Тема 11. Теорія дроблення

Формулювання і рівняння трьох основних законів (Риттингера, Кирпичова-Кикка, Бонда), межі їх використання.

Загальне рівняння Хоултейна-Ребиндера

- Закон дробления − это зависимость между затратами на дробление энергии и крупностью дробленого продукта.
- Общее выражение энергетических затрат на сокращение крупности имеет вид:
- , $$dE = -k\frac{dx}{x^{f(x)}} \quad (1)$$
- где *E* − удельная энергия, сообщенная единице объема разрушаемого тела, необходимая для образования новой поверхности;
- *k* − коэффициент пропорциональности;
- *x* − средний диаметр зерен;
- *f(x)* − показатель степени, зависящий от крупности зерен.

- Уравнение (1) может быть представлено в более простой форме
-
- ,

$$dE = -k\frac{dx}{x^n} \qquad (2)$$

-
- где *n* − коэффициент, зависящий от диапазона крупности и способа дробления (измельчения).

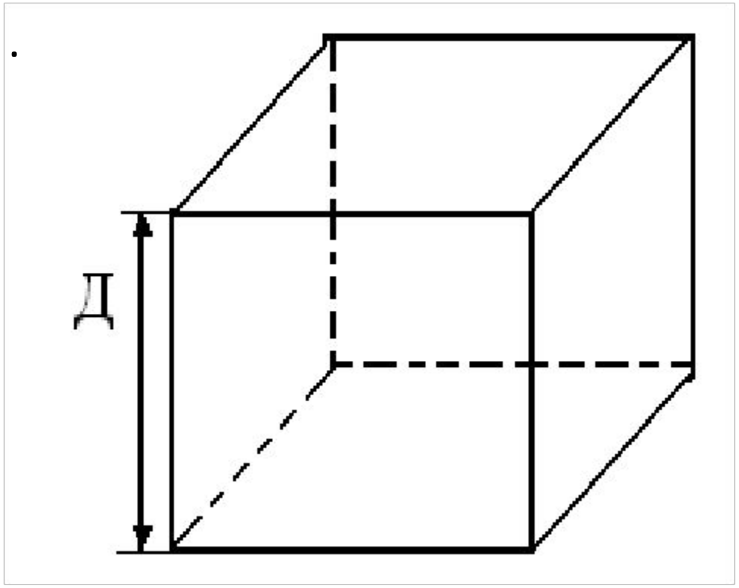
- Наиболее известными являются законы дробления Риттингера, Кика−Кирпичева, Бонда. Первые два имеют только теоретическое обоснование, но неприменимы для на практике для всего диапазона крупностей. Закон Бонда является эмпирической зависимостью, выведенной на основании анализа результатов периодического измельчения большого числа руд.

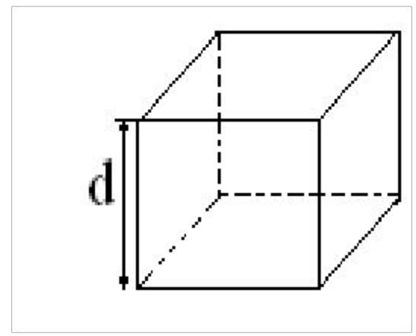
- Согласно Риттингеру (***1876г)*** энергия разрушения пропорциональна вновь образованной поверхности
- $$E = k_1(S_к - S_н) = k_1 \Delta s \qquad (3)$$
- ,
- где $S_н$, $S_к$ − поверхность материала до и после разрушения, м^2; k_1 - коэффициент пропорциональности, Н·м/м^2.
- Вышеприведенное уравнение может быть получено из уравнения (2) путем его интегрирования при n=2:
- $$E = k_2\left(\frac{1}{d_{ср}} - \frac{1}{D_{ср}}\right) \qquad (4)$$
- ,
- где $D_{ср}$, $d_{ср}$ − средняя крупность частиц соответственно исходного и дробленого продукта.

1

Работа на разрушения одного куска:

1. Пусть дробимый кусок правильной кубовидной формы с ребром Д. В результате дробления получаем n кусков, но уже с ребром d, тогда количество кусков будет равно:





$$N = \frac{D^3}{d^3}$$

2. Вычитываем площадь кусков до дробления и общую формулу после дробления:

$S = 6D^2$ до дробления.

После дробления: площадь одного * куска на их количество

$$S = 6d^2N = 6d^2\frac{D^3}{d^3} = 6D^3\frac{1}{d}$$

находим разницу площадей:

$$\Delta S = S_1 - S = 6D^3\frac{1}{d} - 6D^2 = 6D^2\left(\frac{D}{d} - 1\right) = 6D^2(i-1)$$

где $\frac{D}{d}$ степень -дробления.

$$A_0(i-1) = const$$

$$A = A_0 \cdot 6D^2(i-1)$$

Закон Реттингера для одного куска.

где A_0- работа затраченная на образования единицы новой поверхности.

Для разрушения массы кусков:

Пусть на дробилку поступает материал массой Q, материал из кусков разной формы и крупности, соответственно D и d, средний размер зерен до и после дробления. Материал дробиться в несколько стадий с одинаковой степенью дробления, тогда общая будет равна:

$$i = i_0^n$$ n- количество стадий дробления.

Работа, затрачиваемая на дробление материала массой Q в отдельных стадиях согласно закону Реттингера равна:

$$Q_0 = V\rho = D^3\rho$$

$$N = \frac{Q}{Q_0} = \frac{Q}{D^3\rho}$$

$$A_1 = k_k D^2 \frac{Q}{D^3\rho} = k_r^{/} \frac{1}{\rho}\frac{1}{D}Q = k_r^{//}\frac{1}{D}Q$$

$$k_r \frac{1}{\rho} = const$$

$$k_r^{//} = k_r^{/}\frac{1}{\rho}$$

$$\begin{cases} A_2 = k_r^{//} \dfrac{1}{D} Q \cdot i_0 \\ A_3 = k_r^{//} \dfrac{1}{D} Q \cdot i_0^2 \\ A_n = k_r^{//} \dfrac{1}{D} Q \cdot i_0^{n-1} \end{cases}$$

Найдем суммарною работу:

$$\Sigma A = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots\ldots + A_n = k_r^{//} \frac{1}{D} Q \left(1 + i_0 + i_0^2 + i_o^3 + \ldots\ldots + i_0^{n-1}\right)$$

$$S = \frac{i - 1}{i_0 - 1}$$

$$A_Q = k_r^{//} Q \frac{1}{D} \cdot \frac{i - 1}{i_0 - 1}$$

$$\frac{k_r^{//}}{i_0 - 1} = const = k_r$$

$$A_Q = k_R \cdot Q\left(\frac{D}{d} - 1\right)\frac{1}{D} = k_R \cdot Q\left(\frac{1}{D} - \frac{1}{d}\right)$$

- **Вывод:** с увеличением общей степени дробления возрастает работа затрачиваемая на дробление материала; чем больше кусок, тем больше работа.
- Закон Реттингера справедлив при таком дроблении, когда энергия расходуется на образование новой поверхности, то есть при высокой степени дробления, а то есть для измельчения. Закон не учитывает изменения сопротивления материала дроблению по мере уменьшения его крупности.

- **Закон дробления Кика-Кирпичева** ***(1884)*** имеет следующую формулировку: деформациям геометрически подобных и физически одинаковых тел соответствуют работы, пропорциональные их объемам:
- $$E = k_v V = k_3 D^3$$
- , (5)
-
- где k_v − коэффициент пропорциональности, Н · м/м^2; V − объем кубического куска с ребром D, м.
- Уравнение (5) выводится из уравнения (2), путем его интегрирования при n=1
- $$E = k_3 \ln\left(\frac{D_{\text{ср}}}{d_{\text{ср}}}\right) = k_3 \ln i$$
- , (6)
-
- где i - степень сокращения материала.

работа затрачиваемая на дробления материала пропорциональна его объему или массе (закон для одного куска):

$$A = k \cdot Q = kV = kD^3$$

Константа Кирпичева-Кика учитывает деформацию куска. В основу закона положена работа, упругих деформаций согласно которой:

$A = \dfrac{V\sigma^2}{2E}$ σ- временное сопротивление раздавливания;

Е- модуль Юнга.

$A = K_{k-k}V$ - для одного куска.

Для массы кусков:

Предположим, что дроблению подвергается исходный материал массой Q, определим работу, затраченную на дробление материала в отдельных стадиях (условие аналогично предыдущем рассуждениям). По Кирпичеву-Кику работа затраченная на дробления материала массой Q состоящая из N кусков одинаковой массы равна:

$$A_Q = k \cdot A_0 N = A_0 k \frac{mQ}{m} = A_0 Q K_{k-k}$$

$$A_1 = kQ$$

$$A_2 = kQ$$

$$A_n = kQ$$

$$\Sigma A = A_1 + A_2 + ... + A_n = k(Q)n$$

Найдем n

$$i_{общ} = i_0^n$$

$$n = \frac{\lg i_{общ}}{\lg i_0}$$

$$\Sigma A = KQ\frac{\lg i_{общ}}{\lg i_0} = KQ\lg i_{общ} = KQ\lg\frac{D}{d} = KQ\left(\lg\frac{1}{d} - \lg\frac{1}{D}\right)$$

$$\frac{K}{\lg i_0} = const$$

$$A = KQ\left(\lg\frac{1}{d} - \lg\frac{1}{D}\right)$$ Закон Кирпичева-Кика для массы кусков.

- Закон Кирпичева-Кика справедлив при дроблении крупных кусков с малой степенью дробления, когда энергия расходуемая на образование новой поверхности мала и ей можно пренебречь.
-
- ***<u>3. Закон Реббиндера (1940).</u>*** Работа затрачиваемая на дробление материала складывается из работ на деформацию куска и образования новой поверхности:

$$A = K_R \Delta S + K_{k-k} \Delta V$$

- Согласно закону Реббиндера введено понятие процесса самого дробления, то есть перехода от микротрещин к макро деформации. Закон дает качественную характеристику процесса дробления, однако не показывает ее количественную сторону, так как нет соотношения между энергиями.

4. Закон Бонда (1950). Работа затраченная на дробление, прям пропорциональна средне геометрическому из объема и поверхности разрушаемог куска.

$$A = K_0 \sqrt{SV} = K_0 \sqrt{D^2 D^3} = K_0 D^{2,5}$$

Принимаем, что дробление зерна от крупности D до крупности d, производится в n приемах с постоянной степенью дробления i_0, тогда в первом приеме дробления, размер зерна получаем:

$$\frac{D}{i_0}$$

Количество зерен при этом будет равна:

$$N = \frac{V_{до}}{V_{после}} = \frac{D^3}{\left(\frac{D}{i_0}\right)^3} = i_0^3$$

Работа, по Бонду затраченная на разрушение кусков в данном приеме равна:

$$A_1 = K_0 D^{2,5} i_0^3$$

Во втором приеме, размер получим:

$$\frac{D}{i_0^2}$$

Количество зерен во втором приеме:

$$N_2 = \frac{D^3}{\left(\frac{D^3}{i_0^2}\right)^3} = i_0^6$$

работа во втором приеме:

$$A_2 = K_0 D^{2,5} i_0^6 = K_0 \left(\frac{D}{i_0^2}\right)^{2,5} \cdot i_0^6 = K_0 D^{2,5} i^{3,5}$$

$$A_3 = K_0 \left(\frac{D}{i_0^2}\right)^{2,5} i^9 = K_0 D^{2,5} i^4$$

Общая А затраченная на разрушение всех кусков равна суме всех работ по приемах, затраченная, тогда при вынесении общего множителя за скобки мы получим сумму n- чисел геометрической прогрессии со знаменателем $i_0^{0,5}$, принимая, что в начальный момент дробления на разрушения куска была $K_0D^{2,5}$, то первый член равен нулю.

$$A_Q = K_0 D^{2,5}\left[1 + ... + i_0^2 + i_0^{3,5} + i_0^4 + ...\right]$$

$$S = \frac{i_0^{0,5n} - 1}{i_0^{0,5} - 1}$$

$$A = K_0 D^{2,5}\,\frac{i^{0,5} - 1}{i_0^{0,5} - 1}$$ закон Бонда для разрушения одного куска.

Закон Бонда для множество кусков.

Пусть дробится материал массой Q тонн. Число зерен кубической формы с ребром D, в этом материале будет равно:

$$N = \frac{Q}{D^3 \rho}$$

Тогда работа, затраченная на дробление всех этих кусков будет равна:

$$A = K_0 D^{2,5}\,\frac{i^{0,5}}{i_0^{0,5}} \cdot \frac{Q}{D^3 \rho}$$

$$A = K_0 \frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{\left(i_0^{0,5} - 1\right)} \cdot \frac{Q}{D^{0,5}} \left[\left(\frac{D}{d} \right)^{0,5} - 1 \right]$$

$$\left(\sqrt{\frac{D}{d}} - 1 \right) \frac{1}{\sqrt{D}} = \frac{1}{\sqrt{d}} - \frac{1}{\sqrt{D}}$$

$$A = K_B Q \left[\frac{1}{\sqrt{d}} - \frac{1}{\sqrt{D}} \right]$$

Закон Бонда характерен только для грубого измельчения. Закон Бонда используется для практических расчетов производительности мельниц.

- Таким образом обработка многочисленного экспериментального материала по измельчению различных твердых материалов позволила **Бонду** (1950) найти следующее выражение **для закона дробления**
-
- $$E = k_4 \left(\frac{1}{\sqrt{d_{ср}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{ср}}} \right)$$ (7).
-
- Более точное уравнение Бонда
-
- $$E = k_4 \left(\frac{1}{\sqrt{d_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{80}}} \right)$$, (8)
-

- где D_{80}, d_{80} − размер отверстий сит, через которые проходит 80% процентов материала до и после дробления.
- Уравнения (7) и (8) получают из (2) интегрированием при n=1,5.
- Выражение (8) используют в зарубежной практике для выбора дробилок.

5. Обобщающее уравнение Рундквист а (1956).

Работа, затраченная на деформацию куска пропорциональна изменению размеров:

$$A = KD^{4-m}$$

если m=1 – Кирпичева-Кика.

m=2 – Реттингера.

m=1,5 – Бонда.

Элементарная А затраченная на дробление одного куска может быть представлена как дифференциал:

$$dA = K(4-m)D^{3-m} ......dD.$$

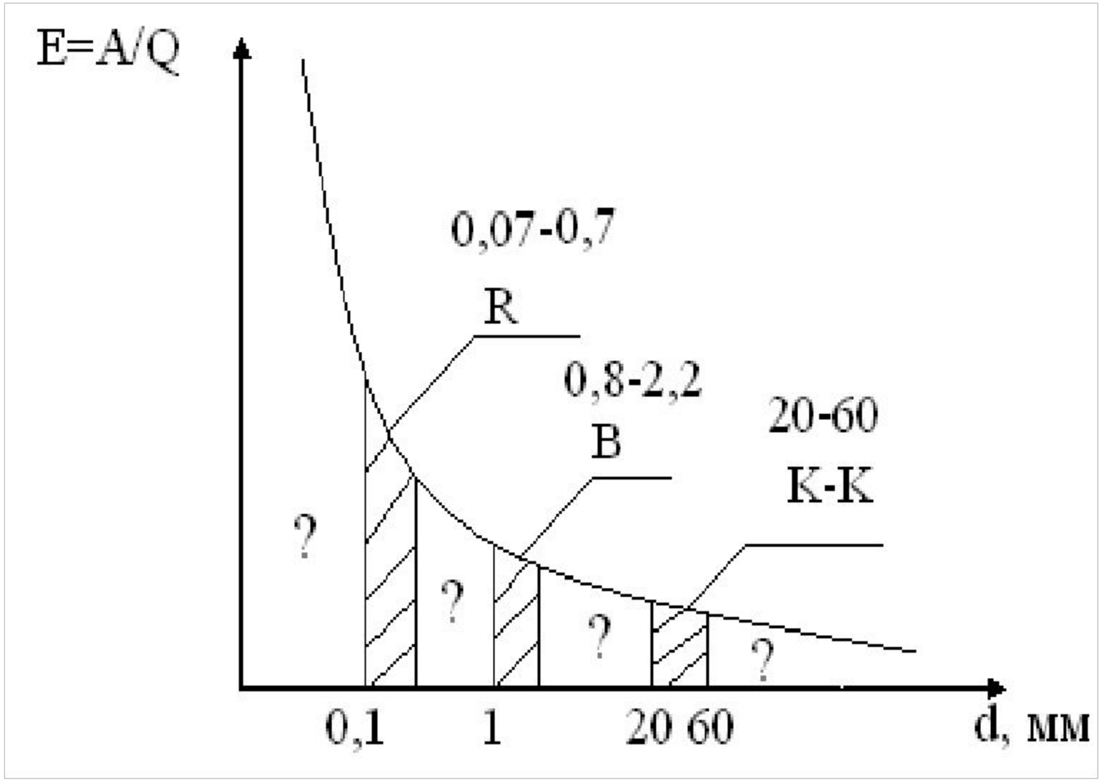
Тогда А затраченная на дробление всех кусков будет равна:

$$dA = K(4-m)D^{3-m}\, dD\, \frac{Q}{D^3 \rho}$$

$$dA = \frac{K(4-m)}{\rho} D^{-m} dDQ$$

исходное уравнение для всех законов

Диаграмма Хуки



- ВЫВОД
- Принято считать, что в области тонкого измельчения применим закон Риттингера, а для дробления − закон Кика-Кирпичева. Закон Бонда занимает промежуточное положение. На практике законы дробления используют для сравнительной оценки процессов дробления, когда достаточно определить относительные величины работы, затрачиваемой на дробление.