

Четность и нечетность функции

(Алгебра 9 класс)

*

Цель урока :

Формирование понятий «четность нечетность функции»; исследование функций на четность; определение по графику четных и нечетных функций; построение графиков функций, содержащих модуль, используя при этом свойство четности и нечетности функций.

Понятие симметричности

Если числовое множество X вместе с каждым своим элементом x содержит и противоположный элемент $-x$, то X называют **симметричным** **множеством**

Определите симметричное множество или нет:

1. $(-6; 6)$,
2. $[-7; 7]$,
3. $[0; +\infty)$,
4. $(-\infty; +\infty)$,
5. $(-5; 3)$,
6. $[-5; 5)$
7. $(-\infty; -2), (2; +\infty)$
8. $(-\infty; -8), [8; +\infty)$

Свойства функций

- 1) Область определения функций .
- 2) Монотонность функции.
- 3) Ограниченность функции .
- 4) Наибольшее и наименьшее значения функции .
- 5) Непрерывность .
- 6) Область значений .
- 7) Выпуклость
- 8) Четность, нечетность.

Запомнить:

Определение: Функция $y(x)$ называется четной, если область определения её симметрична относительно начала координат и выполняется

$$y(-x) = y(x)$$

для любого x из области определения этой функции.
График четной функции симметричен относительно оси y .

Определение: Функция $y(x)$ называется нечетной, если область определения её симметрична относительно начала координат и выполняется

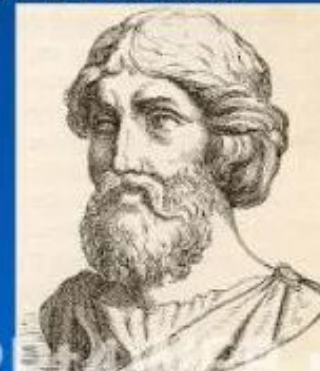
$$y(-x) = -y(x)$$

График нечетной функции симметричен относительно начала координат.

Геометрический смысл свойств чётной и нечётной функций.

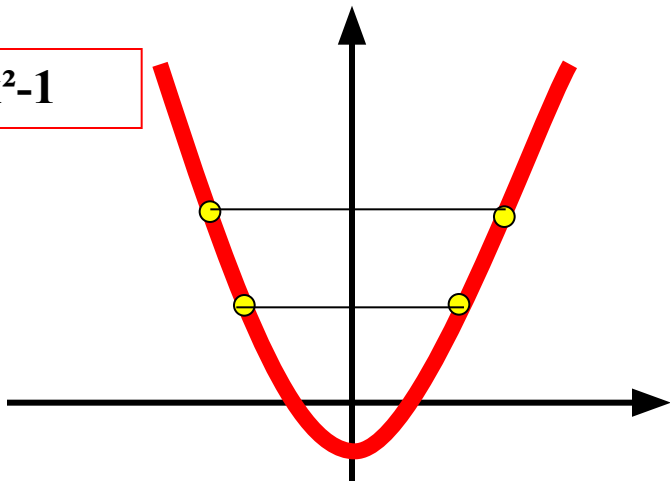
Пифагор

Проникая в свойства чисел, объясняя их различные сочетания, Пифагор пытался создать науку всех наук. Все числа он разделил на два вида: чётные и нечётные, и с удивительной чуткостью выявил свойства чисел каждой группы. Чётные числа обладают следующими свойствами: любое число может быть разделено на две равные части, каждая из которых либо чётна, либо нечётна. Например, 14 делится на две равные части: $7+7$, где обе части нечётные; $16 = 8 + 8$, где обе части чётные. Пифагорейцы рассматривали чётное число, прототипом которого была дуада, неопределённым и женским. "Чётные числа, допуская раздвоение, казались более разумными, олицетворяли некоторое положительное явление", - писал Аристотель. Так число получало характер, теряло вечное, абстрактное начало.

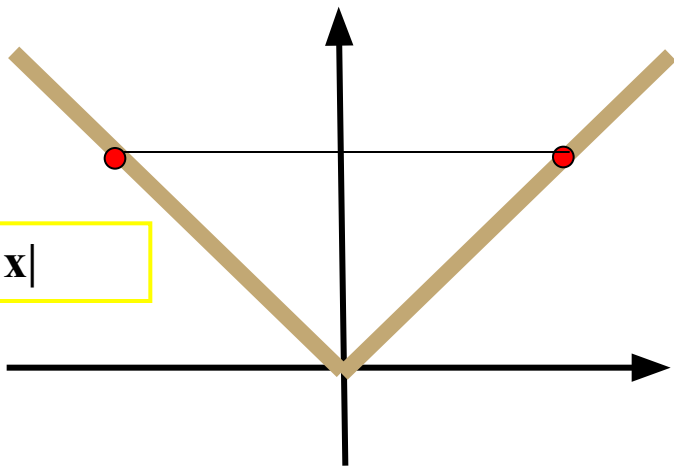


Чётные функции

$$y = x^2 - 1$$



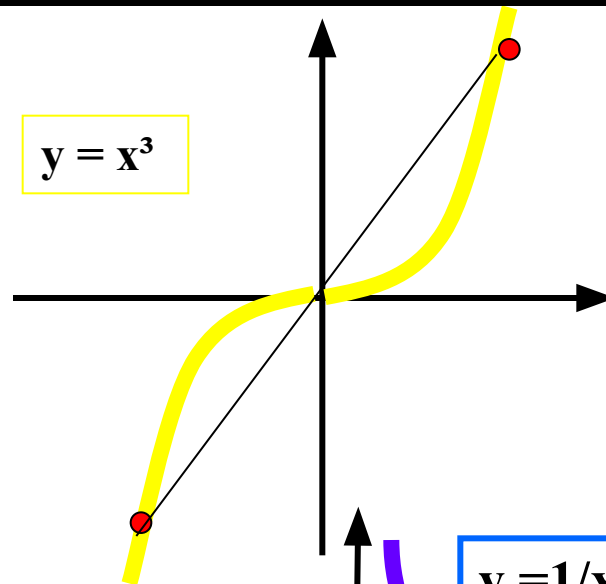
$$y = |x|$$



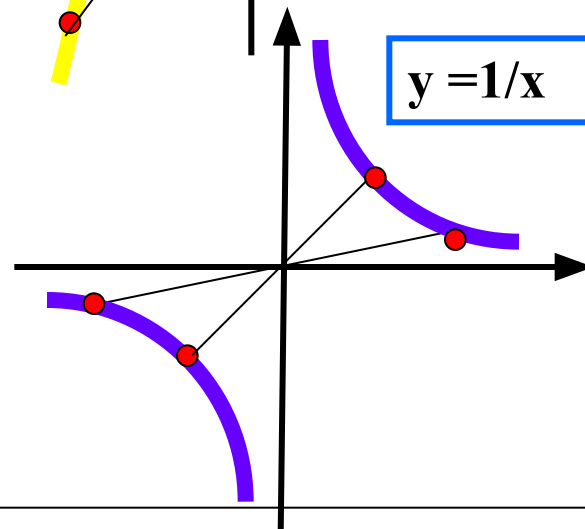
Симметрия относительно оси Oy

Нечётные функции

$$y = x^3$$



$$y = 1/x$$



Симметрия относительно
начала координат

Алгоритм исследования функции на чётность или нечётность

- 1) Установить, симметрична ли область определения функции
- 2) Найти $f(-x)$
- 3) Сравнить $f(-x)$ и $f(x)$

Определение

Чётные функции

$$y(-x) = y(x)$$

Нечётные функции

$$y(-x) = -y(x)$$

Выяснить является ли функция чётной или нечётной.

$$y = 5x^2 - |x|$$

Решение:

$$\begin{aligned}y(-x) &= 5 \cdot (-x)^2 - |-x| = \\ &= 5x^2 - |x| = \\ &= y(x) - \text{чётная}\end{aligned}$$

$$y = 7x + x^3$$

Решение:

$$\begin{aligned}y(-x) &= 7(-x) + (-x)^3 = \\ &= -7x - x^3 = -(7x + x^3) = \\ &= -y(x)\end{aligned}$$

Примеры: Определите, является ли функция четной или нечетной

1. $f(x) = 3x^2 + x^4$

2. $f(x) = x(5 - x^2)$

3. $f(x) = 4x^6 - x^2$

4. $f(x) = x^7 + 2x^3$

Чётные функции

Функция $f(x)$ называется **чётной**, если область её определения симметрична относительно начала координат и $f(-x) = f(x)$ для любого x из области определения функции.

Графики чётных функций симметричны относительно оси ординат.

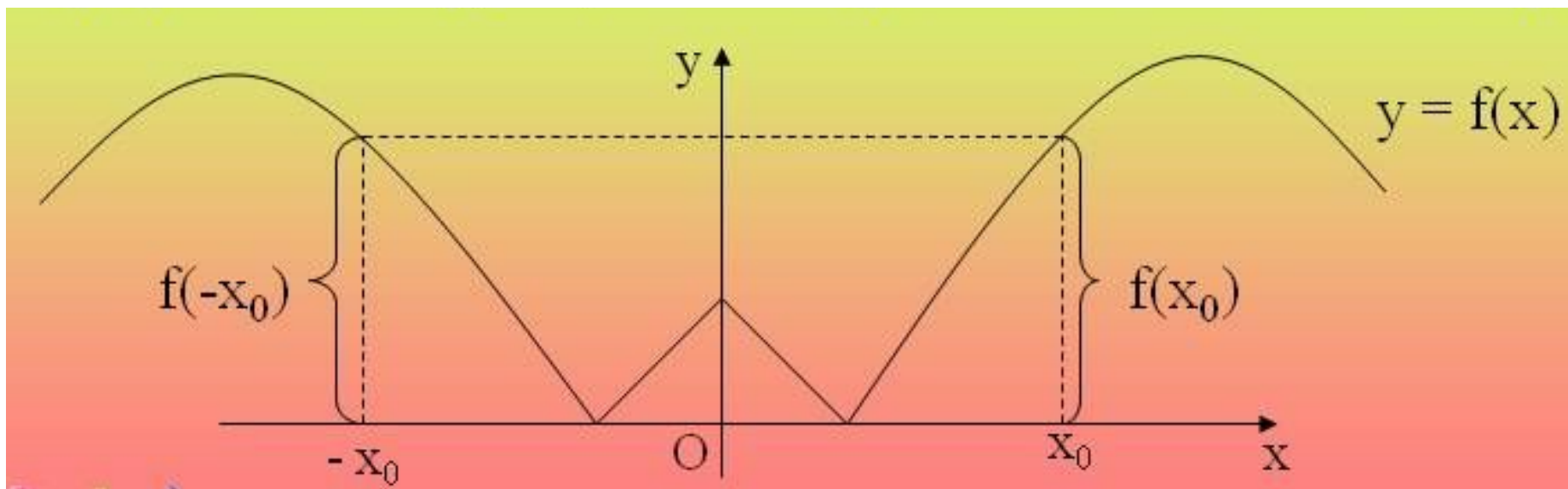


График четной функции симметричен относительно оси ординат

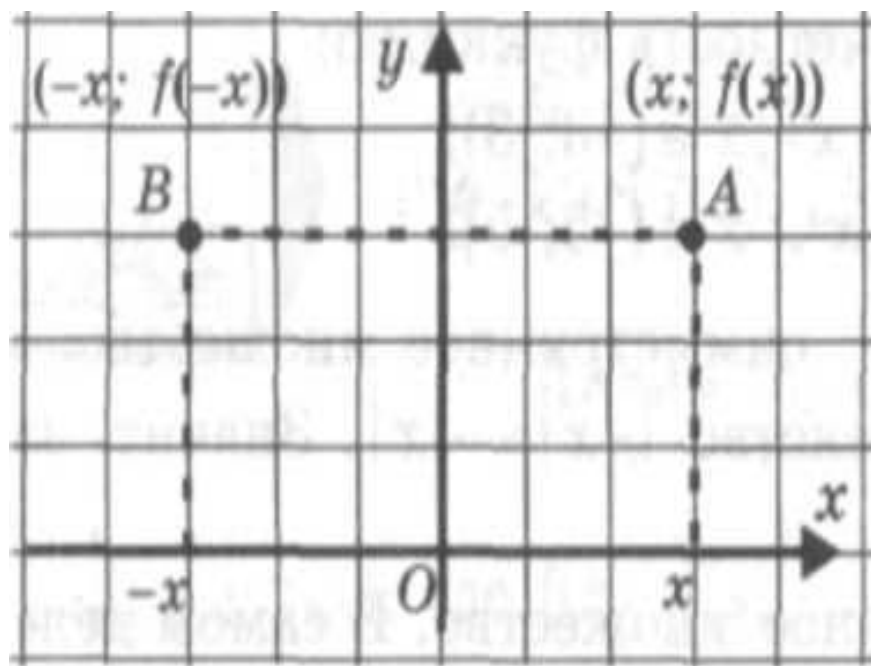
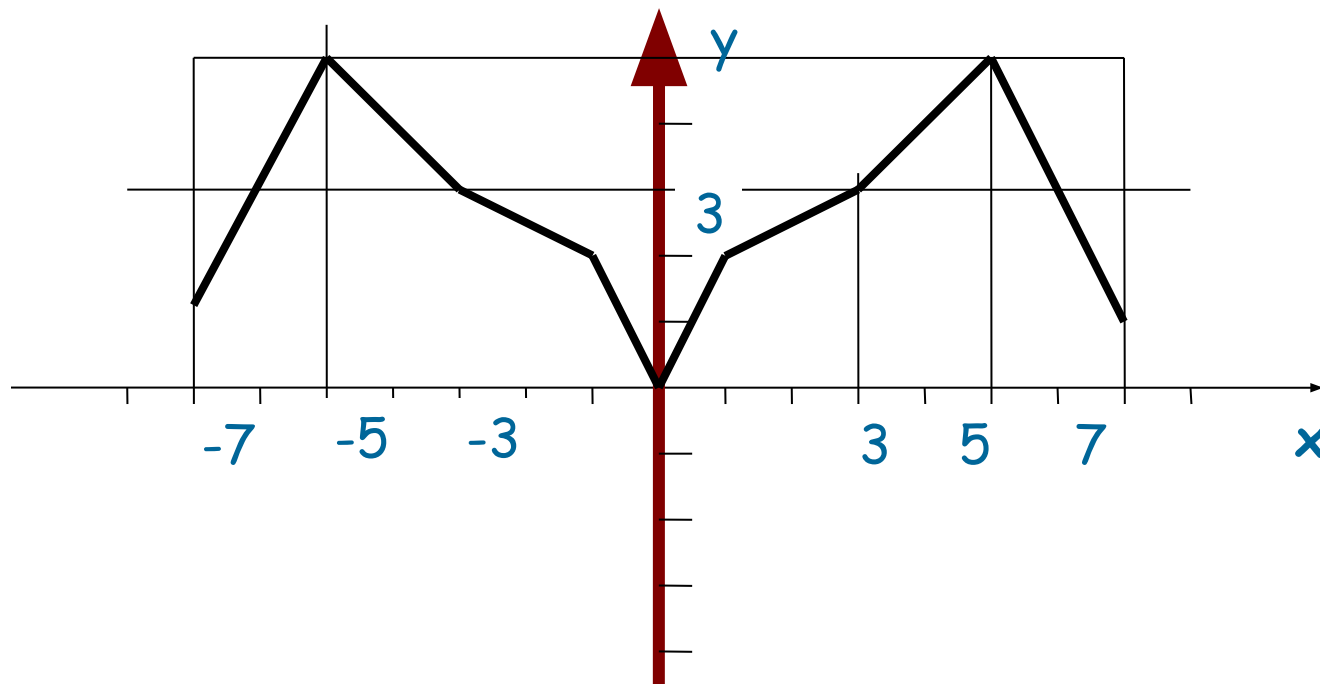
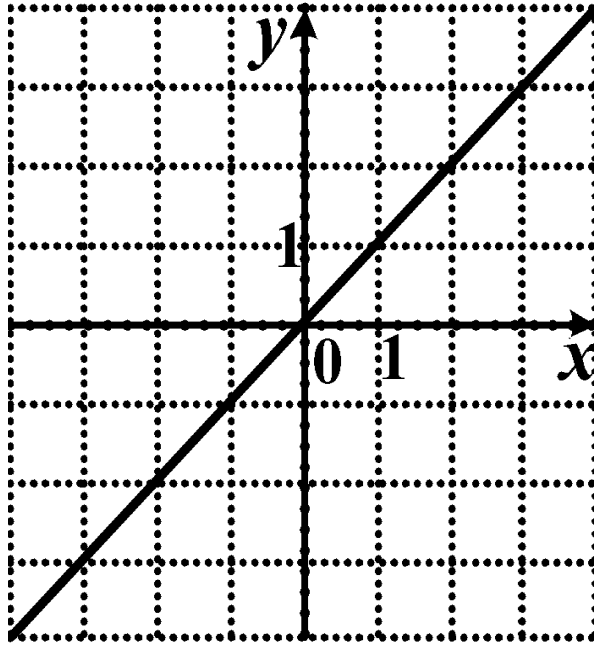
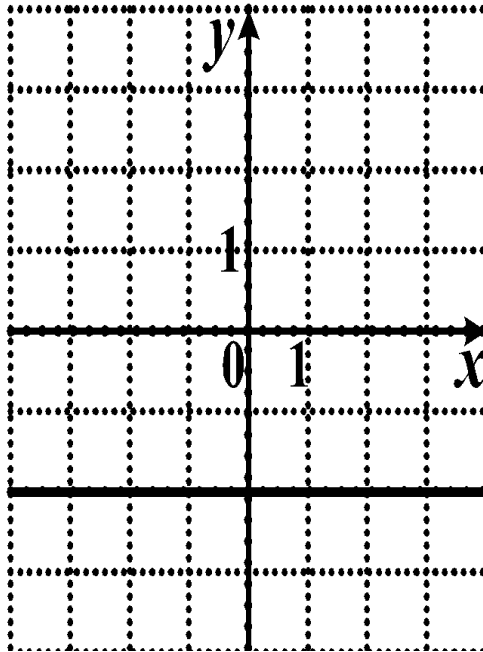


График четной функции симметричен относительно оси ординат.

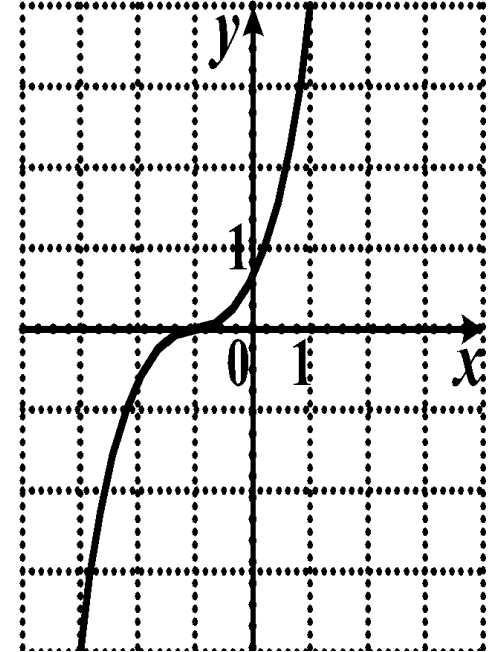




1

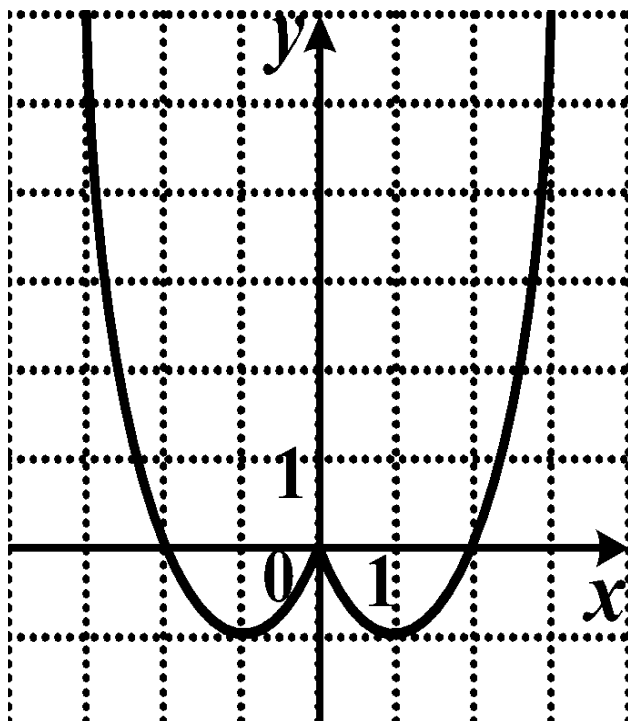


2

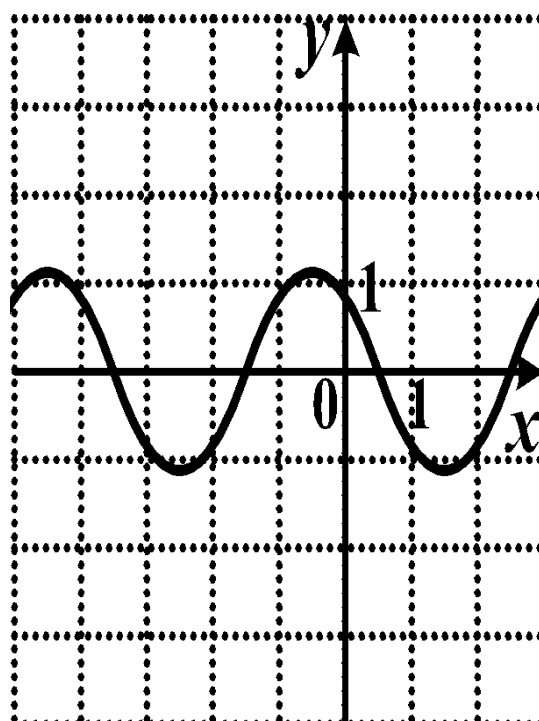


3

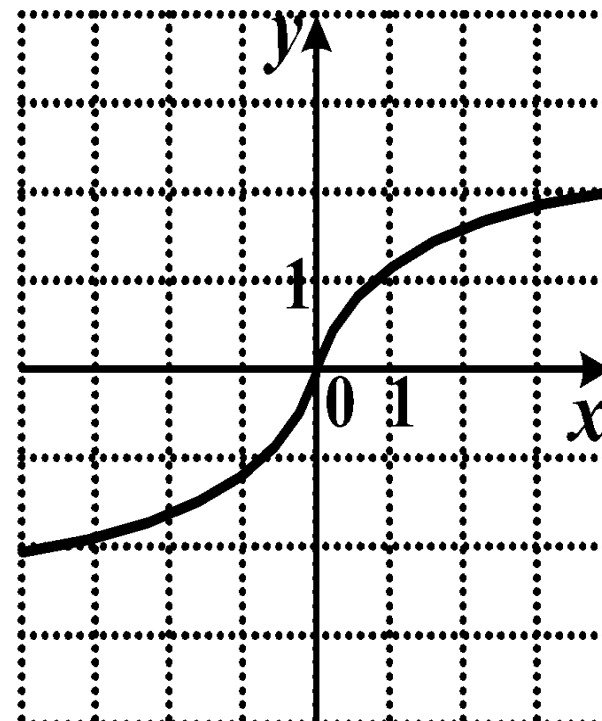
Укажите график четной функции.



1



2



3

Укажите график четной функции.

Нечётные функции

Функция $f(x)$ называется **нечётной**, если область её определения симметрична относительно начала координат и **$f(-x) = -f(x)$** для любого x из области определения функции.

Графики нечётных функций симметричны относительно начала координат.

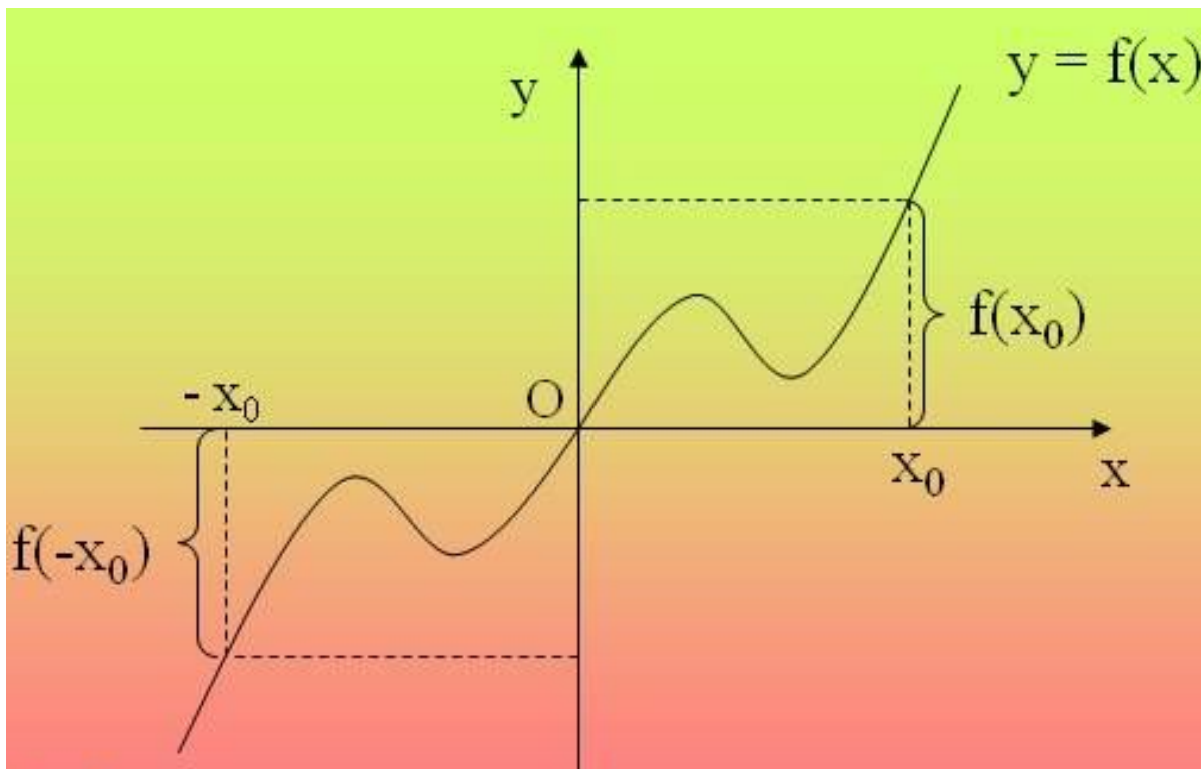


График нечетной функции симметричен относительно начала координат

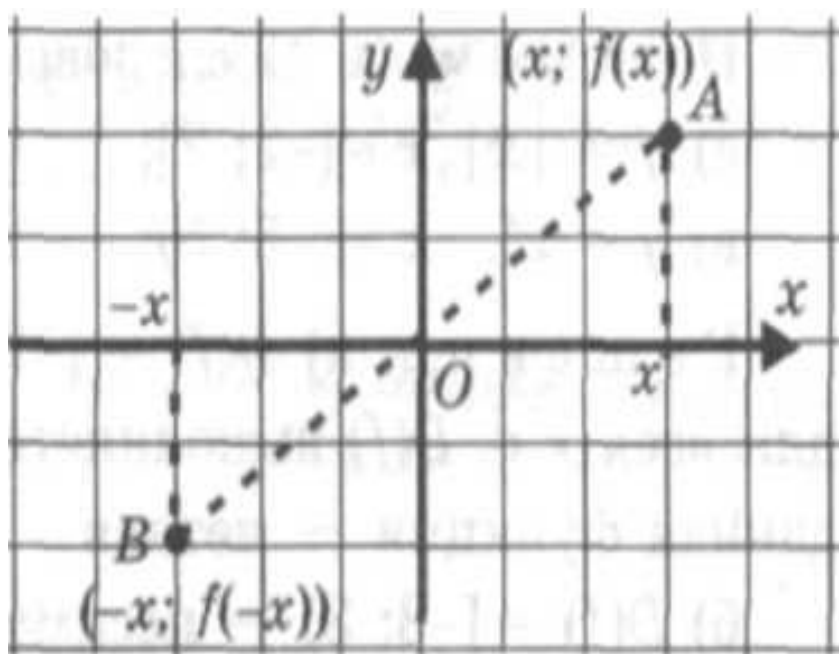
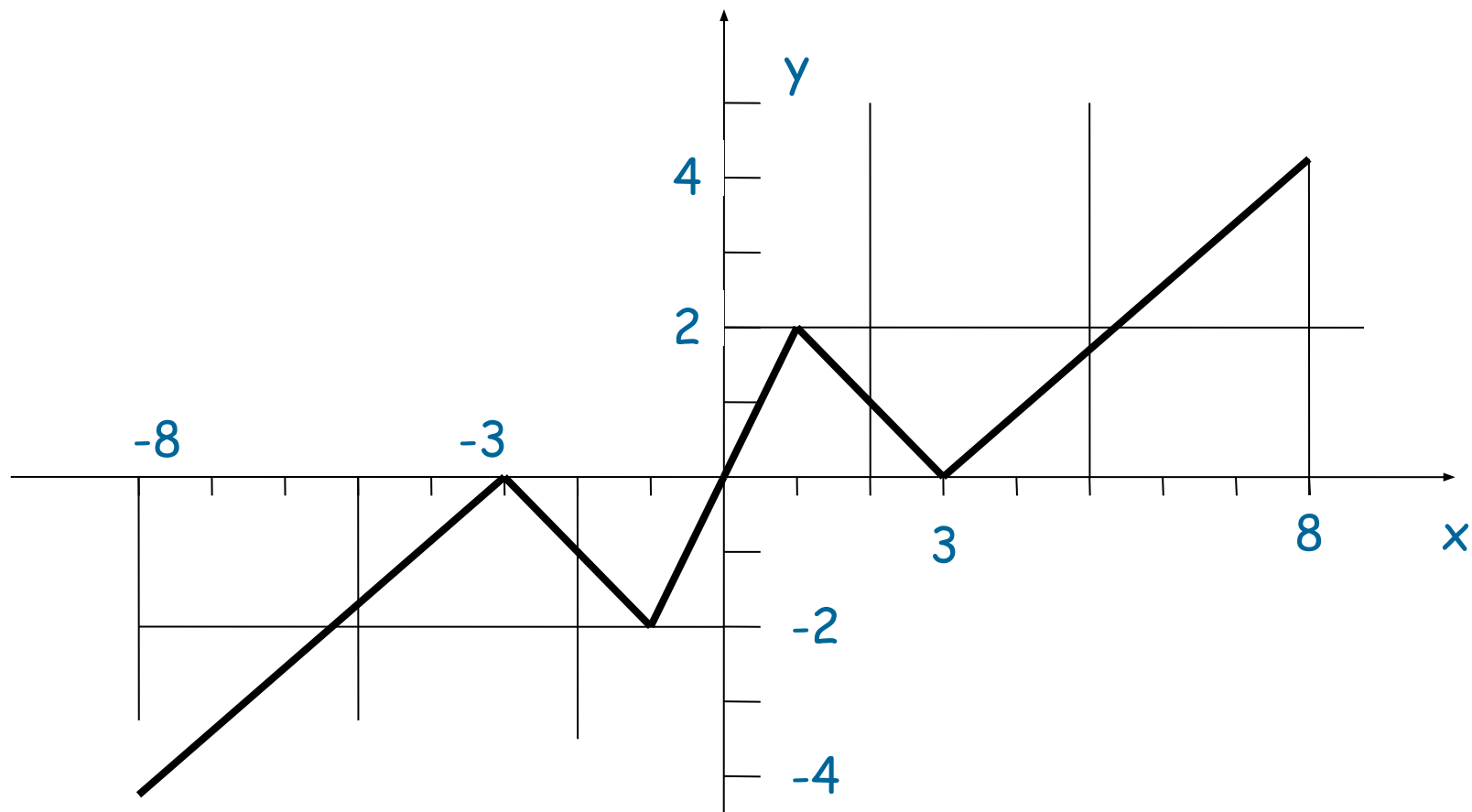
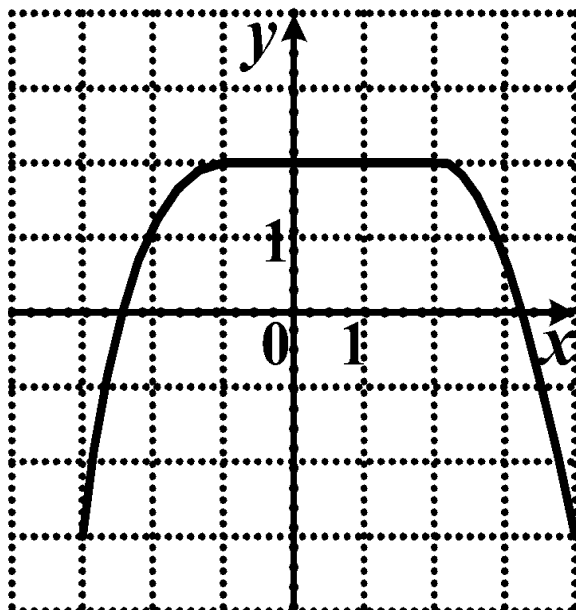
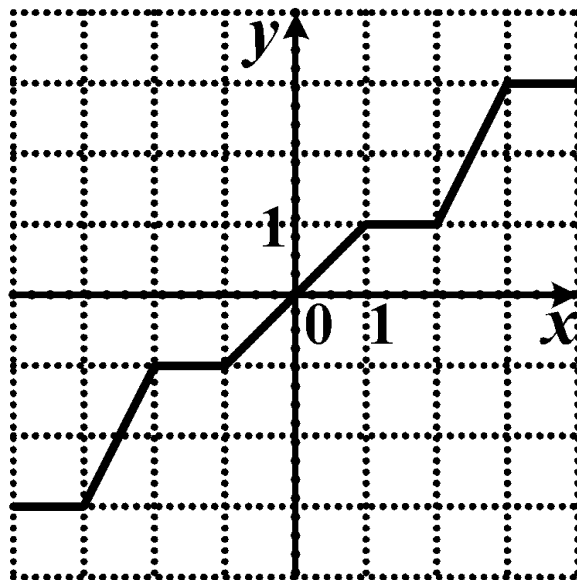


График нечетной функции симметричен относительно начала координат.

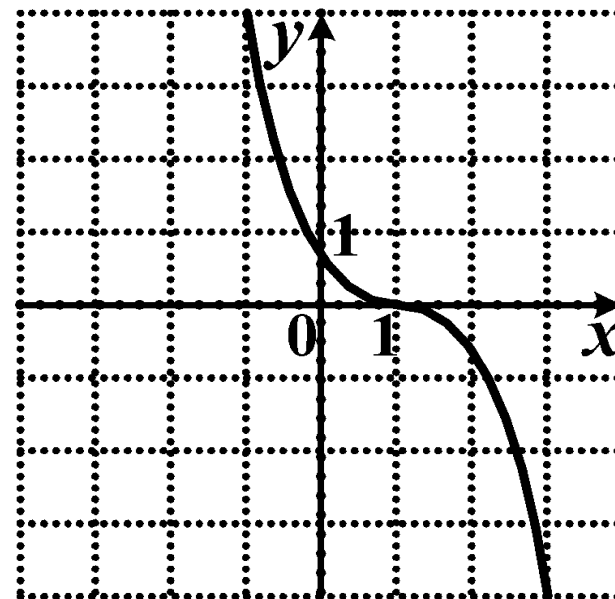




1

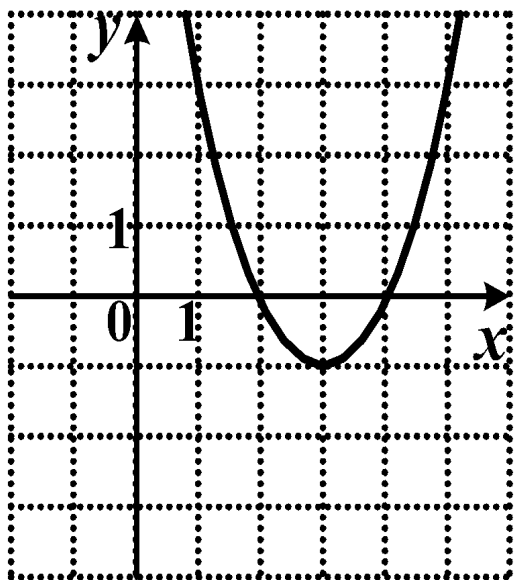


2

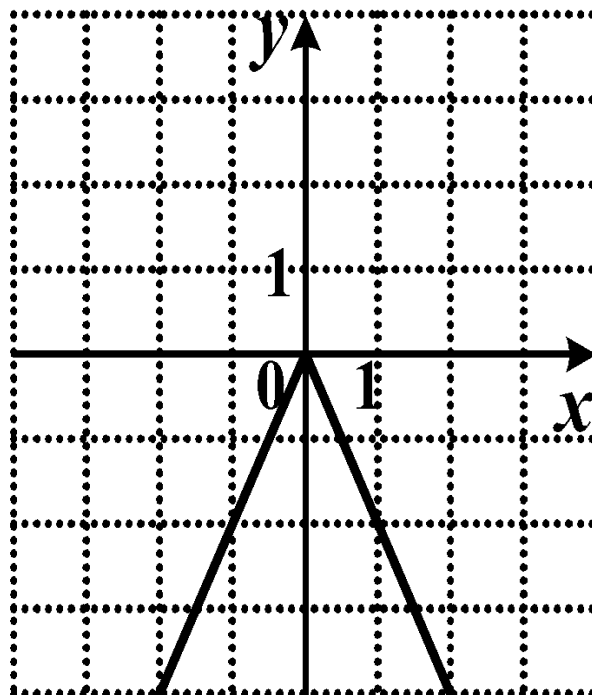


3

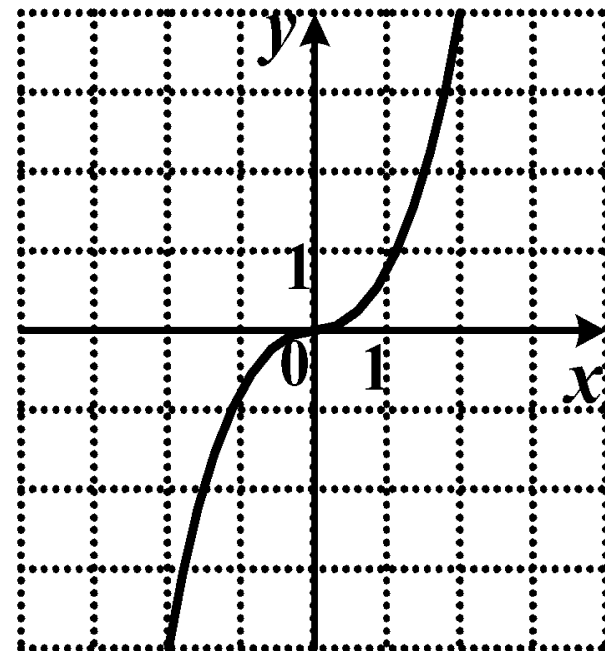
Укажите график нечетной функции.



1

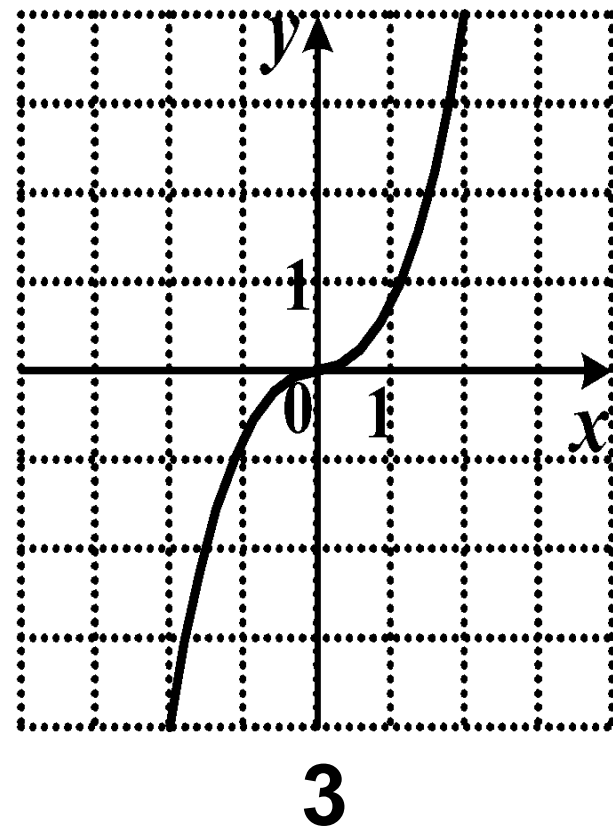
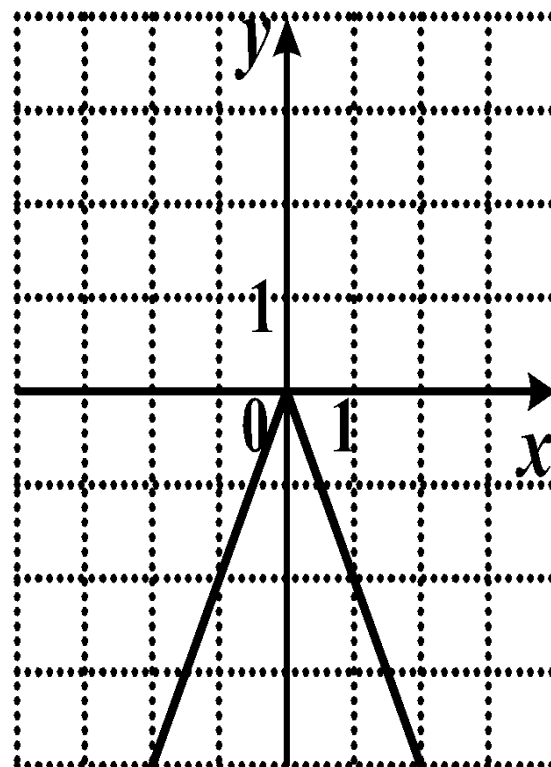
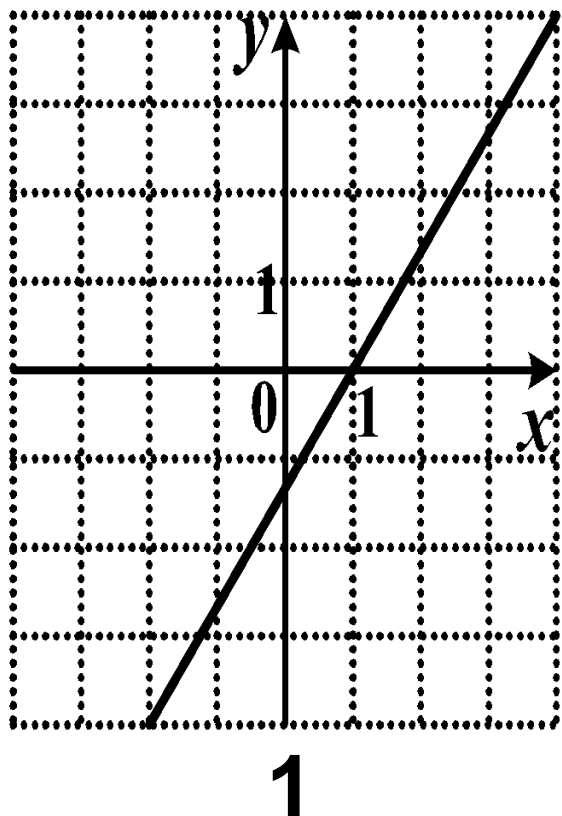


2



3

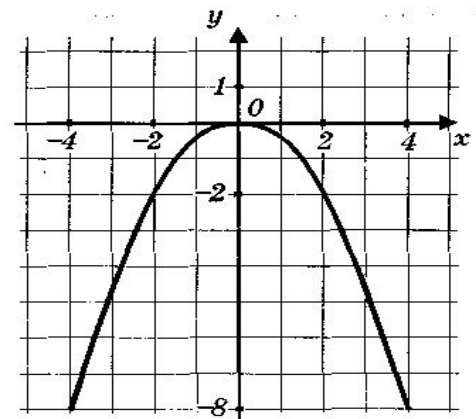
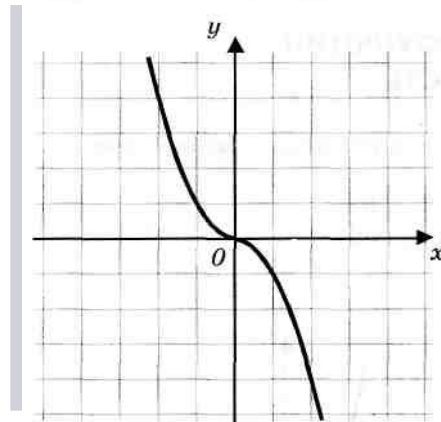
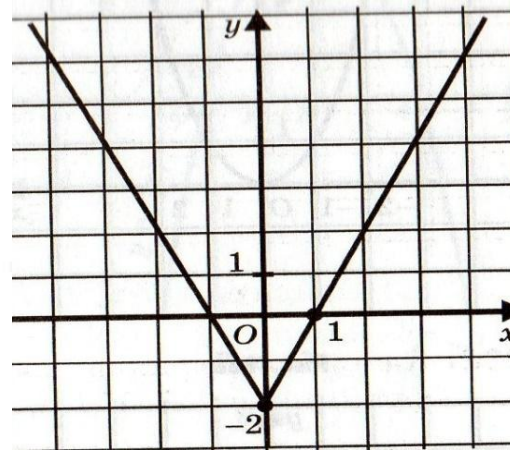
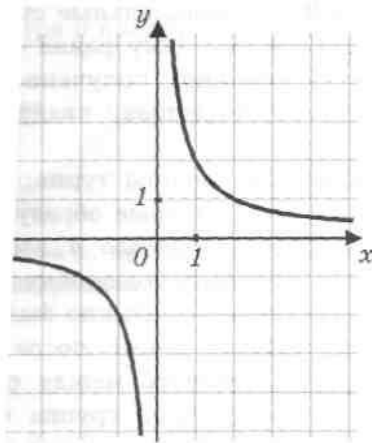
Укажите график нечетной функции



2

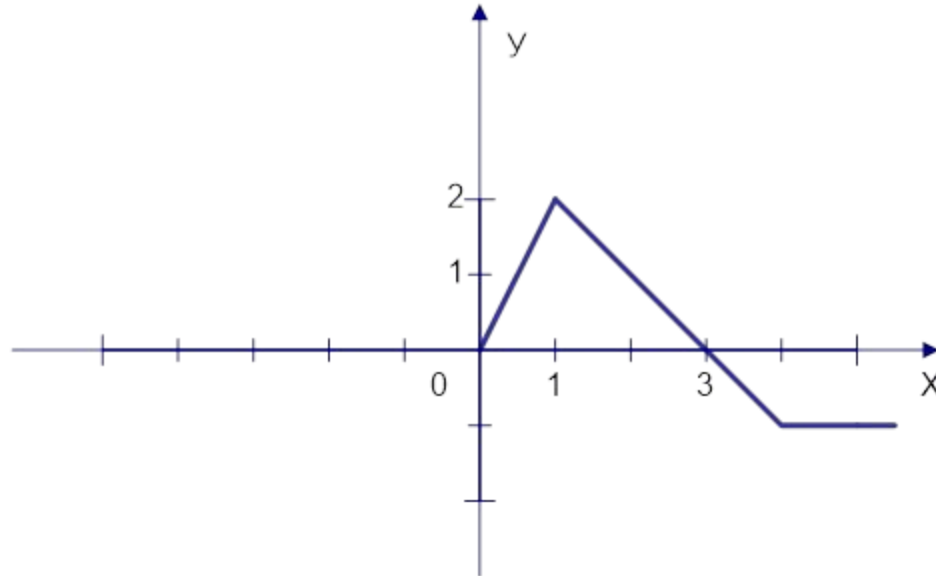
Укажите график нечетной функции.

Примеры четных и нечетных функций.

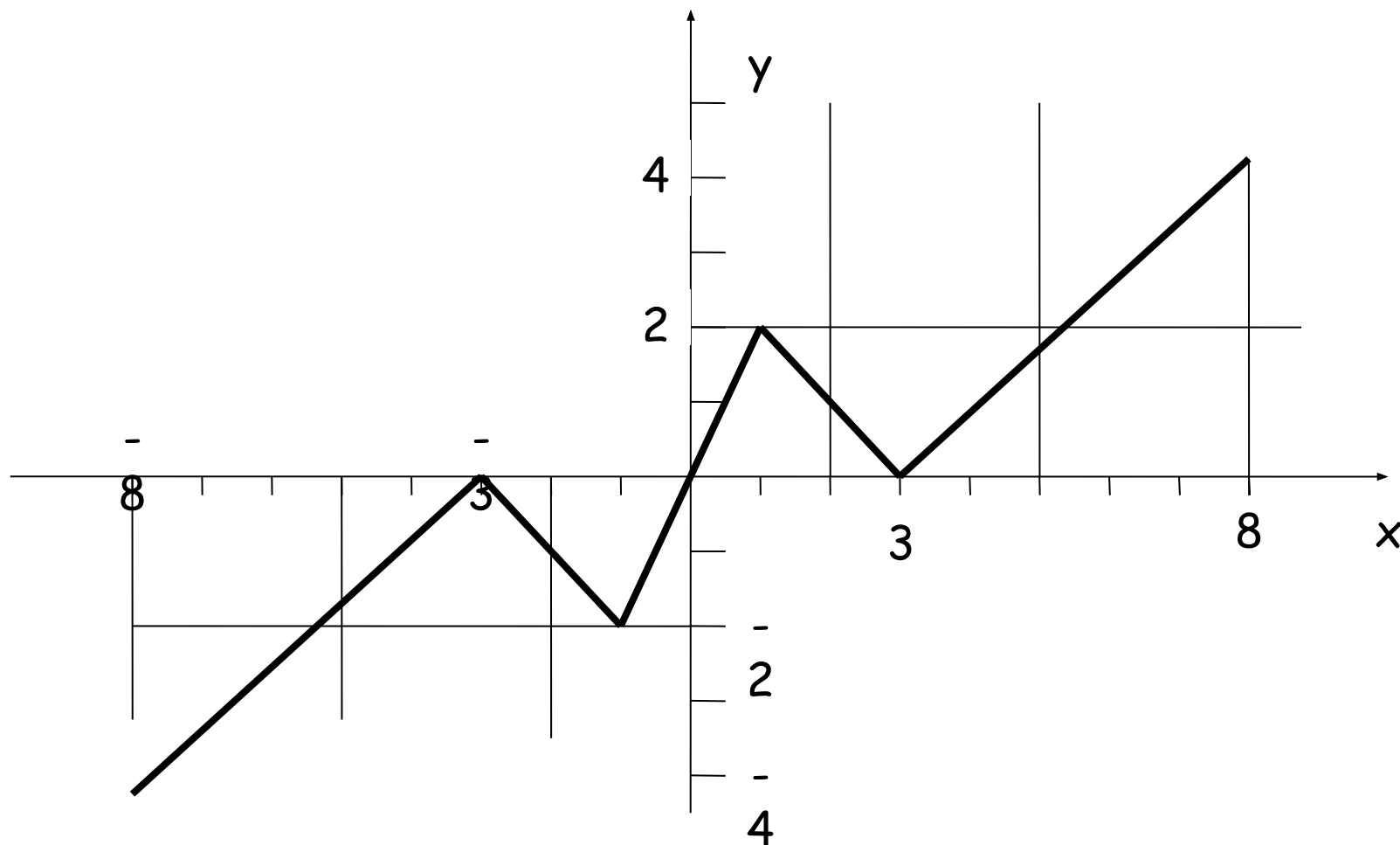


Достроить график функции, заданной на рисунке для $x < 0$ так, чтобы построенная линия была графиком:

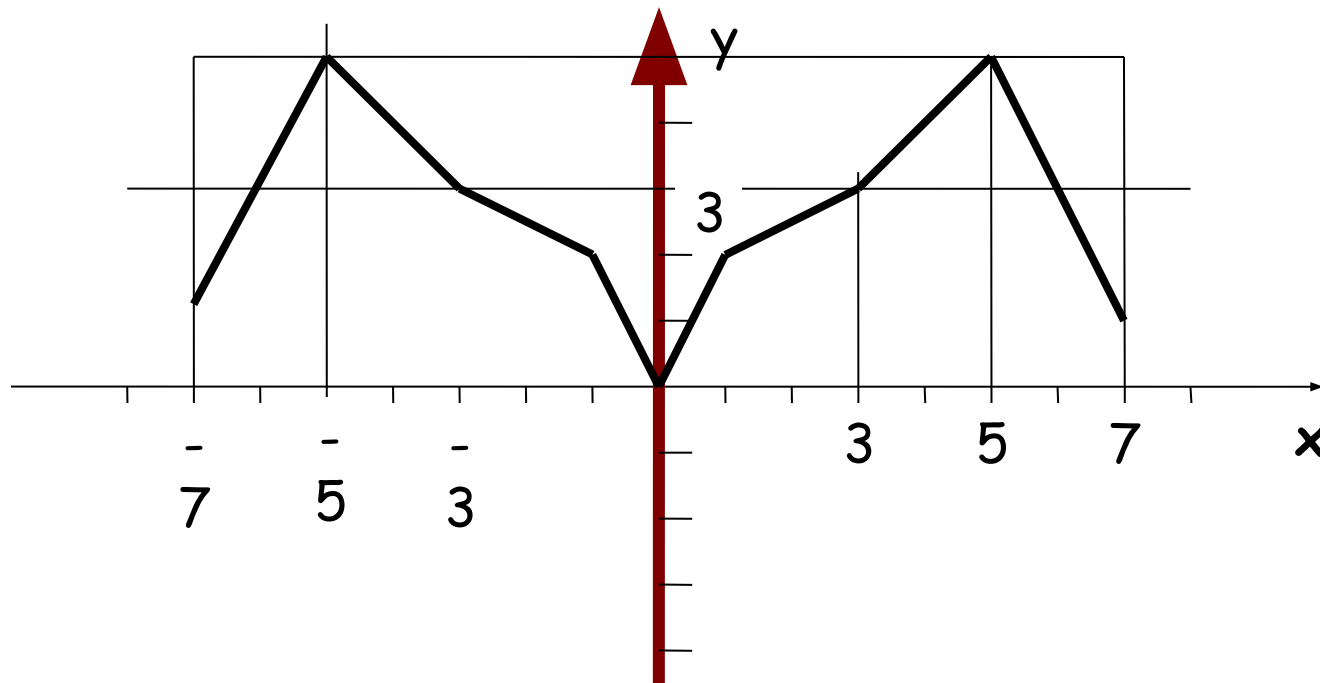
- а) чётной функции;
- б) нечётной функции.



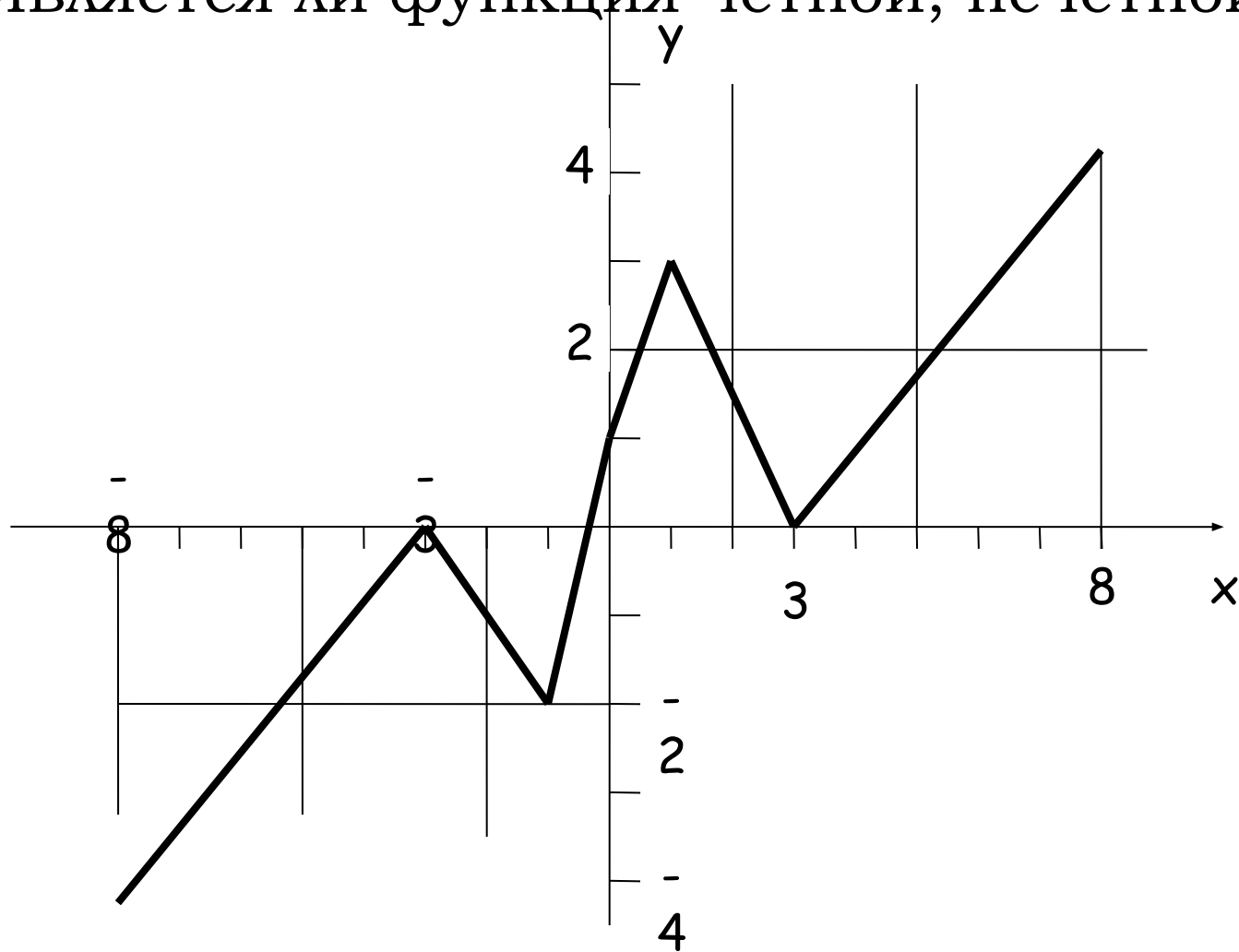
Является ли функция четной, нечетной?



Является ли функция четной, нечетной?

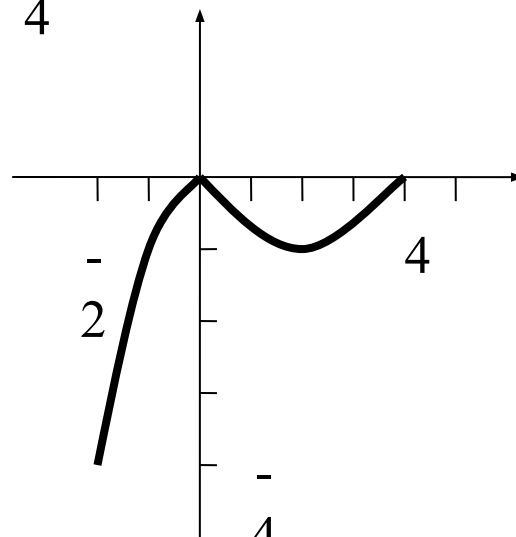
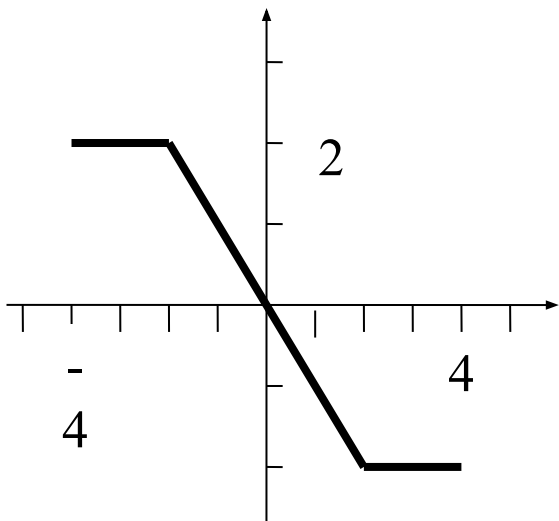
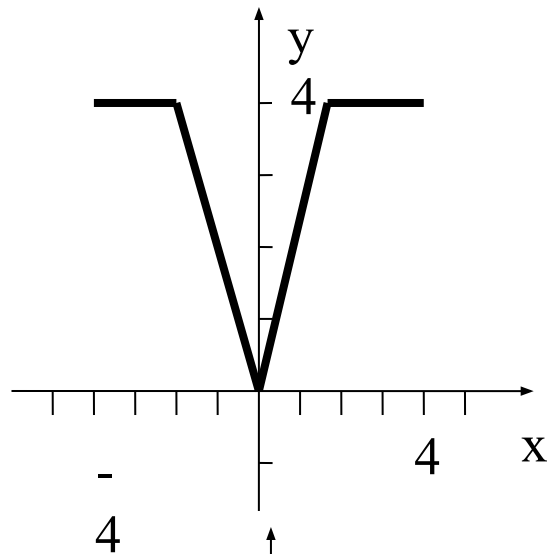
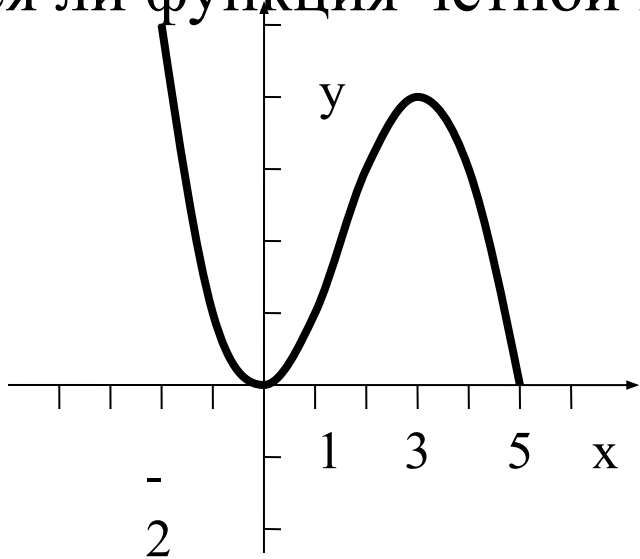


Является ли функция четной, нечетной?



Повторение

- Найдите область определения, область значений функций.
- Является ли функция четной или нечетной?



Спасибо за

урок

