

Свойства параллелепипеда

Подготовила: Преподаватель
математики ГБОУ СПО БППК

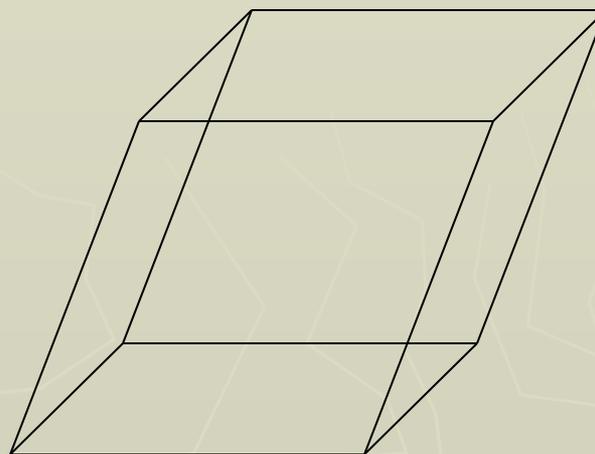
Плющева А.В.

2013г.

Планиметрия



Стереометрия



Какое тело «аналогично» параллелограмму?

Какие элементы параллелепипеда «аналогичны» сторонам параллелограмма?

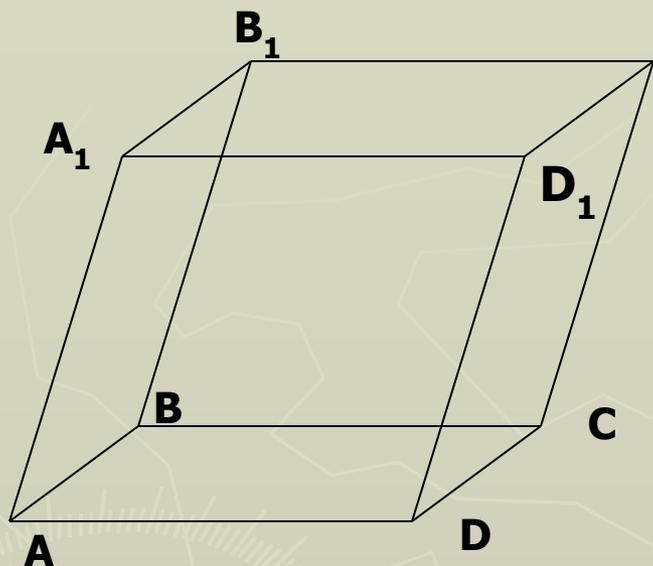
Каковы свойства сторон параллелограмма?

Изучите модель параллелепипеда и определите, какими свойствами обладают его грани?

Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны

Докажем это

Теорема: Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны



C_1 **Дано:**

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ –
параллелепипед

Доказать:

$$1) \begin{aligned} AA_1 D_1 D &|| BB_1 C_1 C \\ ABCD &|| A_1 B_1 C_1 D_1 \\ AA_1 B_1 B &|| DD_1 C_1 C \end{aligned}$$

$$2) \begin{aligned} AA_1 D_1 D &= BB_1 C_1 C \\ ABCD &= A_1 B_1 C_1 D_1 \\ AA_1 B_1 B &= DD_1 C_1 C \end{aligned}$$

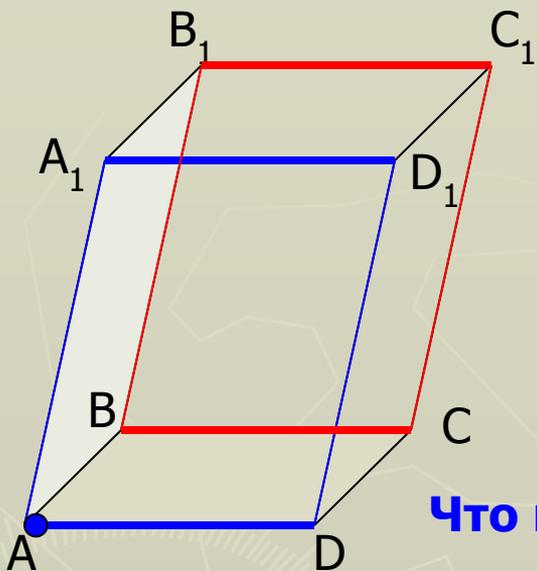
О какой фигуре идёт речь в теореме?

Что требуется доказать?

Определите противоположные грани и запишите требование теоремы

Теорема: Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны

Докажем параллельность граней



О каких гранях идёт речь?

Сколько пар граней достаточно рассмотреть для доказательства их параллельности? **Одну**

Если взять грань AA_1D_1D , тогда какая будет ей противоположной? BB_1C_1C

Что значит, что грани параллельны?

Лежат в параллельных плоскостях

Что используют для док-ва параллельности плоскостей?

Признак: если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны

Можно ли выделить такие пары прямых? AA_1 и BB_1 , AD и BC

Из какой фигуры можно сделать вывод, что $AA_1 \parallel BB_1$? Почему $AD \parallel BC$?

Что ещё нужно знать об выбранных прямых одной плоскости?

Они должны пересекаться. Выполняется это условие?

Какой вывод сделаем? $AA_1D_1D \parallel BB_1C_1C$

Теорема: Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны

Докажем равенство граней

О каких гранях идёт речь?

Докажем для граней AA_1D_1D и BB_1C_1C .

Что представляют собой грани параллелепипеда?

Параллелограммы

В каком случае два параллелограмма равны?

Когда соответствующие элементы одного параллелограмма равны соответствующим другому параллелограмма

Сколько пар равных элементов достаточно найти? 3 пары

Можно ли взять стороны AD и AA_1 и $\angle A_1AD$ параллелограмма AA_1D_1D ?

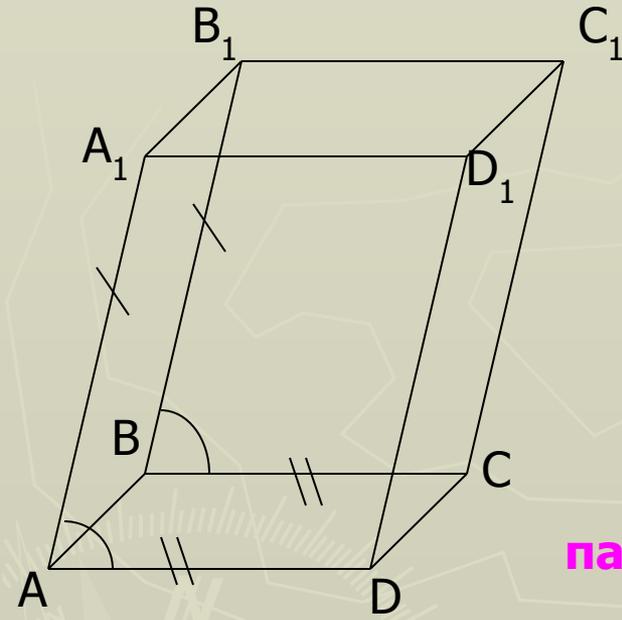
Почему? Это 2 смежные стороны и угол между ними

Тогда назовите соответствующие элементы второго параллелограмма

Будет ли выполняться равенство соответствующих элементов?

$\angle A_1AD = \angle B_1BC$, как углы с сонаправленными

сторонами
Какой сделаем вывод? $AA_1D_1D = BB_1C_1C$



Изучите доказательство, представленное в учебнике.

Докажем, например, параллельность и равенство граней ABB_1A_1 и DCC_1D_1

1. Так как $ABCD$ и ADD_1A_1 – параллелограммы, то **1)** $AB \parallel DC$ и **2)** $AA_1 \parallel DD_1$. Таким образом, две **3)** пересекающиеся прямые AB и AA_1 одной грани соответственно параллельны двум прямым CD и DD_1 другой грани. Отсюда по признаку параллельности плоскостей следует, что грани ABB_1A_1 и DCC_1D_1 параллельны.

2. Так как все грани параллелепипеда – параллелограммы, то **1)** $AB = DC$ и **2)** $AA_1 = DD_1$. По этой же причине стороны углов A_1AB и D_1DC соответственно сонаправлены, и, значит, **3)** эти углы равны. Таким образом, две смежные стороны и угол между ними параллелограмма ABB_1A_1 соответственно равны двум смежным сторонам и углу между ними параллелограмма DCC_1D_1 , поэтому эти параллелограммы равны.

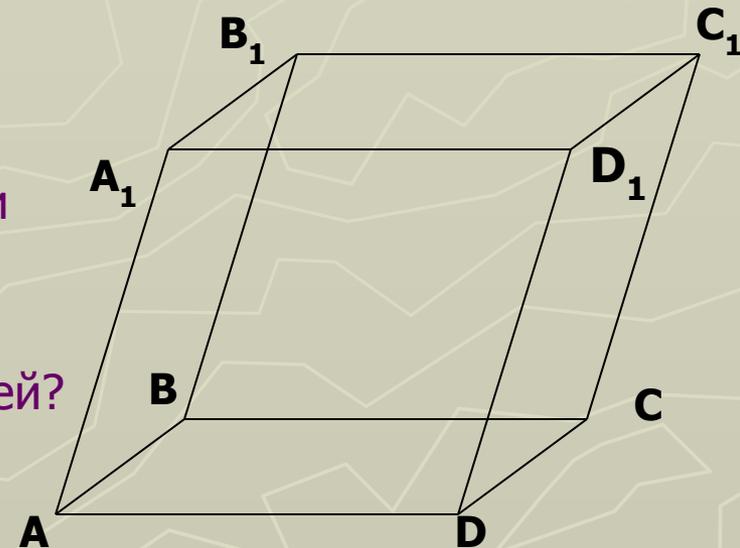
Выделите этапы доказательства.

На чем основано доказательстве параллельности граней?

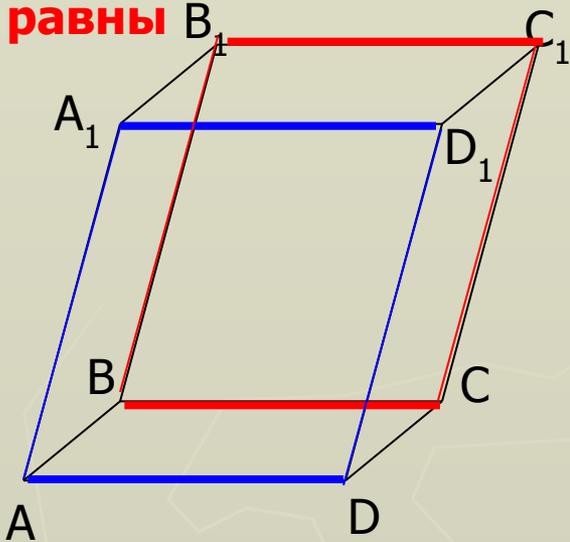
Выделите этапы его применения.

На чём основано доказательство равенства граней?

Выделите этапы его применения.



Теорема: Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны



Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - параллелепипед

Доказать: 1. $ABCD \parallel A_1 B_1 C_1 D_1$
 $AA_1 B_1 B \parallel DD_1 C_1 C$
 $AA_1 D_1 D \parallel BB_1 C_1 C$
2. $ABCD = A_1 B_1 C_1 D_1$
 $AA_1 B_1 B = DD_1 C_1 C$
 $AA_1 D_1 D = BB_1 C_1 C$

Оформите доказательство теоремы для граней $AA_1 D_1 D$ и $BB_1 C_1 C$.

Доказательство:

Рассмотрим грани $AA_1 D_1 D$ и $BB_1 C_1 C$.

1. Докажем, что грани параллельны

а) $AD \parallel BC$, т.к. $ABCD$ – параллелограмм

б) $AA_1 \parallel BB_1$ т.к. $AA_1 B_1 B$ – параллелограмм

в) $AD \perp AA_1$

$\Rightarrow AA_1 D_1 D \parallel BB_1 C_1 C$

(по признаку параллельности плоскостей)

2. Докажем, что грани равны

а) $AA_1 = BB_1$ (как стороны параллелограмма $AA_1 B_1 B$)

б) $AD = BC$ (как стороны параллелограмма $ABCD$)

в) $\angle A_1 A D = \angle B_1 B C$

(как углы с сонаправленными сторонами)

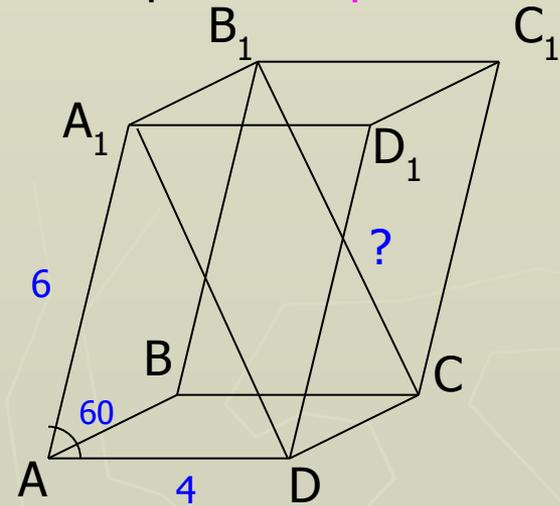
$AA_1 D_1 D = BB_1 C_1 C$

(по 2-м смежным сторонам и углу между ними)

Сравните свое оформление с предложенным и сделайте выводы для себя

Применение изученной теоремы при решении задач

Теорема: Противоположные грани параллелепипеда параллельны и равны



Составьте задачу по чертежу

Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - параллелепипед

$AA_1 = 6$ см; $AD = 4$ см

$\angle A_1AD =$

60°

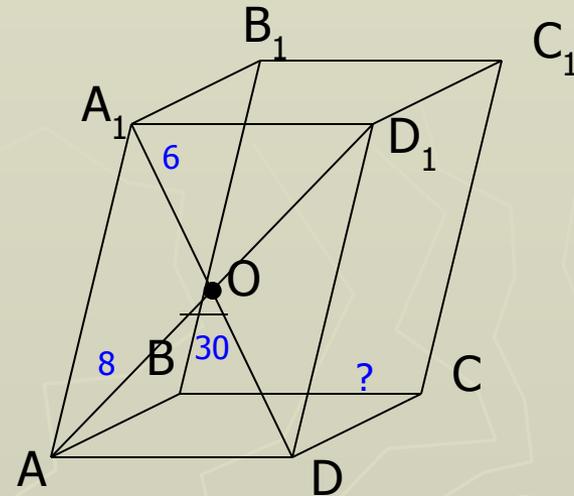
Найти: B_1C

Решите задачу

Решение:

$$A_1D = \sqrt{36 + 16 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ}$$

Т.к. $A_1D = B_1C$, то $B_1C = \sqrt{22}$



Нанесите данные на чертеж

Дано: $AD_1 = 8$ см

$AA_1 = 6$ см

$AD_1 \cap AA_1 = A$

$\angle A_1AD =$

30°

Найти: BC

Решите задачу

Решение:

$$AD = \sqrt{64 + 36 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos 30^\circ}$$

$= \sqrt{25 - 12\sqrt{3}}$
Т.к. $AD = BC$, то $BC = \sqrt{25 - 12\sqrt{3}}$