



## Урок 2. Задания 4-5

Школа Квентин – подготовка к ЕГЭ

# Задание 4: начала теории вероятностей

---

- Классическое определение вероятности
- Теоремы о вероятностях событий



## Задание 4, тип 1: классическое определение вероятности

---

- 1. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.
  
- 2. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.
  
- 3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.



## Задание 4, тип 1: классическое определение вероятности

---

- 4. При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.
  
- 5. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по теме "Неравенства". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопроса по теме "Неравенства".
  
- 6. Из множества натуральных чисел от 10 до 19 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?



## Задание 4, тип 1: классическое определение вероятности

---

- 7. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

- 8. На олимпиаде по русскому языку 250 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 120 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.
- 



## Задание 4, тип 1: классическое определение вероятности

---

- 9. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 4, но не дойдя до отметки 7 часов.
  
- 10. За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки будут сидеть рядом.



# Задание 4, тип 2: Теоремы о вероятностях событий

---

**Теорема.** Вероятность произведения двух независимых событий  $A$  и  $B$  равна произведению этих вероятностей:  $P(AB) = P(A)P(B)$ .

**Теорема.** Вероятность суммы двух несовместных событий  $A$  и  $B$  равна сумме вероятностей этих событий:  $P(A + B) = P(A) + P(B)$ .

**Теорема.** Вероятность суммы двух совместных событий  $A$  и  $B$  равна сумме вероятностей этих событий минус вероятность их произведения:  $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ .

Пусть  $A$  и  $B$  — зависимые события. *Условной вероятностью*  $P_A(B)$  события  $B$  называется вероятность события  $B$ , найденная в предположении, что событие  $A$  уже наступило.

**Теорема.** Вероятность произведения двух зависимых событий  $A$  и  $B$  равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, найденного в предположении, что первое событие уже наступило:  $P(AB) = P(A)P_A(B)$ .

---



## Задание 4, тип 2: Теоремы о вероятностях событий

---

- 1. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
  
- 2. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.





## Задание 4, тип 2: Теоремы о вероятностях событий

---

- 4. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
  
  - 5. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем  $36,8^{\circ}\text{C}$ , равна 0,81. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется  $36,8^{\circ}\text{C}$  или выше.
- 



## Задание 4, тип 2: Теоремы о вероятностях событий

---

- 6. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.
  - 7. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
- 



## Задание 4, тип 2: Теоремы о вероятностях событий

---

- 8. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?



## Задание 5

---

- Линейные, квадратные, кубические уравнения
- Рациональные уравнения
- Иррациональные уравнения
- Показательные уравнения
- Логарифмические уравнения
- Тригонометрические уравнения



## Задание 5, тип 1: Линейные, квадратные, кубические уравнения

---

□ 1. Решите уравнение  $(2x + 7)^2 = (2x - 1)^2$ .

□ 2. Найдите корень уравнения. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

$$\frac{1}{3}x^2 = 16\frac{1}{3}.$$

□ 3. Найдите корень уравнения  $(x - 1)^3 = 8$ .

□ 4. Решите уравнение  $(x - 6)^2 = -24x$ .

---



# Задание 5, тип 2: Рациональные уравнения

---

- 1. Найдите корень уравнения:

$$\frac{x - 119}{x + 7} = -5$$

- 2. Найдите корень уравнения. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

$$\frac{9}{x^2 - 16} = 1.$$



## Задание 5, тип 2: Рациональные уравнения

---

- 3. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

$$\frac{x+8}{5x+7} = \frac{x+8}{7x+5}.$$

- 4. Найдите корень уравнения

$$\frac{1}{9x+2} = \frac{1}{8x-4}.$$



## Задание 5, тип 3: Иррациональные уравнения

---

□ 1. Найдите корень уравнения  $\sqrt{15 - 2x} = 3.$

□ 2. Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{2x + 5}{3}} = 5.$

□ 3. Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{x - 4} = 3.$

□ 4. Решите уравнение:  $\sqrt{\frac{1}{1 - 5x}} = \frac{1}{6}.$



## Задание 5, тип 4: Показательные уравнения

---

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256,$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

$$3^4 = 81$$

$$3^5 = 243$$

$$3^6 = 729$$

$$4^2 = 16$$

$$4^3 = 64$$

$$4^4 = 256$$

$$4^5 = 1024$$

$$5^2 = 25$$

$$5^3 = 125$$

$$5^4 = 625$$

$$6^2 = 36$$

$$6^3 = 216$$

$$7^2 = 49$$

$$7^3 = 343$$

$$8^2 = 64$$

$$8^3 = 512$$

$$9^2 = 81$$

$$9^3 = 729$$



## Задание 5, тип 4: Показательные уравнения

---

- 1. Найдите корень уравнения  $2^{4-2x} = 64$ .
- 2. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$ .
- 3. Найдите решение уравнения:  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-8} = 2^x$ .
- 4. Найдите корень уравнения  $9^{-5+x} = 729$ .



# Задание 5, тип 6: Тригонометрические уравнения

**ЗНАЧЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ НЕКОТОРЫХ УГЛОВ**

Угол в градусах	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
Угол в радианах	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не сущ.	0	не сущ.	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	не сущ.	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	не сущ.	0	не сущ.

## Задание 5, тип 6: Тригонометрические уравнения

---

- 1. Решите уравнение. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = -1.$$

- 2. Решите уравнение. В ответе напишите наименьший положительный корень.

$$\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5.$$

