

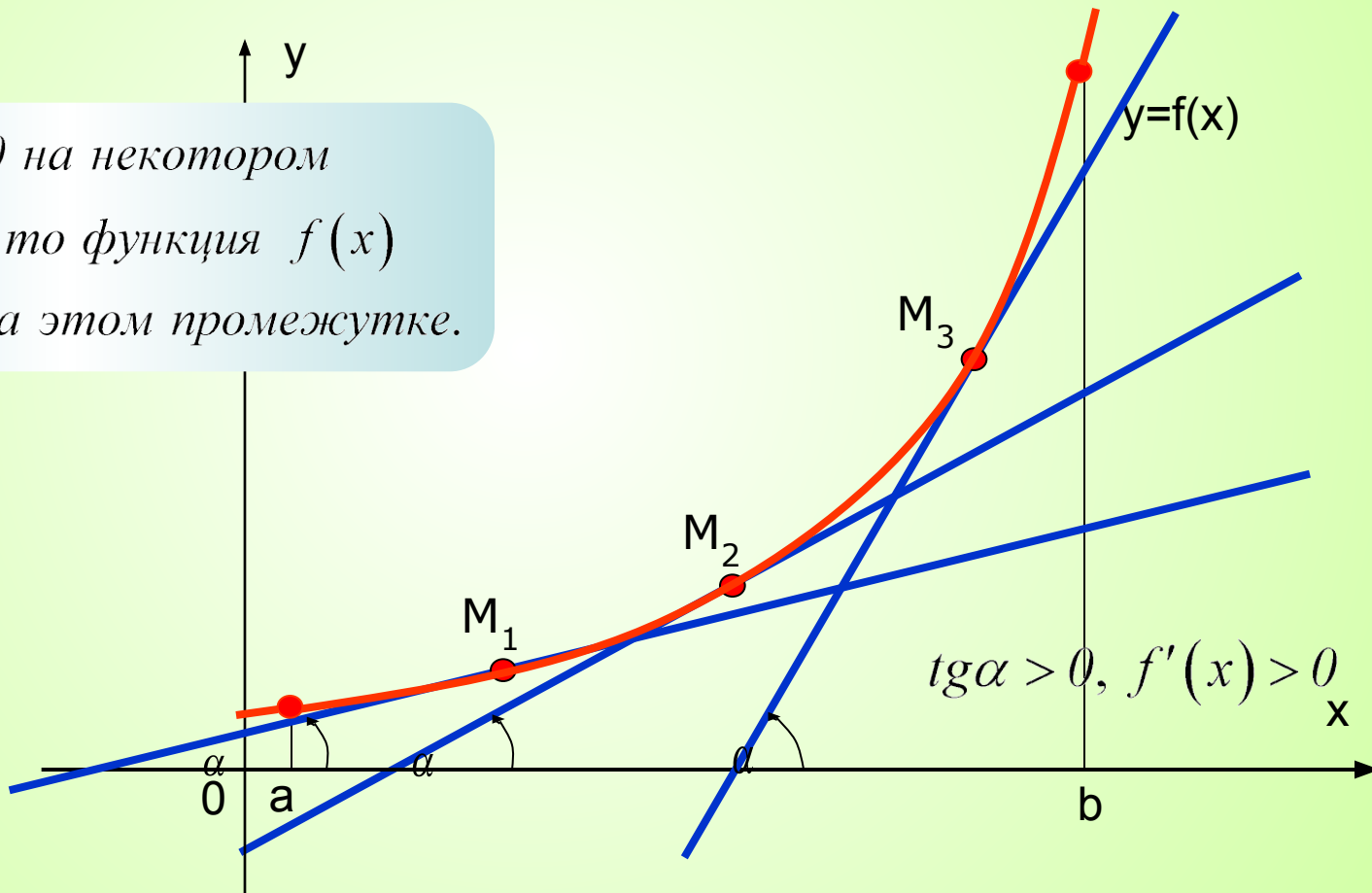
# Тема урока

# Возрастание и убывание функций

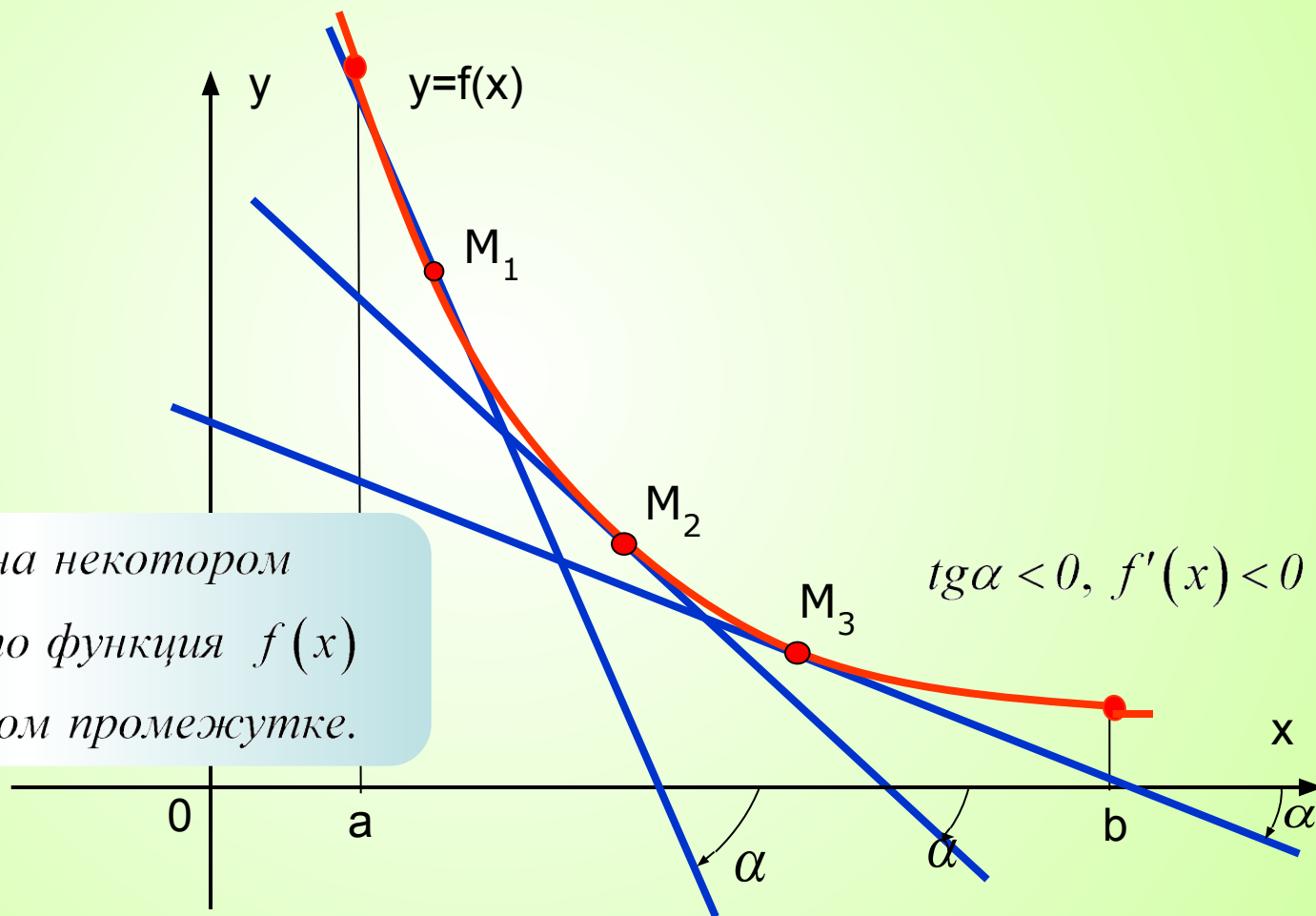


# Признак возрастания функции

Если  $f'(x) > 0$  на некотором промежутке, то функция  $f(x)$  возрастает на этом промежутке.



# Признак убывания функции



Если  $f'(x) < 0$  на некотором промежутке, то функция  $f(x)$  убывает на этом промежутке.

$$\operatorname{tg} \alpha < 0, f'(x) < 0$$



# Как определить промежутки убывания и возрастания функции

## Алгоритм:

1. Найти производную функции  $f'(x)$ .
2. Найти стационарные ( $f'(x)=0$ ) и критические ( $f'(x)$  не существует) точки функции  $y = f(x)$ .
3. Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.
4. Сделать выводы о промежутках возрастания и убывания функции.

[Пример 1](#)

[Пример 2](#)



# Как определить промежутки убывания и возрастания функции

## Пример 1

Найдите промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = 12x + 3x^2 - 2x^3.$$

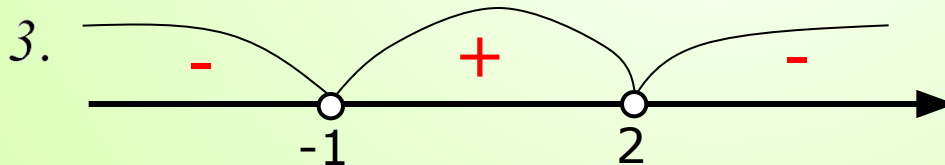
[Посмотреть график функции](#)

## Решение

1.  $f'(x) = 12 + 6x - 6x^2.$

2.  $f'(x) = 0, \quad 12 + 6x - 6x^2 = 0, \quad 6(2 - x)(x + 1) = 0;$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 2.$$



4. Функция убывает на луче  $(-\infty; -1]$  и на луче  $[2; +\infty)$ .

Функция возрастает на отрезке  $[-1; 2]$ .

# Как определить промежутки убывания и возрастания функции

## Пример 2

Найдите промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = \frac{-x^2 + 6x - 18}{x^2}.$$

[Посмотреть график функции](#)

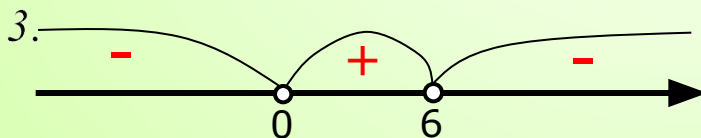
## Решение

1. Функция всюду непрерывна, кроме точки  $x = 0$ .

$$f'(x) = \left( \frac{-x^2 + 6x - 18}{x^2} \right)' = \frac{6(6-x)}{x^3}.$$

$$2. f'(x) = 0, \quad \frac{6(6-x)}{x^3} = 0, \quad 6(6-x) = 0;$$

$$x = 6.$$



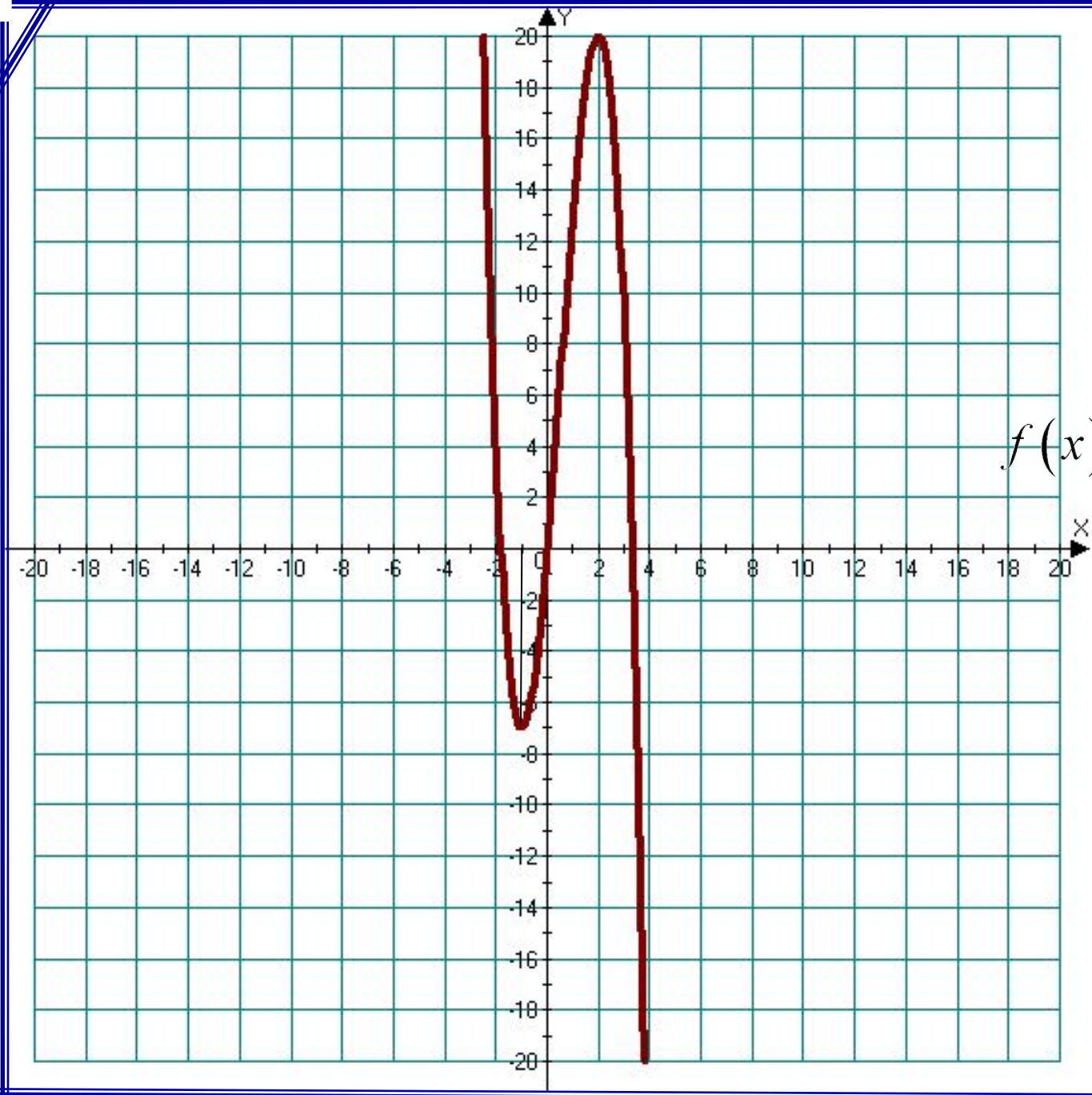
Функция убывает на интервале  $(-\infty; 0)$  и на луче  $[6; +\infty)$ .

Функция возрастает на луче  $(0; 6]$ .



График функции

$$f(x) = 12x + 3x^2 - 2x^3$$



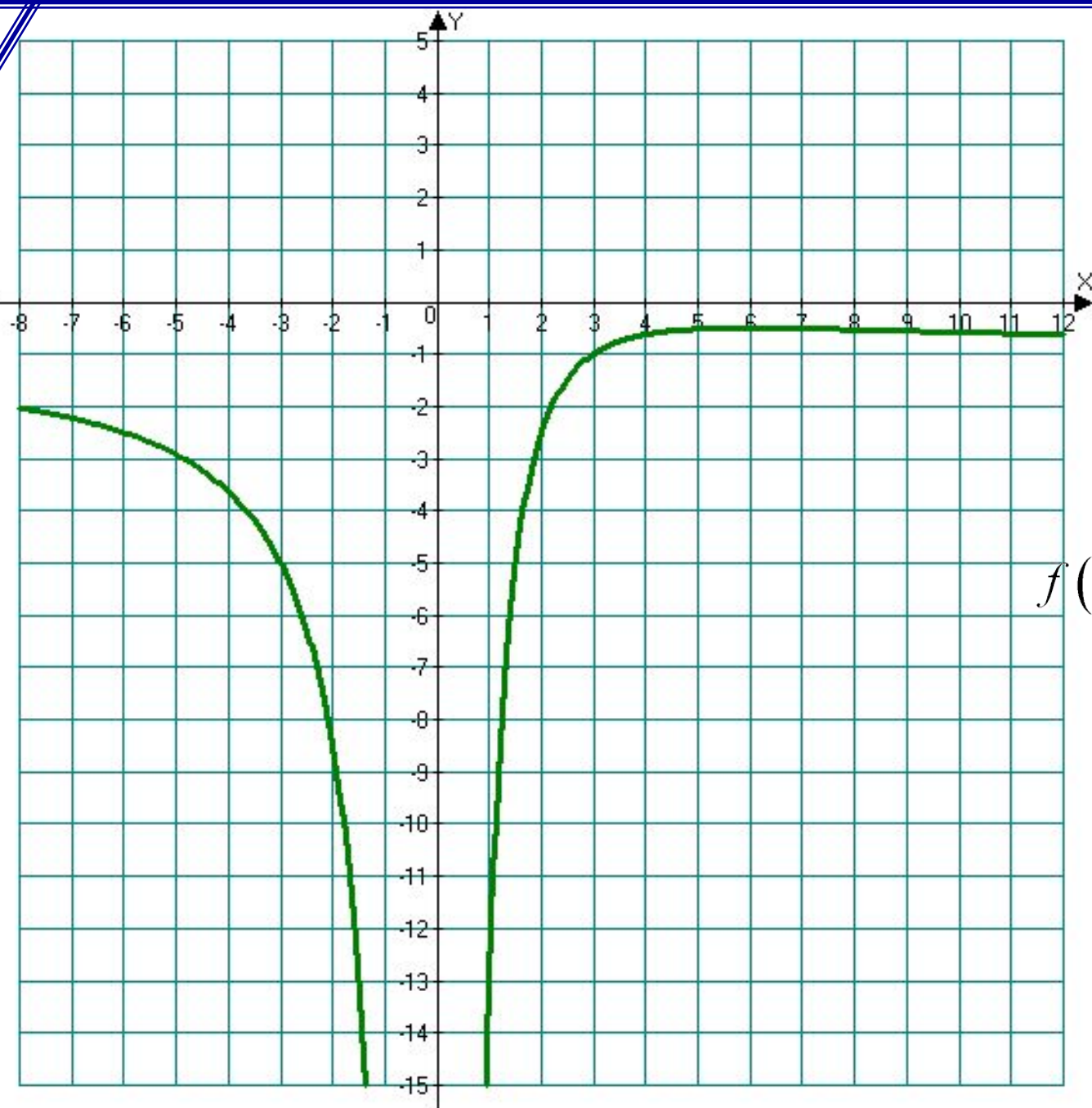


График функции

$$f(x) = \frac{-x^2 + 6x - 18}{x^2}$$



**1** Достаточный  
Признак  
Возрастания  
функции

**2** Достаточный  
признак  
убывания  
функции

**3** Признак  
Максимума  
функции

**4** Признак  
Минимума  
функции

**1** Если в точке  $x_0$   
производная  
меняет знак с плюса  
на минус, то  $x_0$  точка  
максимума

Если  $f'(x) > 0$

**2** в каждой точке  
интервала  $I$ ,  
то функция  
возрастает на  $I$ .

**3** Если  $f'(x) < 0$   
в каждой точке  
интервала  $I$ ,  
то функция  
убывает на  $I$ .

Если в точке  $x_0$   
производная

**4** меняет знак с плюса  
на минус, то  $x_0$  точка  
минимума

**1** Достаточный  
Признак  
Возрастания  
функции

**2** Достаточный  
признак  
убывания  
функции

**3** Признак  
Максимума  
функции

**4** Признак  
Минимума  
функции

Если в точке  
 $x_0$   
производная  
меняет знак с  
плюса  
На минус, то  $x_0$   
точка

Если  $f'(x) > 0$   
**2** в каждой точке  
интервала  $I$ ,  
то функция  
возрастает на  $I$ .

**3** Если  $f'(x) < 0$   
в каждой точке  
интервала  $I$ ,  
то функция  
убывает на  $I$ .  
Если в точке  $x_0$

производная  
**4** меняет знак с  
минус  
На плюса, то  $x_0$   
точка

$$\text{a) } y = x^3 - 6x^2 + 9x - 9;$$

$$\text{б) } y = 3x^2 - 5x + 4.$$

## Самостоятельная работа

**В - 1**

1) Найти промежутки возрастания и убывания функции  $Y = f(x)$ .

$$\text{A}_1 \\ f(x) = x^3 + x^2 + 16$$

$$\text{B}_1 \\ f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 15$$

**В - 2**

$$\text{A}_2 \\ f(x) = x^3 + 4x^2 - 37$$

$$\text{B}_2 \\ f(x) = x^4 - 8x^2$$