

Корреляция теориясының элементтері

аға оқытушы Раманқұлова А.А.

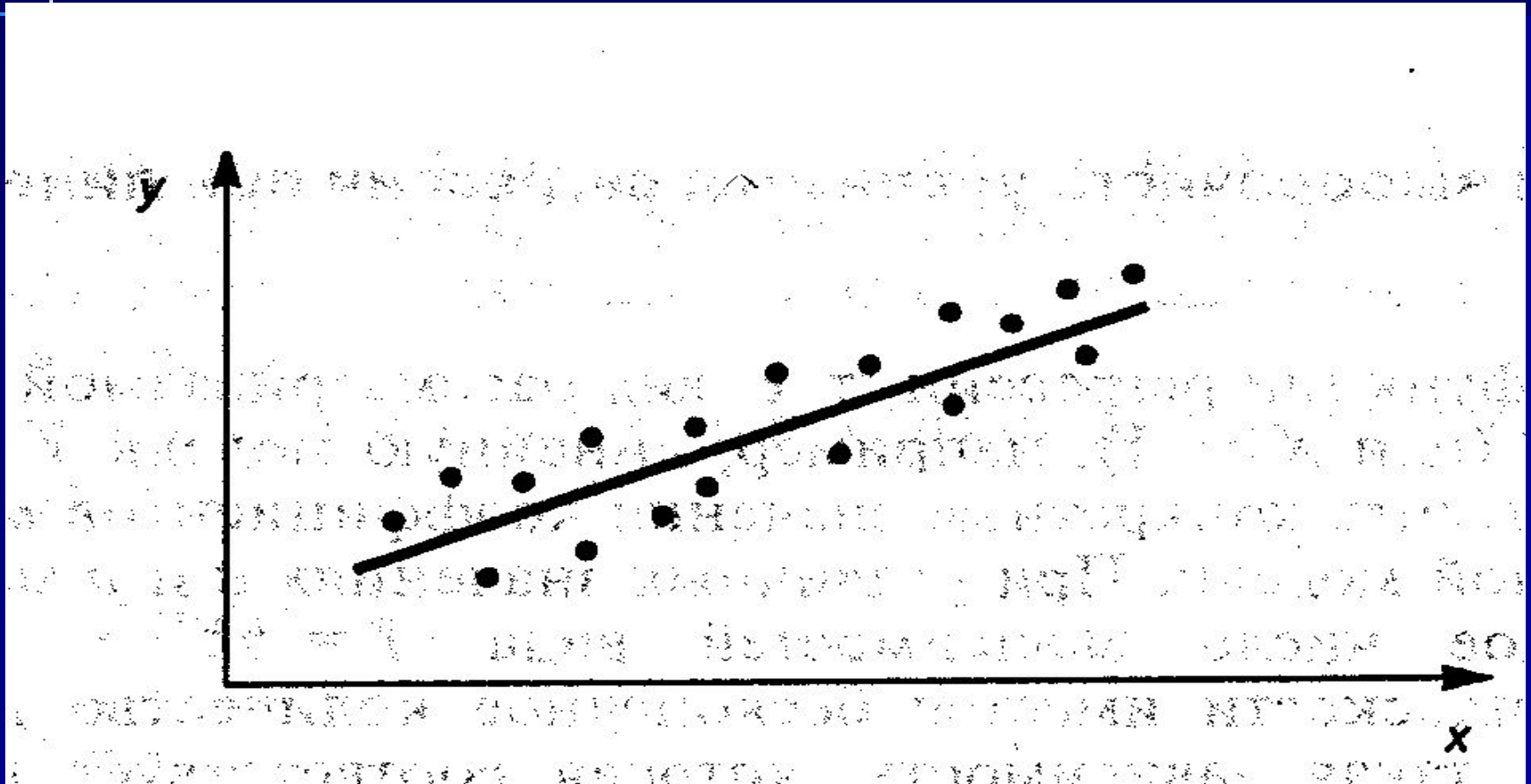
Жоспар:

- Статистикалық және корреляциялық байланыстар.
- Сызықты регрессия теңдеуі.
- Регрессия параметрлерін ең кіші квадраттар әдісі бойынша бағалау.
- Корреляция коэффициенті, оның мағынасы және қасиеттері.
- Спирменнің рангілік корреляция коэффициенті.

Статистикалық тәуелділік

- Анықтама 1. Егер бір кездейсоқ шаманың өзгеруіне екінші кездейсоқ шаманың таралу заңының өзгеруі сәйкес келсе, онда олардың арасындағы тәуелділік статистикалық деп аталады.
- Анықтама 2. Егер бір кездейсоқ шаманың өзгеруіне екінші кездейсоқ шаманың орта мәнінің өзгеруі сәйкес келсе, онда олардың арасындағы статистикалық тәуелділік корреляциялық деп аталады.

Корреляциялық өріс



Тәуелділіктер түрлері:

Функционалдық

$$y = f(x)$$

Корреляциялық

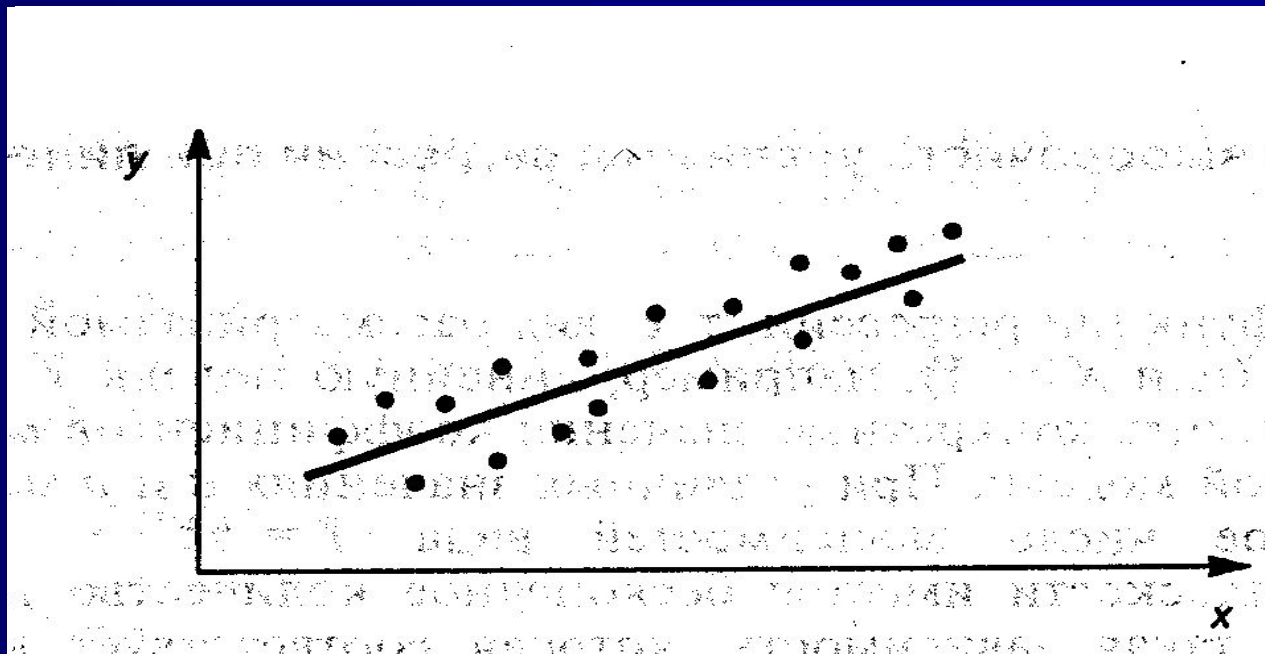
$$\overline{y_x} = f(x)$$

Регрессияның таңдама теңдеуі:

У тің Х $\overline{y}_x = f(x)$

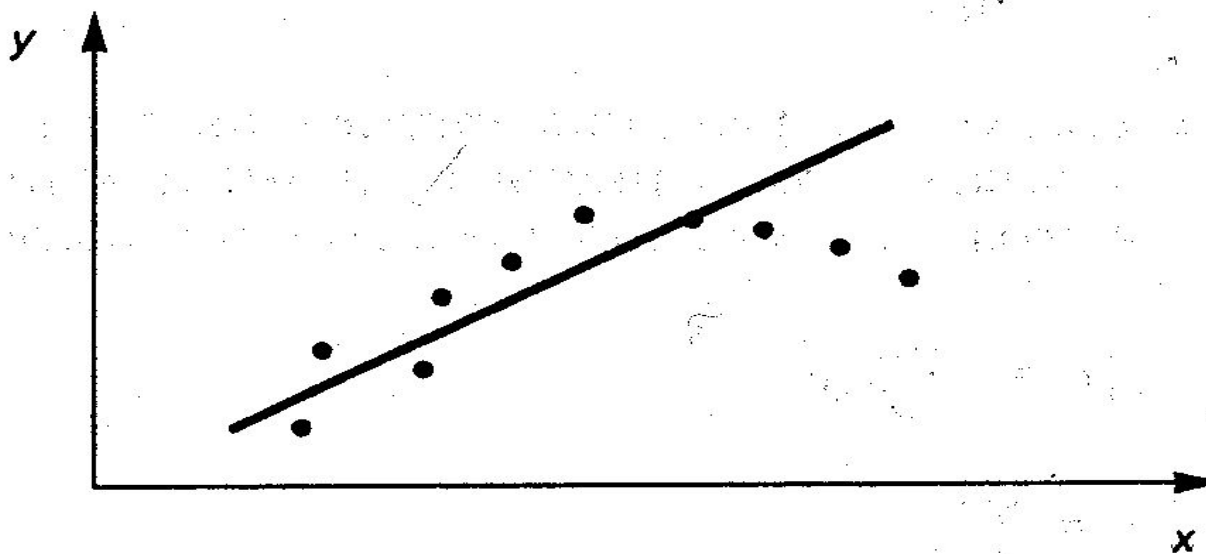
Х тің У $\overline{x}_y = \varphi(y)$

СЫЗЫҚТЫҚ МОДЕЛЬ



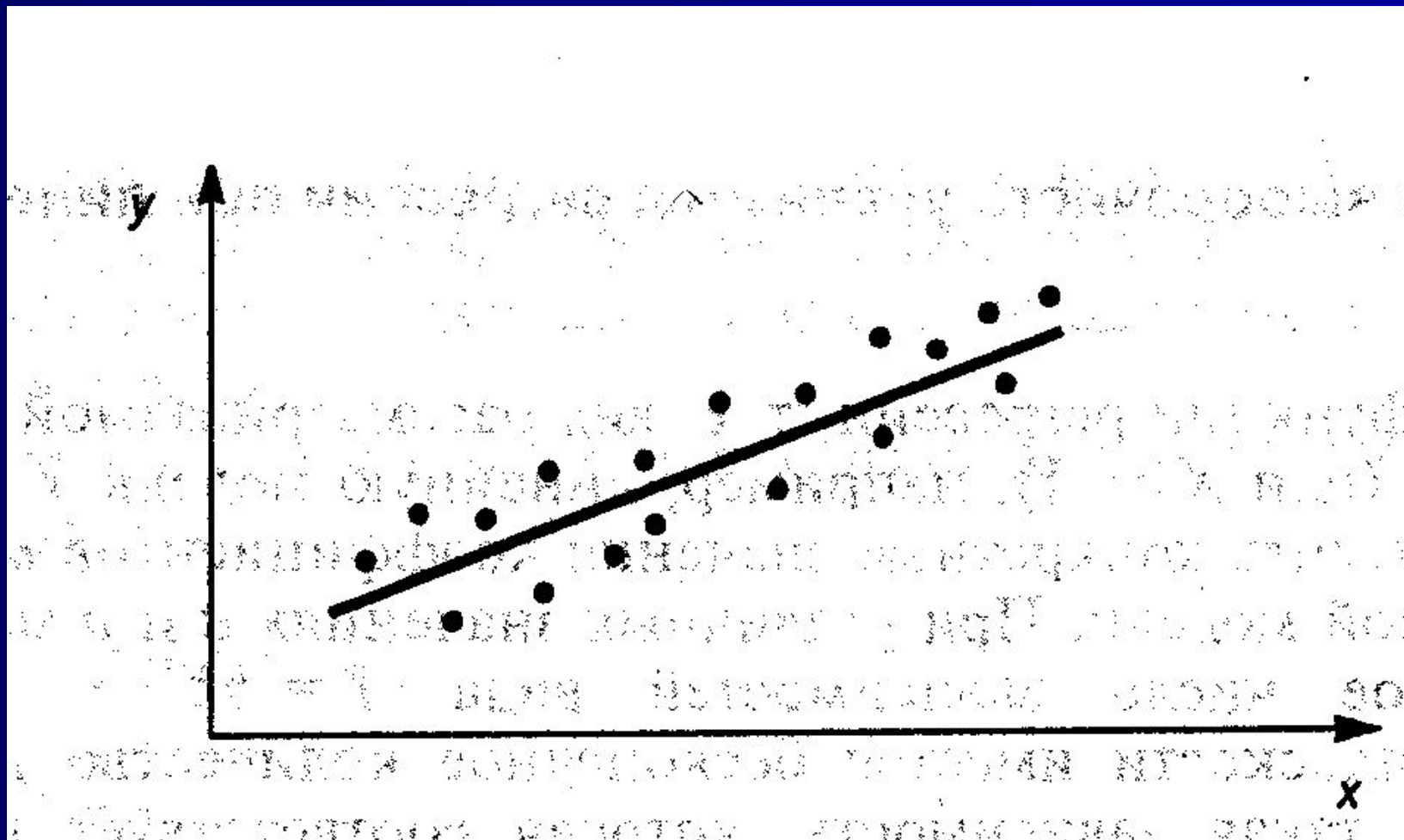
$$Y = a + bX$$

СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС МОДЕЛЬ



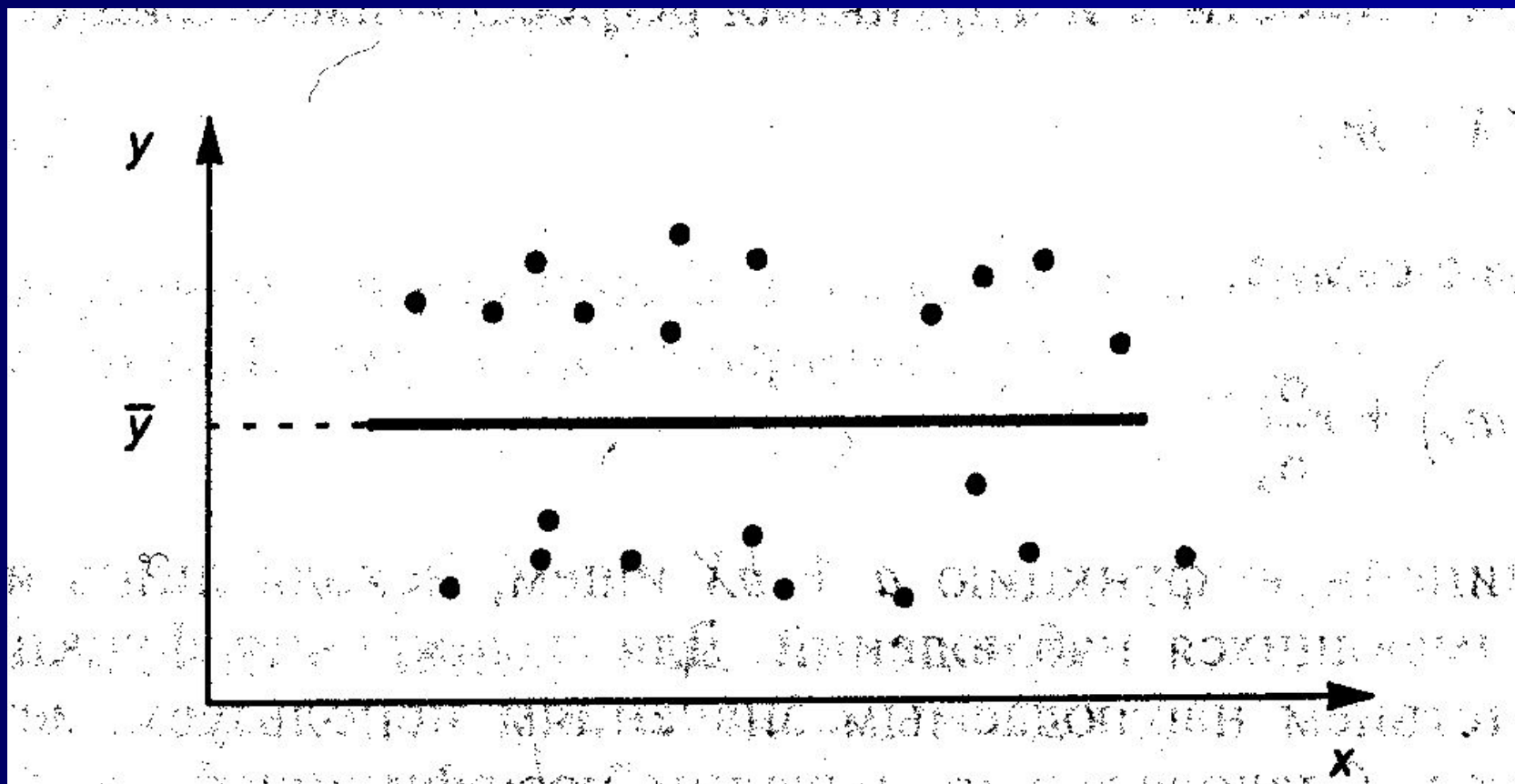
$$(y = ax^2 + bx + c)$$

СЫЗЫҚТЫҚ РЕГРЕССИЯ МӘНДІ

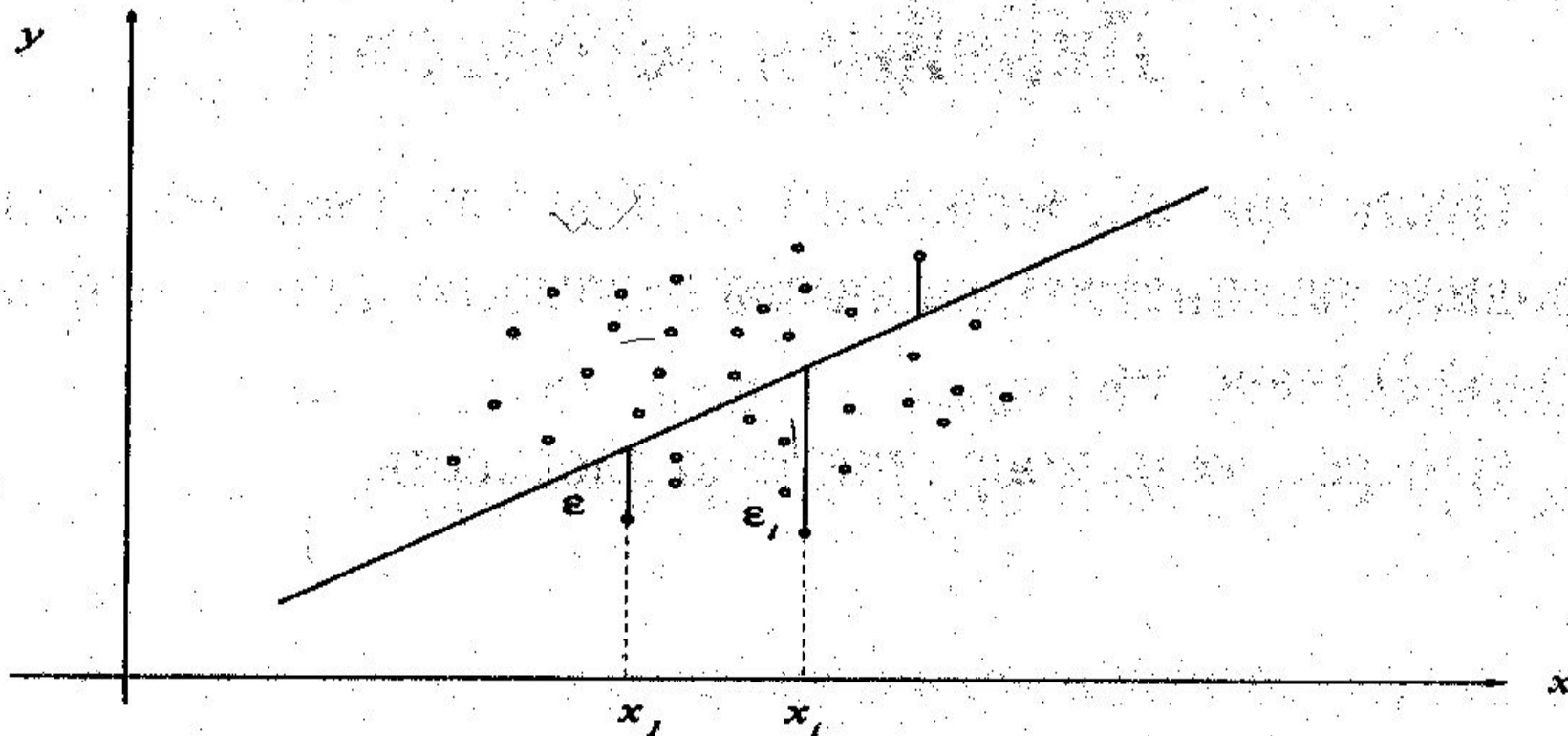


СЫЗЫҚТЫҚ РЕГРЕССИЯ МӘНДІ

ЕМЕС



Ең кіші квадраттар әдісі (ЕКӘ)



$$Y = a + bx$$

- - регрессия
- коэффиценті

-
-
-
- $a = \bar{y} - b\bar{x}$

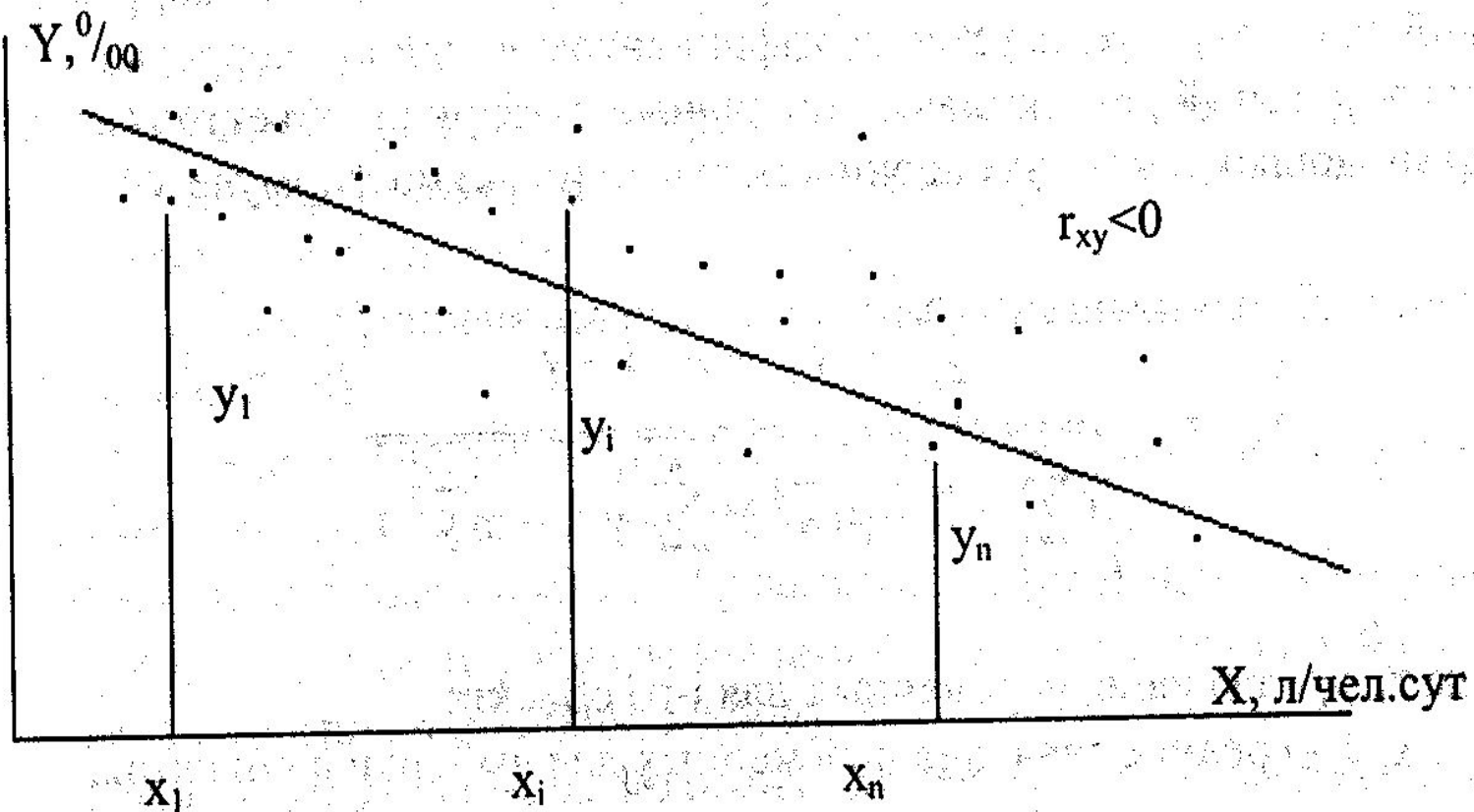
- - бос мүше

Теориялық сызықтық регрессия сызығын бағалау.

$$Y = \bar{y} + b(x - \bar{x})$$

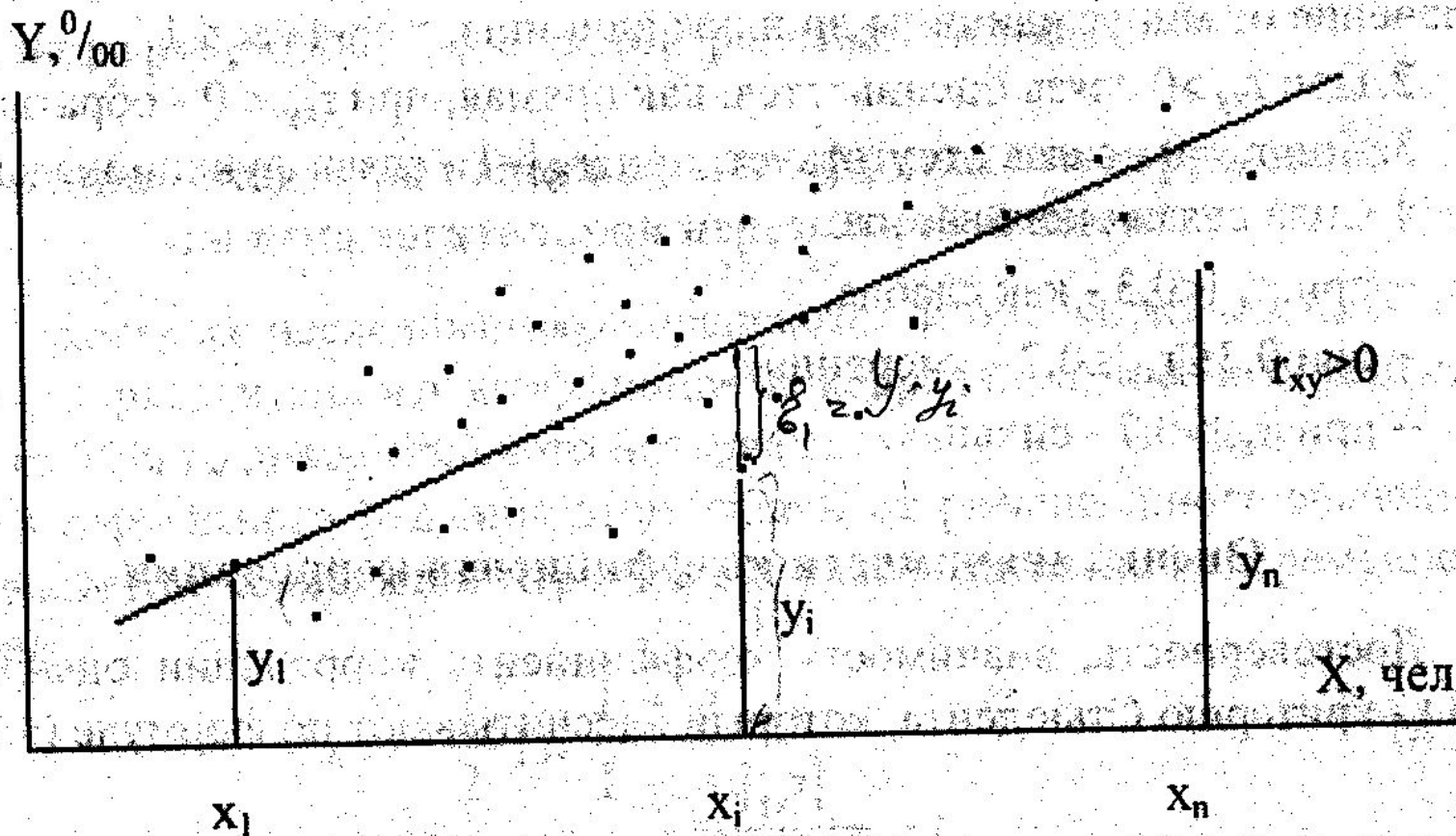
У тің Х ке сызықтық
регрессиясының таңдама теңдеуі

Кері регресия ($b < 0$)



Тура регрессия

$(b > 0)$



Регрессия коэффициентінің мәнділігі жөніндегі жорамалды тексеру

1. H_0 және H_1 жорамалдарын анықтаймыз :
 - $H_0: b=0$ (шамалар арасында сызықтық тәуелділік жоқ),
 - $H_1: b \neq 0$.
- 2. α мәнділік деңгейін береміз.

■ 3. Критерий статистикасын есептейміз

$$F = \frac{b^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{s^2}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 2}$$

F статистикасы 1 және (n-2) еркіндік дәрежесімен Фишердің таралуы.

■ 4. $F_{\text{бақылау}}$ және $F_{\alpha,1,n-2}$ сындық нүктелерін анықтау.

■ 5. Егер $|F| > F_{\alpha,1,n-2}$, онда H_0 жоққа шығарылады.

■ Егер $|F| < F_{\alpha,1,n-2}$, онда H_0 қабылданады.

Детерминация коэффициенті

:

- X-тің Y-ке $X = a_{xy} + b_{xy}y$

-

- Y-тің X-ке $Y = a_{yx} + b_{yx}x$

$$R^2 = b_{yx} \cdot b_{xy}$$

Регрессиялық талдау

міндеттері:

- ✓ Регрессия коэффициенті мен бос мүшені бағалау;
- ✓ Регрессия теңдеуін анықтау және жіберілетін қателікті бағалау.
- ✓ Регрессияның мәнділігі жөніндегі жорамалды тексеру.
- ✓ Модельдің адекваттық (барабарлық) дәрежесін бағалау.

Корреляциялық талдаудың міндеттері:

- ✓ Корреляцияның таңдама коэффициентін есептеу.
- ✓ Корреляциялық кесте құру.
- ✓ Корреляциялық байланыстың мәнділігінің статистикалық жорамалын тексеру.

Сызықтық корреляцияның таңдама коэффициенті

- $$r_T = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Корреляцияның таңдама
коэффициентінің негізгі мағынасы—
сәйкес сызықтық корреляцияның бас
коэффициентін эмпирикалық бағалау.

Сызықтық регрессияның таңдама теңдеуі

■ **Y тің X**

$$Y - \bar{Y} = r_T \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (X - \bar{X})$$

■ **X тің Y**

$$X - \bar{X} = r_T \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} (Y - \bar{Y})$$

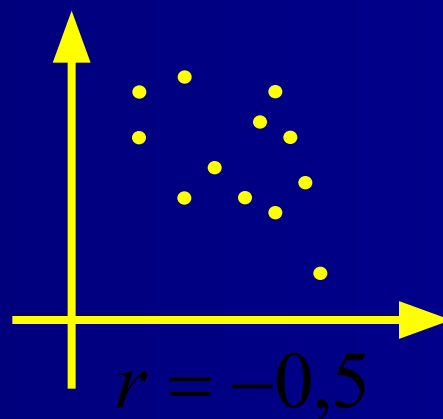
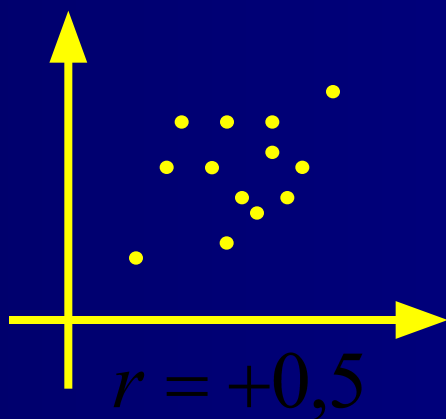
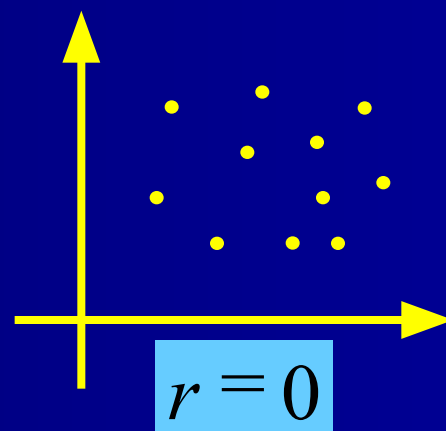
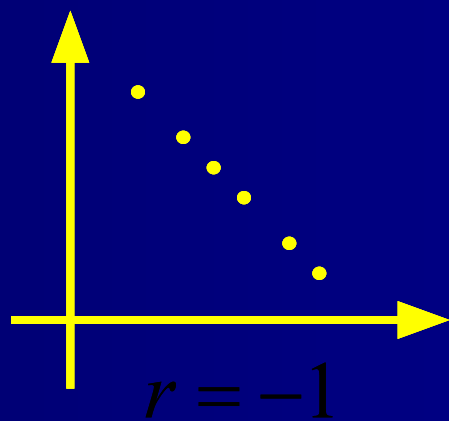
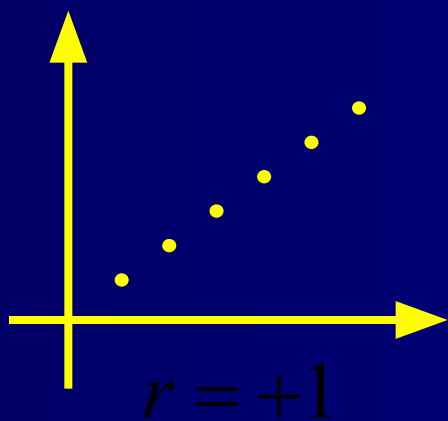
Корреляция коэффициентінің негізгі қасиеттері :

- 1. $r = 0$ – байланыс жоқ,
- 2. $r > 0$ – тура байланыс,
 $r < 0$ – кері байланыс,
- 3. $|r| \leq 1$
- 4. $|r| = 1$ - толық байланыс.

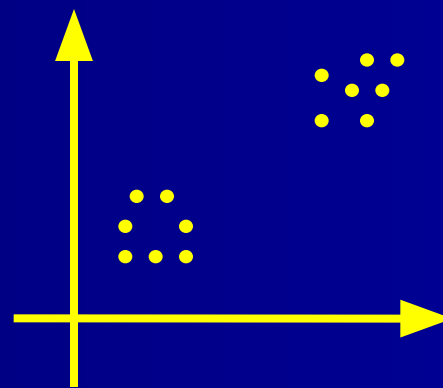
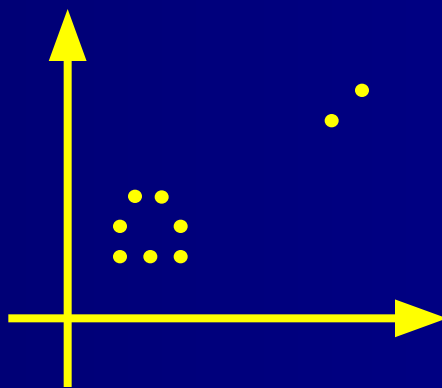
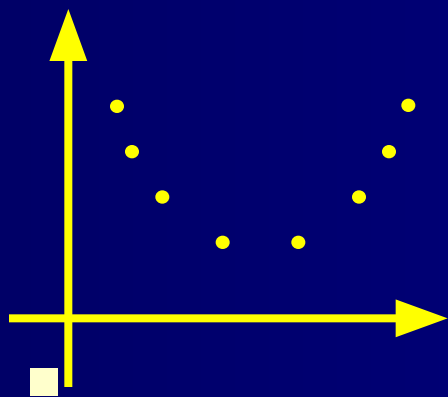
Параметрлер арасындағы байланыстың сипаты мен күші

Байланыс күші	Байланыс сипаты	
	Тура (+)	Кері (-)
Толық	1	-1
Күшті	0,7 ден 0,99ге	-0,7ден-0,99ге
Орта	0,69 ден 0,3ке	-0,69 ден-0,3ке
Әлсіз	0,299 ден 0ге	-0,299 тен 0ге
Байланыс жоқ	0	0

Әртүрлі жағдайдағы r шамасы



Корреляция коэффициентінің есептелмейтін жағдайлары:



Корреляция коэффициентінің мәнділігі жөніндегі жорамалды тексеру

1. H_0 және H_1 жорамалдарын анықтаймыз :
 - $H_0: r=0$ (корреляция жоқ),
 - $H_1: r \neq 0$.
- 2. α мәнділік деңгейін береміз,

- 3. Критерий статистикасын есептейміз:

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \cdot \sqrt{n-2}$$

t статистикасы еркіндік дәрежесі (n-2) ге тең болатын Стьюдент таралуы.

- 4. $t_{\text{бақылау}}$ және $t_{\alpha, n-2}$ сындық нүктелерін табамыз.

- 5. Егер $|t| \geq t_{\alpha, n-2}$, онда H_0 жоққа шығарылады.

- Егер $|t| < t_{\alpha, n-2}$, онда H_0 қабылданады.

Әдебиеттер.

- С.А.Нұрпейісов, О.С.Сатыбалдиев, М. Өтепбергеноұлы. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика, Оқу құралы, Алматы, Экономика, 2005.
- И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики, М., Издательский дом ГЭОТАР-МЕД, 2003г.
- Е.А. Лукьянова “Математическая статистика”-М., РУДН, 2002г
- В.И. Юнкеров, С.Г. Григорьев “Математико-статистическая обработка данных медицинских исследований” С.-П., 2002г

НАЗАРЛАРЫҢЫЗҒА

РАХМЕТ