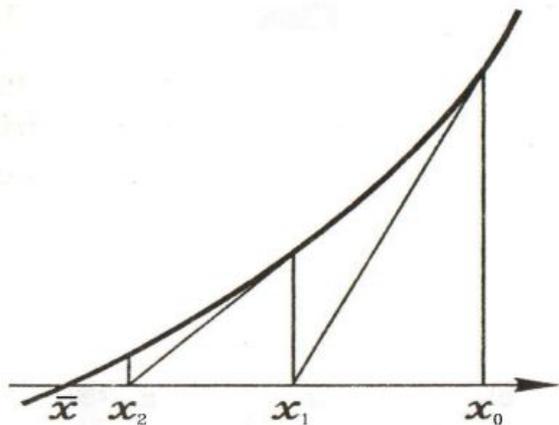
- *Преимущество* метода Ньютона-Рафсона: сходимость\* метода касательных Ньютона очень быстрая.
- *Недостаток* метода Ньютона-Рафсона: негарантированная сходимость и необходимость вычислять первые и вторые производные на каждом шаге.

\* Сходимость – скорость, с которой алгоритм достигает требуемой точности корня функции за конечное число шагов.



Синим изображена функция  $f(x)$ , нуль которой необходимо найти, красным — касательная в точке очередного приближения  $x\{n\}$ .

Здесь мы можем увидеть, что последующее приближение лучше предыдущего.



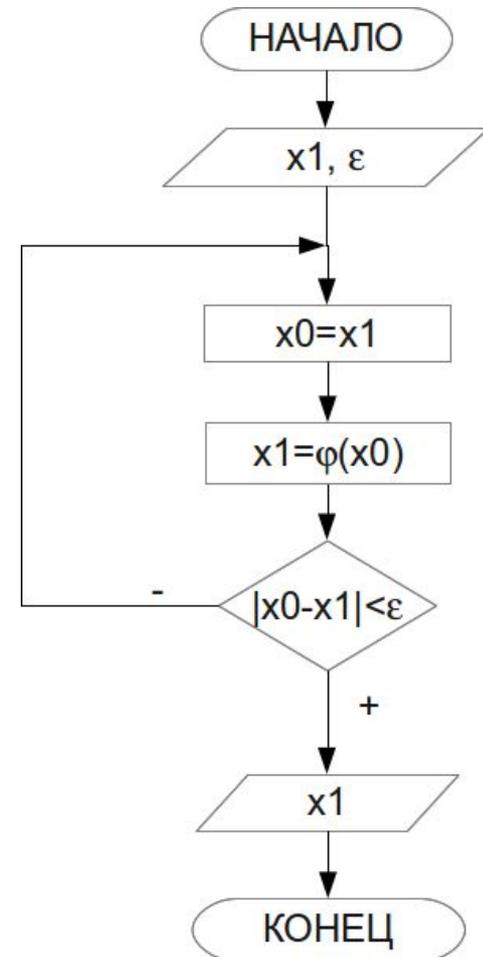
## Геометрическая интерпретация метода

# Схема алгоритма уточнения корня

Задается начальное приближение  $x(0)$ .

Пока не выполнено условие остановки, в к $\epsilon$   $|x_{n+1} - x_n| < \epsilon$  ОГО  
МОЖНО ВЗЯТЬ

(то есть погрешность в нужных пределах), вычисляют новое приближение:  $x_{n+1} = x_n - \frac{f'(x_n)}{f''(x_n)}$



# Пример

- $f(x) = \cos x - x^3$

Первая производная:  $f'(x) = -\sin x - 3x^2$

Вторая производная:  $f''(x) = -\cos x - 6x^1$

Так как  $\cos(x) \leq 1$  для всех  $x$  и  $x^3 > 1$  очевидно, что решение лежит между 0 и 1. Возьмём в качестве начального приближения значение  $x_0 = 0.5$ , тогда получим следующие приближенные корни (см. рисунок).

$$x_1 = -0.30658052$$

$$x_2 = -0.20561755$$

$$x_3 = -0.1482943$$

$$x_4 = -0.11317936$$

$$x_5 = -0.090205$$

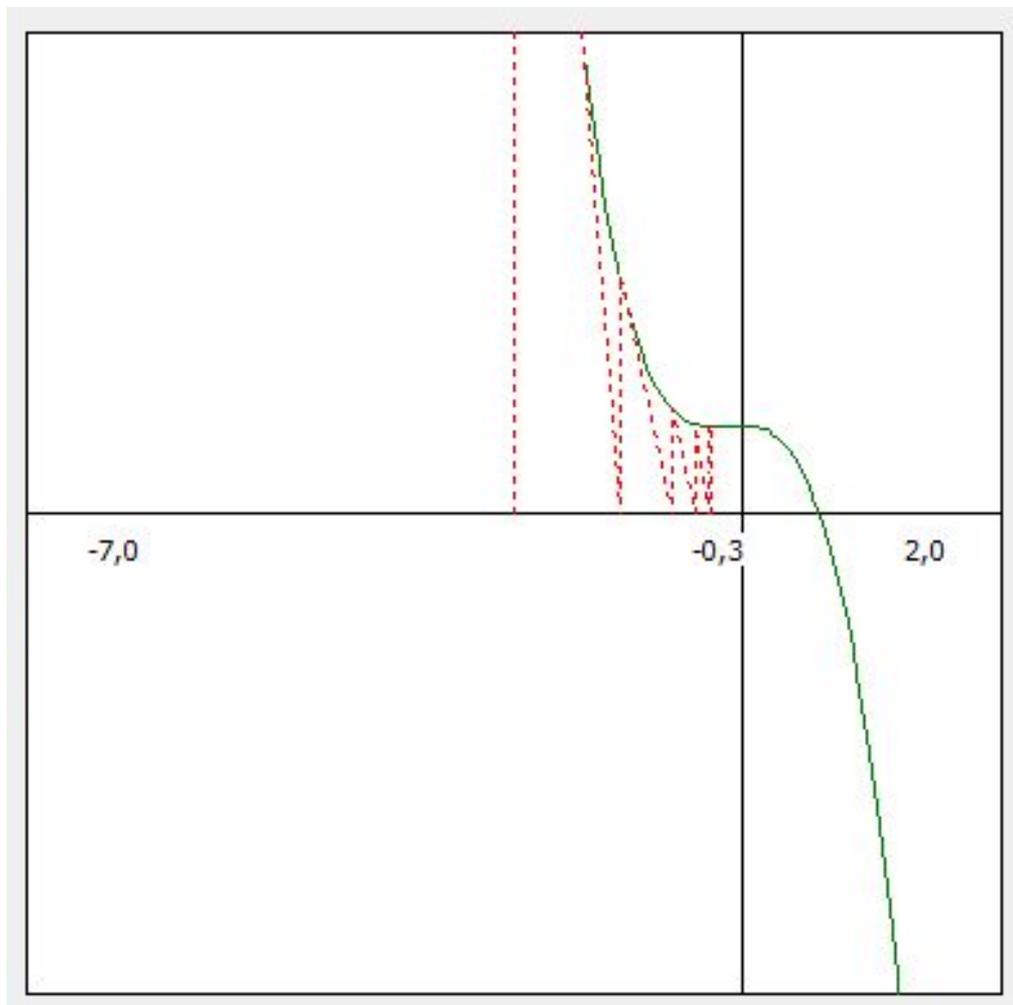
$$x_6 = -0.07432457$$

$$x_7 = -0.06284135$$

# Пример

График последовательных приближений

$$f(x) = \cos x - x^3$$



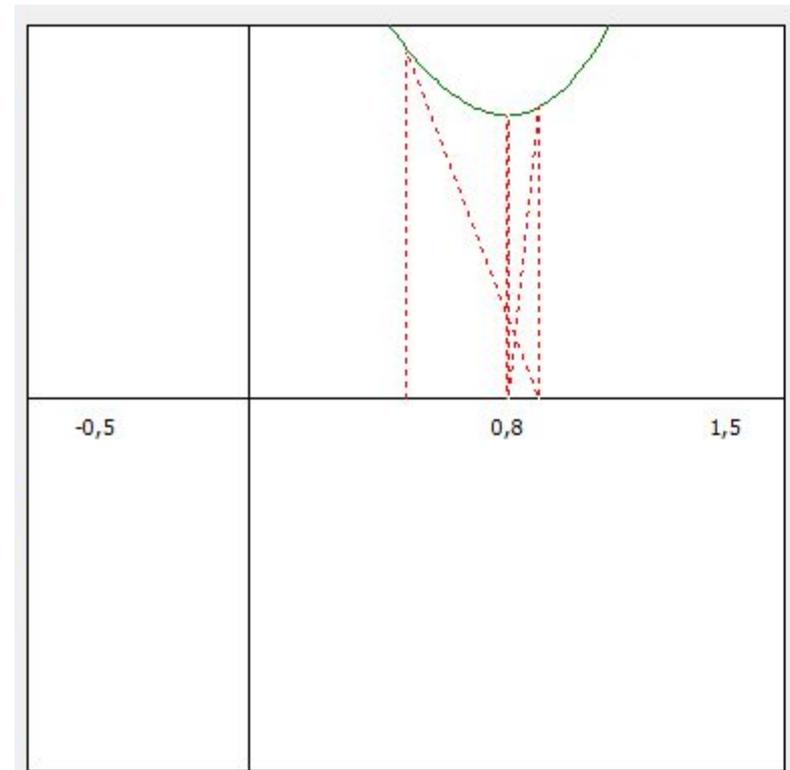
# Контрпример

Если начальное приближение недостаточно близко к решению, то метод может не сойтись.

Пусть  $f(x) = x^3 - 2x + 2$

Тогда  $f'(x) = 3x^2 - 2$   $f''(x) = 6x$

Возьмём нуль в качестве начального приближения. Первая итерация даст в качестве приближения единицу. В свою очередь, вторая снова даст нуль. Метод заикнется и решение не будет найдено.



# ИСТОЧНИКИ

- <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%9D%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%BE%D0%BD%D0%B0>
- <http://matica.org.ua/metodichki-i-knigi-po-matematike/vychislitelnaia-matematika/5-2-1-metod-niutona-rafsona>
- <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1034652>

**Спасибо за внимание!**